Ørsted, Hans Christian,

Der mechanische Theil der Naturlehre

Braunschweig 1851

Der

mechanische Theil

der

Naturlehre.

Der

mechanische Theil

der

Naturlehre.

Von

H. C. Oersted.

Mit 248 in den Text eingedruckten Holzschnitten.

Braunschweig,
Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn.

1851.

Vorrede.

Das Werk, welches hier dem deutschen Publicum übergeben wird, kann als die letzte literarische Arbeit des verstorbenen dänischen Gelehrten betrachtet werden. Mit großer Theilnahme erwartete er den Augenblick, wo es die Presse verlassen und dem deutschen Publicum übergeben werden würde. Leider sollte er denselben nicht erleben.

Um die Entstehung und den Charakter des Buches hervorzuheben, und zugleich an den ehrwürdigen Verfasser desselben und den Geist seiner übrigen Arbeiten zu erinnern, glaube ich hier die Worte wiederholen zu dürfen, welche ich gleich nach Oersted's Tode, noch unter dem Eindrucke dieses plötzlichen und unerwarteten Ereignisses, in einem öffentlichen Blatte als Ankündigung des vorliegenden Werkes schrieb:

»Am 9. März dieses Jahres entschlummerte ruhig und sanft, »nach einem eben so ruhmvollen, als friedlichen und durchweg glück»lichen Leben, geliebt von Allen, die ihn selbst, geehrt von Allen, »die seine Thätigkeit kannten, als ein fast 80jähriger, aber körper»lich und geistig noch kräftiger und jugendlich frischer Greis, der »dänische Physiker Hans Christian Oersted, gerade zu einer Zeit, »da die Telegraphen, welche auf seine Entdeckung des Elektro»magnetismus gegründet sind, anfangen, durch eine ideelle Aufhe»bung auch der größten irdischen Entfernungen, die öffentlichen Zu»stände des menschlichen Lebens, und vor allen Dingen den inter»nationalen Verkehr, vollständig umzugestalten.

»Die öffentlichen Blätter, nicht bloß seines Vaterlandes, haben »in würdigster Weise des Verstorbenen gedacht, dessen überhaupt »in letzter Zeit vielfach Erwähnung geschehen ist. Eine kurze ge- »treue und geschmackvolle Biographie hat die »Deutsche Allgemeine »Zeitung« gebracht, die auch eine Aufzählung seiner literarischen »Arbeiten giebt. Für Dänemark ist das Fortwirken seines Geistes »gesichert in der großen Zahl seiner Schüler, welche über das ganze »Land verbreitet sind und jedem Wirkungskreise angehören. Für »Deutschland ist eine Nachwirkung nur durch die literarischen Denk- »male des Verstorbenen zu erwarten.

»In dieser Beziehung erlaube ich mir, im Anschlusse an die »obengenannte Biographie, noch auf ein letztes literarisches Werk »Oersted's die Aufmerksamkeit des deutschen Publikums zu richten, »auf eine von ihm selbst vollständig durchgearbeitete deutsche Aus- »gabe seiner mechanischen Physik, welche zur größeren Hälfte schon »gedruckt, in einem Bande von etwa 24 Bogen bei Vieweg und »Sohn in Braunschweig nächstens erscheinen wird.

»Obgleich schon in den frühesten Zeiten seiner Wirksamkeit als »öffentlicher Lehrer eifrig mit dem Gedanken beschäftigt, auch all- »gemeine Lehrbücher seiner Wissenschaft für Schule und Universität »zu verfassen, nachher in seiner zweifachen Stellung als Professor »der Universität und Director des von ihm gegründeten polytech- »nischen Institutes noch mehr darauf hingewiesen, ließ er sich den- »noch stets wieder durch eine eigenthümliche Gewissenhaftigkeit da- »von abhalten.

»Er gesteht es selbst, daß jede bedeutendere neue Entdeckung »ihn auf nothwendige neue Untersuchungen hinwies, ihm die durch »Worte nicht ausfüllbaren Lücken unsers Wissens vor die Seele »stellte, und die künstlerisch vollendete Abrundung des Ganzen un- »möglich erscheinen ließ.

»Eine solche Vollendung und Abrundung forderte aber sein »ausgebildeter ästhetischer Sinn, der mit Recht die höchste wissen- »schaftliche Stufe als ein künstlerisches Schaffen erkannte, von des- »sen Ausübung seine an platonische Schönheit streifenden Dialogen »ein würdiges Beispiel geben.

»Auch äußerliche Hindernisse traten für den allseitig in An-»spruch genommenen Geschäftsmann hinzu, zumal da ihn als erste »literarische Größe einer Residenz, trotz alles Sträubens, auch deren »Zeit zersplitternde Verhältnisse berührten.

»Und selbst auf dem wissenschaftlichen Gebiete hatten andere »Arbeiten Anspruch auf ihn. Eine große und schwierige Reihe von »Versuchen über die Zusammendrückung des Wassers und der Gase, »die lang dauernden Versuche über innerste Beziehungen zwischen »Magnetismus und Elektricität, selbst eine eigenthümliche experi-»mentale Arbeit auf dem Felde der synthetischen Chemie, früher »noch eine Versuchsreihe über die Klangfiguren, nahmen einen gro-»ßen Theil der für die Wissenschaft gewidmeten Zeit hinweg.

»Auf diesem Felde der freien Wahl aber beschäftigte ihn vor »allen Dingen ein Streben, welches ihn vor den meisten mitleben-»den Physikern auszeichnete, und dem er von jeher mit besonderem »Eifer sich gewidmet hatte — das Streben, die aus Erfahrung »entsprungene Naturkunde mit der allgemeinen Bildung in Ein-»klang zu bringen und sie zu einem integrirenden Bestandtheile »dieses Gemeingutes zu machen.

»Dies Verweben der neu entstehenden, zum Theil noch form-»losen Naturkunde mit den schon alt ausgebildeten übrigen Rich-»tungen des höheren geistigen Lebens ist eine seiner hervorragenden »und eigenthümlichsten Leistungen, und da er gern selbst sie als den »wichtigsten Theil seiner Bestrebungen bezeichnete, so war es na-»türlich, daß sie ihm die Zeit zur Ausarbeitung vollständiger Lehr-»bücher entzog.

»Zu Anfang seiner Thätigkeit im Jahre 1809 hatte er es je-»doch möglich gemacht, ein kurzes interessantes, und durch Rück-»blicke auf Geschichte und Literatur der Physik belebtes Lehrbuch »der mechanischen Naturlehre herauszugeben.

»In gänzlicher Umgestaltung, mit Holzschnitten versehen, er-»schien das kleine Werk im Jahre 1844 abermals als ein Lehrbuch »für Schule und Universität.

»Eine Uebersetzung des Werkes wünschte Oersted nicht; gern »aber wollte der ehrwürdige Gelehrte, der mit der Wurzel all seiner »Erkenntniß auf deutschem Boden stand, und eine der deutschen »Wissenschaft verwandte Richtung verfolgte, dies sein einziges syste- »matisch-physikalisches Werk, den deutschen Verhältnissen mehr an- »gepaßt, auch in Deutschland verbreitet sehen.

»Als sein Schüler und Freund übernahm ich die minder we- »sentlichen Theile der Arbeit. Der Text dieses nächstens erscheinen- »den Buchs ist aber nicht übersetzt, sondern nur angelehnt an das »däniche Buch von 1844, dabei aber revidirt, abgeändert und ver- »vollständigt worden nach Oersted's eigener Entscheidung und Fassung »der Gegenstände, hervorgegangen aus einer sorgfältigen Discussion, »die er mit mir ein volles halbes Jahr hindurch trotz seines Alters »und seiner vielen Geschäfte, täglich in den Morgenstunden führte. »Nach Vollendung der Arbeit brachten die Zeitverhältnisse eine Stö- »rung in das halb vollendete Unternehmen, aber sie konnten es nicht »ganz hindern. Oersted's Seele war bei einer kräftigen und wahr- »haft kindlichen Liebe für sein Vaterland, das ihm in Sprache, »Sitte und Wissenschaft so viel verdankt, und bei dem vollen Be- »wußtsein des obschwebenden Gegensatzes, doch frei von dem klein- »lichen Geiste, der das Gezänk auf dem Felde der Tagespresse re- »giert, und in dem edeln wahrhaft versöhnlichen Sinne, den ich jetzt »zu seinem Nachruhm hervorheben muß, knüpfte er schon im letzten »Viertel des vorigen Jahres, bei der Vorbereitung einer neuen »Ausgabe des dänischen Buches die Verbindung über Herausgabe »seines deutschen Werkes wieder an, indem er mir zur Vergleichung »mit der deutschen Ausgabe noch die Aushängebogen der neuen dä- »nischen Auflage zu senden versprach. Sein letzter Brief an mich »über diesen Gegenstand ist Ende Januar geschrieben. Der Tod »verhinderte ihn, die neue dänische Ausgabe zu vollenden. So ist »denn das bevorstehende Lehrbuch der mechanischen Physik die letzte, »und bei den vielen eingreifenden Veränderungen, auch für Däne- »mark wichtige, Arbeit des Veteranen und zugleich die einzige, ein »größeres Gebiet der Physik umfassende Darstellung aus seiner »Feder.

»Das Streben dieses Lehrbuches geht hauptsächlich dahin, die »Wissenschaft entschieden und durchaus consequent im experimenta»len Sinne zu behandeln, die Wahrheiten anschaulich zu machen »für das äußere Auge wie für den innern Sinn. Zum Theil »tritt dasselbe dadurch in Gegensatz mit der so sehr üblichen ma»thematischen Behandlungsweise, welche immer vergißt, daß sie uns »nicht die Steine zum Bau, sondern nur die eine Art des Mörtels »liefert, daß sie uns auf dem physikalischen Felde keine Thatsachen »verschafft, sondern nur eine abgekürzte Denkweise und oftmals »einen abgekürzten Ausdruck lehrt, die jedoch beide, wenn sie richtig »wirken sollen, im Kopfe wieder zu Anschauungen übersetzt werden »müssen.

»Mit Recht hielt es Oersted für eine Zierde der Physik und »für ein Glück, daß sie als Erfahrungswissenschaft behandelt wer»den kann, wodurch sie volksthümlicher wird und inniger und ent»schiedener ins gewöhnliche Leben eingreift, in die gewöhnliche »Denkweise übergeht. In dem Lehrbuche der mechanischen Physik »ist die Wirkung einer solchen Darstellung wahrzunehmen; schon »diese Seite derselben steht mit Oersted's allgemeiner Richtung in »Einklang.

»Aber der Verfasser war nicht bloß Forscher und Kenner der »Natur, sondern folgte auch bis an sein spätes Ende der ganzen »Entwickelung seiner Zeit, deren geistige Bestrebungen auf jedem »Felde er begleitete und theilte. So ist er denn wahrhaft berufen »zu dem auf mancherlei Weise jetzt gesuchten Vermittler zwischen »der Naturkunde und den übrigen Richtungen des wissenschaftlichen »Geistes. Namentlich da er überall den Einklang der Erfahrung »unserer Sinne mit dem Denken nachweist, ist er im Stande, das »durch Ueberschwänglichkeit hervorgerufene und jetzt leider zu tief »gewurzelte Vorurtheil gegen die sogenanete Naturphilosophie zu »zerstören, das von den Empirikern selbst gegen einfach wissenschaft»liche Methode ausgebeutet wird. Die Philosophen kann er lehren, »sich nicht länger vor den Empirikern zu scheuen.

»So gedacht ist das Buch und so geschrieben, in einer ein-»fachen klaren Sprache nach einer anschaulichen, rein experimentalen »Methode, wodurch der Leser nicht nur kennen lernt, was gelehrt »wird, sondern auch von Kraft und Eigenthümlichkeit seines eigenen »Anschauungsvermögens erst ein rechtes Bewußtsein erlangt. Das »Andenken des Verstorbenen — so wünsche ich, werde belebt durch »das Buch. Friede sei seiner Asche!«

L. Meyn.

Inhalt.

Erste Einleitung.

Zweite Einleitung.

Allgemeine Grundsätze der Bewegungslehre.

Gleichgewicht des Festen.

Seite

Gleichgewicht des Flüssigen.

Einfluß des Zusammenhangs auf das Gleichgewicht des Flüssigen

Erste Einleitung.

Der sinnliche Eindruck zeigt uns in der Welt eine unendliche Mannigfaltigkeit, welche wir niemals würden fassen können, wenn nicht darin etwas allen Theilen Gemeinsames, etwas Allgemeines wäre. 1

In der ganzen Welt ist unaufhörlich Alles der Veränderung unterworfen; ein jedes Ding befindet sich in dem gegebenen Augenblicke auf dem Uebergange aus einem früheren Zustande in einen kommenden. Jedes Dasein zeigt sich demnach als ein Werden. In diesem unendlichen Wechsel würden wir nichts festhalten können, wenn nicht darin etwas Unveränderliches, etwas Ewiges sich fände. 2

Eine Reihe von Untersuchungen, aus der manche Beispiele in dem Folgenden geboten werden, zeigt eine Gleichheit zwischen den verschiedenartigsten Dingen, welche auf gemeinschaftliche Gesetze der Bildung hindeutet. Zugleich erweisen sich diese Gesetze als unveränderlich. Die Naturgesetze also sind in der Mannigfaltigkeit das Allgemeine und in dem Wandel der Dinge das Ewige. 3

Das Folgende wird nachweisen, daß ein Naturgesetz durch Nachdenken aus dem andern kann abgeleitet werden, so daß die Vorgänge in der Natur mit den Vorgängen im Gedanken übereinstimmen. Die Naturgesetze könnten deshalb auch Naturgedanken genannt werden. 4

Die sämmtlichen Naturgesetze bilden in diesem Sinne ein Ganzes, so wie die sämmtlichen Gedanken in der Vernunft. Es muß daher die Natur von uns als ein Vernunftganzes aufgefaßt werden. 5

Die Mannigfaltigkeit in der Natur ist demnach als eine Gedankenentfaltung, der Wandel als eine Gedankenbewegung zu betrachten. 6

Aber wie da in allem Denken eine Wirksamkeit stattfindet, und der Gedanke, ohne diese gedacht, nur eine Denkform ist, so ist auch in jedem daseienden Ding eine Wirksamkeit, durch die es sein Da- 7

sein behauptet und gegen andere Dinge äußert. Ohne diese Wirksamkeit hat es keine Wirklichkeit. — Im Gebiete des Geistes nennen wir dieses Wirksame *Wille*, im Gebiete der äußeren Gegenstände *Kraft*. Aber gleich wie Wollen und Denken nur Eins ist, blos von verschiedenen Seiten betrachtet, so auch Kraft und Naturgesetz. Sie sind Aeußerungen des göttlichen Willens und des göttlichen Denkens. Die Kraft in der Natur ist zwar nur *eine*, aber in ihrer Wirksamkeit nach den mannigfaltigen in der Natur sich äußernden Denkformen wird sie als eine Mehrheit von Kräften aufgefaßt.

8 So ist, was wir in der Natur erkennen, nicht etwas Fremdes, sondern identisch mit dem, was in uns selber lebt.

9 a. Die Kenntniß von der äußern Natur wird in uns durch die Eindrücke auf die Sinne geweckt. Aber unsre sinnliche Natur ist selbst nach der ewigen Vernunft gebildet und bietet die Sinneneindrücke bereits in einem gewissen Grade geordnet und für unser Bewußtsein bearbeitet dar. So weit wir aber keine bewußte Wirksamkeit zu ihrer Auffassung anwenden, sondern sie nur mit der gewöhnlichen Aufmerksamkeit entgegennehmen, bilden sie *Wahrnehmungen*. Erwirbt man sich mit geistiger Selbstthätigkeit Wahrnehmungen, so heißen sie *Beobachtungen*; setzen wir selbst die Natur in Thätigkeit, um den Vorgang dieser Thätigkeit zu sehen, so machen wir *Versuche*, wir *experimentiren*.

b. Die Kunst, Erfahrungen für wissenschaftlichen Gebrauch zu erwerben und zu benutzen, ist nach und nach zu einer großen Vollkommenheit ausgebildet worden, die jedoch noch stets im Steigen begriffen ist. Obgleich der Anfang dieser Kunst schon in die frühesten Zeiten des Menschengeschlechtes fällt und bei Griechen und Römern sich einigermaßen entwickelt hatte, so ist das doch nur als unbedeutend anzusehen, wenn man damit vergleicht, wie sie sich in den letzten Jahrhunderten ausgebildet hat; so ist unter andern die Kunst zu experimentiren beinahe als eigenthümlich für diese zu betrachten. In dieser ganzen Erfahrungskunst wirken Gedanke und Anschauung in ihrer innigsten Verbindung. Die Ausdehnung und Fülle, welche die Naturwissenschaft erreicht hat, entspricht diesem Fortschritte der Untersuchungskunst. Denkt man sich einen der größesten Naturforscher des Alterthums damit vertraut gemacht, so müßte sie ihn in die höchste Begeisterung versetzen.

c. Die Naturwissenschaft hat einen Einfluß auf das Menschen-

geschlecht ausgeübt, der selten in seiner ganzen Ausdehnung erkannt wird. In demselben Grade, als wir die Natur vollkommener kennen, lernen wir sie auch vollkommener beherrschen. Die Vernunft giebt schon als Vermögen dem Menschen die Herrschaft über die Erde, aber durchdringen wir mit dieser Vernunft die Natur, so erreicht die Herrschaft ihre größeste Ausdehnung. Hiedurch wird der Mensch in mannigfaltigster Weise von dem Zwange befreit, unter welchem die Natur ihn sonst hält, und gewinnt so eine größere Freiheit im Gebrauch seiner geistigen Kräfte. Aber auch schon diese Kräfte selbst werden durch sie am besten gestärkt und geleitet; denn indem der Gedanke unaufhörlich die Natur selbst zum Lehrmeister hat, wird er zugleich zurecht gewiesen und aufgemuntert durch eine unfehlbare Vernunft.

Die Ueberzeugung, daß die ganze Natur eine Vernunfteinrichtung sei, entwickelt sich zu höherer Lebendigkeit und Fülle in demselben Grade, wie die Einsicht vollkommner wird, und hat einen ganz anderen Einfluß auf den Zustand des Geistes als der, den blos erlernte Meinungen haben können; denn die mit dem Gedanken verschmolzene Anschauung gliedert sich mit unserer Einsicht als ein wesentlicher Bestandtheil unsers ganzen Ich. Der aufgeklärtere Theil des Menschengeschlechtes nimmt mehr oder minder an der hieraus fließenden Wohlthat Theil, und nur dadurch ist die finstere Furcht vor den Naturmächten, die in manchen Zeitaltern so viel Aberglauben verbreitet und zu so manchen Thorheiten verleitet hat, mächtig eingeschränkt worden. Die abergläubische Denkweise, die nicht in einem deutlich ausgesprochenen Glauben besteht, sondern in der verwirrten Einbildung von einem Etwas, das außer der ewigen Vernunftordnung wirken sollte, kann nicht in einem Geiste bestehen, der mit klaren Anschauungen von der stets vernunftgemäßen Wirksamkeit der Natur erfüllt ist.

Zwar hat sich in den letzten paar Menschenaltern ein Bestreben gezeigt, den Aberglauben wieder zu erwecken und ihn durch seine poetische Seite zu beschönigen, doch muß man gestehen, daß er dadurch nie eine größere Wahrheit erlangen kann, als die Götter der alten Religionen. Man hat sogar durch die Naturwissenschaften den Aberglauben vertheidigen wollen, indem man darauf hinwies, daß der unermeßlich größere Theil der Natur uns unbekannt ist. Diese Vertheidigung kann selbst bei Unkundigen nur eine Möglichkeit erweisen, welche jedoch um so bedeutungsloser ist, je mehr von den Einbildungen des alten Aberglaubens schon so beleuchtet sind, daß

ihre Richtigkeit ausgemacht ist; für den aber, der nicht zufrieden war, sich die Naturwissenschaft durch Gedächtniß und Verstand anzueignen, sondern sich in das Ganze derselben eingelebt hat, ist es klar, daß die engen Gränzen unserer Naturwissenschaft keinen Anlaß zu der Erwartung geben, daß jenseits dieser eine andere Natur sein sollte. Diese Gränzen sind seit der Wiedergeburt der Wissenschaften unaufhörlich erweitert worden, und wir sind vollkommen überzeugt, daß sie fortfahren werden, sich zu erweitern. Durch diese fortgesetzte Erweiterung der Naturwissenschaft sind mancherlei Ahnungen über die geheimen Naturverhältnisse vernichtet und viele andere, die aus einem richtigen Naturgefühl entsprungen waren, bekräftigt: aber in der Bekräftigung selbst hat es sich gerade gezeigt, daß sie in einem Vernunftzusammenhange begründet waren, den wir ja in der Natur annehmen und so unaufhörlich wiederfinden.

10 Zwar ist die Naturforschung durchaus ungenügend, wenn wir nicht in einer großen Auffassung Alles vereinigen, was wir mit unseren Kräften in verschiedenen Richtungen entdeckt haben, allein wir müssen doch lange Zeit in jeder Richtung zubringen, und jeder Naturforscher muß eine bestimmte Richtung, oder mehrere, wählen, auf die er besonders seine Aufmerksamkeit richtet. Er kann entweder Naturgegenstände sammeln, ordnen und beschreiben, und den eigenthümlichen Gesetzen nachspüren, die in einem abgesonderten Daseinskreise sich offenbaren, oder er kann die Gesetze der allgemeinen Naturveränderungen aufsuchen, das heißt solcher Veränderungen, die mit allen Körpern vorgehen können. —

Denkt man sich die Beschreibung der Gegenstände in gesonderter Behandlung, so bildet dies die Naturbeschreibung, und so hat man Sternbeschreibung, Erdbeschreibung, Mineralbeschreibung, Pflanzenbeschreibung, Thierbeschreibung; man hat gleichfalls Beschreibung ihres inneren Baues, eine innere Naturbeschreibung, wozu die Anatomie gehört; aber dabei bleibt man nicht stehen: man sucht die Gesetze, welche in den beschriebenen Naturabtheilungen sich offenbaren. So entsteht die Lehre über die Naturgesetze des Sternenhimmels, als *Astronomie*, die Entwicklungsgesetze der Erde als *Geologie*, die Naturgesetze des Pflanzenlebens, als *Phytonomie*, und die Naturgesetze des Thierlebens, als *Zoonomie*.

11 Die Wissenschaft der allgemeinen Naturgesetze heißt die *allgemeine Naturlehre*, Physik in des Wortes engerem Sinne; im weiteren und ursprünglichen Sinne bedeutet es die ganze Naturwis-

senschaft. Jene Wissenschaften, die sich auf die Gesetze in gesonderten Naturabtheilungen beziehen, bilden die besonderen Zweige der Naturlehre.

a. Die allgemeine Naturlehre behandelt entweder die den Kör- 12
pern ganz äußerlichen Veränderungen, welche in Veränderung des Ortes, der Stellung, d. i. der Bewegung bestehen, oder die innerlichen, bei denen keine für die Sinne unmittelbar erscheinende Bewegung auftritt, und die in des Wortes weitester Bedeutung chemische Veränderungen genannt werden. So theilt sich die allgemeine Naturlehre in Bewegungslehre und Chemie. Gewöhnlich nimmt man das letzte Wort in viel eingeschränkterer Bedeutung und bezeichnet damit blos die Lehre von Verbindung und Scheidung der Stoffe. In diesem Falle aber behandelt die Chemie unserer Tage viele andere innerliche Veränderungen als Theile von Hülfswissenschaften. Chemie im engeren Sinne des Worts könnte auch Chemie der Stoffe genannt werden. Man hat die ganze Chemie auch Kraftlehre genannt, weil man die innerlichen Veränderungen als die nächsten Aeußerungen der einzelnen Naturkräfte betrachtete; aber dieses wird besser zum Gegenstand der Untersuchung am Schluß der Wissenschaft gemacht. Obgleich nun unsre Wissenschaft die Abhandlung der Naturgesetze in ihrer Allgemeinheit zum Hauptzwecke hat, so bleibt sie doch dabei nicht stehen, sondern stellt sie zugleich in ihrer nächsten Anwendung auf die Naturverhältnisse dar, so daß man sie in ihrer Vereinigung mit dem Inhaltsreichthum der Wirklichkeit anschaut.

b. Ungeachtet die Kunst zu experimentiren sich in der Untersuchung aller Gegenstände anwenden läßt, die uns zu Gebote stehen, so hat dieselbe doch die umfassendste Anwendung in der allgemeinen Naturlehre gefunden, und zwar so sehr, daß man dieser sogar den Namen danach gegeben und sie Experimentalphysik genannt hat. Kein anderer Theil der Naturwissenschaft hat eine so große Freiheit in der Wahl der Gegenstände für seine Experimente, weil es gemeiniglich die unorganischen Stoffe des Erdballs sind, mit denen sie sich befaßt. Diese Freiheit ist ihr aber auch sehr nothwendig, da die Gegenstände und Wirkungen in der unorganischen Natur selten mit einer so scharfbezeichneten Selbsteigenheit (Individualität) hervortreten, als in der organischen. Sie hat daher in eigenthümlicher Weise die Experimentirkunst in sich aufgenommen und entwickelt, mit deren Hülfe sie dem Verborgenen in den Naturwirkungen nachspürt, wäh-

rend sie, so weit die Wahrheiten bereits aufgefunden sind, die Experimente benutzt, einerseits, um jene zu beweisen, andrerseits, um sie klar vor die Anschauung hinzustellen. Indem der Physiker so zu dem hinstrebt, was die Natur hervorbringt, wird der Geist selbst in eine schaffende Verfassung gesetzt, durch welche er in eine mehr innerliche Uebereinstimmung mit der Natur tritt. Ernstlich muß der Forscher sich hüten, diese Uebereinstimmung dadurch zu verlieren, daß er allzu ausschließlich seinen Blick auf die mannigfaltigen Einzelheiten richtet, an denen seine Wissenschaft so reich ist, und die er freilich auch nicht entbehren kann.

c. Da alle Gegenstände und alle Wirkungen ihre Form und Größe haben, so mußte die allgemeine Naturlehre nothwendig eine innige Verbindung mit der Mathematik eingehen. Der Einfluß der letzteren auf erstere ist den Meisten vorzüglich in die Augen fallend gewesen, aber der Einfluß der Naturlehre auf die Mathematik erweiset sich als nicht minder groß für den, der ernstlich und unbefangen die Geschichte der Wissenschaften überschaut. Indem die Entdeckungen, welche durch experimentale Kunst geschahen, der Mathematik so mannigfaltige neue Gegenstände darboten, wurden ihre Pfleger zu neuen Untersuchungen aufgefordert, wodurch die Wissenschaft eine Erweiterung nach der andern erhielt. Auf der anderen Seite erweiterten wieder die Untersuchungen der Mathematiker die Entdeckungen der Naturlehre, wenn diese vorher so weit gediehen waren, daß sie klar am Tage lagen; oft aber mußte die experimentale Kunst sie manche Menschenalter, ja manche Jahrhunderte hindurch bearbeiten, ehe sie dieselben von allen Seiten so beleuchten konnte, daß die Mathematik mit wahrhaftem Nutzen auf sie angewendet werden durfte. Die Elektricität, die Chemie der Stoffe, der innere Bau der Körper erfordern noch immer eine große experimentale Bearbeitung, ehe sie in recht befriedigender Weise zum Vorwurf für die Mathematik dienen können, die bisher blos ihre Gränzen hat berühren dürfen. Aber im Vorschreiten der Wissenschaft bereitet sich eine Zeit vor, wo jene Gegenstände ein ungeheures Feld für die Mathematik und ihre weitere Entwickelung eröffnen werden, wogegen dann wieder die Naturlehre ihre Wohlthaten von der Mathematik empfangen wird.

Man hat oft versucht, diejenigen Abschnitte der Naturlehre, welche Gegenstände für die Mathematik darbieten, zu einer angewandten Mathematik umzuschaffen. Man hat aber darin das Wesen der

Naturlehre verkannt. Wie die Mathematik die Naturgegenstände in eigener Weise behandeln muß, so muß es auch die Physik. Das Ideal für jene ist, Alles auszurichten, ohne etwas aus der Erfahrung zu entlehnen, und wenn sie zufolge der Unmöglichkeit, das Ideal zu erreichen, eine Anleihe bei der Erfahrung macht, so muß diese etwas so Allgemeines, so wenig Individualisirtes als möglich sein. Es gehört zu ihrer Kunstvollkommenheit, lieber die weitläufigsten Umwege zu gehen, als den fremden Stoff der Erfahrung in sich aufzunehmen. Ganz anders verhält es sich mit der Naturlehre. Ihr wissenschaftliches Eigenthum ist die Natur, sie leiht nicht von ihr, sondern sie schöpft aus ihr als ihrer eigentlichen Quelle. Ihr Ideal ist es, den Gegenstand vor die Anschauung zu stellen, und nur mit Rücksicht darauf behandelt sie Formen und Größen. Sie will die Ueberzeugung durch Hülfe der Anschauungen in ihrem Vernunftzusammenhange bestätigen, nicht aber dadurch, daß sie, wie die Mathematik, die bloßen Anschauungsformen durch den Gedanken als Herrscher bearbeiten läßt. Es braucht kaum gesagt zu werden, daß auch die Naturlehre nicht ganz das Ideal ihres Vortrages erreichen kann; sie steht sogar hierin noch hinter der Mathematik zurück, deren sie sich nur allzu oft in ihrer eigenen Form ohne Umgestaltung oder Assimilirung bedient hat. Man sieht jetzt leicht ein, was man zu dem uns so oft begegnenden wissenschaftlichen Vorurtheil sagen soll, daß der Vortrag der Naturlehre um so vollkommener sei, je mehr er sich der Mathematik nähere.

d. Im innigsten Zusammenhange mit dem Vorhergehenden steht auch das, daß die Naturlehre suchen muß, den Gedankenzusammenhang der Dinge so darzustellen, daß das Wirksame in der Natur hervorgehoben wird, wogegen sich die Mathematik meistens darauf beschränkt, sie in ihrer Gedankennothwendigkeit zu zeigen. Die Naturlehre sucht die Dinge in ihrem Werden darzustellen, die Mathematik hält den in diesem Werden waltenden Gedanken fest.

e. Die Naturlehre benutzt auch da, wo das materielle Experimentiren nicht möglich ist, im Denken die experimentale Form, sie stellt Gedankenexperimente an, das heißt, sie nimmt in Gedanken Handlungen vor, um zu sehen, was dadurch hervorgebracht wird, oder daraus folgt. Im Laufe dieses Buches wird man manche dergleichen Beispiele finden, von denen nur vorläufig §§. 24, 30, 38 genannt werden.

Zu den Gedankenexperimenten gehören auch die Hypothesen

in ihrer rechten Anwendung; man versucht nämlich, wie weit man von einem gewissen Grundgedanken aus sich Rechenschaft von einer Naturbegebenheit oder einer Reihe von Naturbegebenheiten ablegen kann; das geschieht dadurch, daß man so weit als möglich aus jenem Grundgedanken alle seine Folgen ableitet, und nachsieht, ob sie sich wirklich so in der Erfahrung vorfinden. Solche Gedankenversuche gehören ganz zur Natur der Wissenschaft, aber man muß sich hüten, daß sie sich nicht als alte verhärtete Lehrmeinungen festsetzen, die man später vielleicht als unvermeidliche behandelt. In manchen Fällen können Hypothesen zur höchsten Gewißheit führen, wenn sie nämlich nicht sich auf eine so ganz vermuthliche Ursache gründen, daß deren Dasein selbst Vermuthung oder vielleicht Dichtung ist, und wenn dabei die Untersuchung zeigt, daß nicht allein die bekannten Verhältnisse, welche Anlaß zu der Hypothese gaben, wirklich damit stimmen, sondern daß auch mehrere früher unbekannte sich daraus ableiten lassen und in der Erfahrung wiedergefunden werden; wenn endlich die Aufhebung der vermeintlichen Ursache auch die Wirkungen in der Erfahrung verschwinden läßt, und wenn obenein alle Wirkungen in der bestimmten Größe auftreten, welche die Voraussetzung fordert. Man spricht oft so, als ob die mathematische Gewißheit die einzige vollkommene sei, aber in unzähligen Fällen fühlen wir uns eben so sehr durch eine unendliche Wahrscheinlichkeit vergewissert; so giebt es zum Beispiel viele Menschenwerke, von denen man mit jener unendlichen Wahrscheinlichkeit, die eine Gewißheit bildet, aussagen kann, daß sie nicht Erzeugnisse der unorganischen Natur sind. Dieser unendlichen Wahrscheinlichkeit soll die Naturwissenschaft in zahllosen Fällen nachstreben.

Zweite Einleitung.

Körper nennen wir einen erfüllten und begränzten Raum; das, was den Raum erfüllt, heißt Materie. Durch die Raumerfüllung unterscheidet sich der wirkliche Körper von dem sogenannten mathematischen, der nur ein in unserer Vorstellung begränzter leerer Raum ist, wie auch von dem Schatten und freischwebenden optischen Bildern, die zwar einen begränzten Raum einnehmen, aber nicht erfüllen. 13

Einen Raum erfüllen ist Widerstand leisten gegen das Eindringen von etwas anderem Raumerfüllenden. Diese Bestimmung würde uns nicht befriedigen können, wenn wir nicht durch unseren eigenen Körper die Raumerfüllung kennten. Gewöhnlich lehrt uns das Betasten die Raumerfüllung anderer Körper. Obgleich wir in vielen Fällen auf diesem Wege eine solche Kenntniß nicht erhalten können, so haben wir doch darin einen hinreichenden Anfang derselben, und entdecken später durch eine Reihe von Vergleichungen andere weniger klar hervortretende Raumerfüllungen. 14

Die hier gegebene Bestimmung des Unterschiedes eines Körpers von dem, was nicht Körper, der Materie von dem, was nicht Materie ist, soll keineswegs diese Begriffe erschöpfen, im Gegentheil soll nun nach und nach eine Reihe von neuen Bestimmungen hinzugefügt werden, und jeder dieser Begriffe wird erst durch die ganze Wissenschaft völlig erschöpft.

Die Kraft, durch welche ein Körper raumerfüllend wirkt, äußert sich auch durch Widerstand gegen Zusammendrückung. Im Folgenden wird sich zeigen, daß dieser Widerstand steigt, so wie der Körper in einen kleineren Raum zusammengedrückt wird, und daß er wieder zu seinem vorigen Raume sich ausdehnt, so bald die drückende Kraft darauf zu wirken aufhört. So wird man sich überzeugen, daß die raumerfüllende Thätigkeit eine Ausdehnungskraft ist. 15

Nur unter den festen Körpern wird man Ausnahmen von dem Gesetze finden, daß der Widerstand mit dem Drucke steigt; aber alle

die zahlreichen Fälle, welche hieher gehören, erweisen sich nur als Folgen einer durch größere drückende Kräfte hervorgebrachten Zerstörung des inneren Baues der Körper.

Ausdehnungskraft scheint der am besten bezeichnende kurze Name für die raumerfüllende Thätigkeit. Man hat dieselbe sehr allgemein Undurchdringlichkeit genannt, aber dieser Name weiset nicht auf die Thätigkeit hin, durch welche der eindringende Körper zurückgehalten wird, und außerdem kann man nur durch willkürliche Voraussetzungen diesen Namen mit den zahlreichen Fällen in Uebereinstimmung bringen, wo ungleichartige Körper einander durchdringen, z. B. Wasser und Wein, Blei und Quecksilber, Luft und riechende Stoffe.

16 Alle Körper haben Schwere, welche sich darin zeigt, daß sie zur Erde zu fallen streben. Im Folgenden wird sich herausstellen, daß die Ausnahmen davon nur scheinbar sind. Gleicherweise werden wir uns überzeugen, daß die Schwere die Aeußerung einer allen körperlichen Theilen eigenthümlichen Anziehung ist.

17 Alle Körper haben Zusammenhang, der in dem Widerstande besteht, den sie gegen Trennung ihrer Theile ausüben.

18 Alle Körper können getheilt werden. Nimmt man das Wort in mathematischer Bedeutung, so meint man damit eine Eintheilung. Diese mathematische Theilung geht in's Unendliche, d. h. man kann sich keinen Theil des Raumes so klein denken, daß derselbe nicht wieder könnte getheilt werden. Zur physischen Theilung gehört dagegen, daß der Zusammenhang überwunden und die Theile auseinander gebracht werden. Ob auch diese in's Unendliche gehe, ist eine Frage, welche hier nicht entschieden werden kann; dagegen ist es gewiß, daß keine Erfahrung uns zu so kleinen Theilen geführt hat, daß eine weitere Theilung wäre unmöglich gewesen.

Das Gold kann so fein gehämmert werden, daß ein Quentchen die Oberfläche eines erwachsenen Menschen deckt.

Wird eine stark vergoldete Silberstange zu einem dünnen Draht ausgezogen, so wird die Vergoldung mit ausgezogen.

Eine mit 2 Loth Gold belegte Silberstange ließ sich zu mehr als 66 Meilen (1,584,000 Fuß) in $\frac{1}{8}$ Linie Dicke ausziehen. Legt man ein Stück so vergoldeten Silberdrahtes in Scheidewasser, so wird das Silber aufgelöst, und das Gold bleibt als ein Häutchen zurück. Dieses Häutchen schmilzt in Königswasser so schnell wie Zucker in gewöhnlichem Wasser.

Eine so kleine Moschusmenge, wie sie nur auf der allerfeinsten Waage gewogen werden kann, ist im Stande, mit ihrem Geruche ein großes Zimmer zu erfüllen.

Im Wasser findet man häufig Thiere von solcher Kleinheit, daß man sie nur mit bewaffneten Augen sehen kann. Färbt man ein solches Wasser mit Carmin oder Indigo, so werden manche innere Theile dieser Thiere sichtbar, und man erkennt Mund, Magen, Eierstock in Thieren, die doch nur $\frac{1}{2000}$ Linie im Durchmesser haben. Einige von diesen Thieren haben Schalen von Kalk, andere von Kiesel. Diese bleiben nach dem Tode der Thiere übrig, und werden in großen Lagen in der Erde angetroffen. Man hat berechnet, daß zuweilen 4000 Millionen dergleichen in einem Kubikzolle angetroffen werden.

Man unterscheidet unzählige Arten der Materie. Eine Art der 19
Materie, in ihrer Eigenthümlichkeit betrachtet, wird ein Stoff genannt. Wenn zwei verschiedene Stoffe eine solche Verbindung eingehen, daß beide zusammen ein gleichartiges Ganze, einen dritten Stoff bilden, so nennt man eine solche Verbindung chemisch; wenn dagegen die Theile blos so unter einander zu liegen kommen, daß man die, welche dem einen Stoff angehören, von denen des anderen unterscheiden kann, so ist nur ein mechanisches Gemenge zu Wege gebracht. Daraus sieht man leicht, was unter mechanischer und chemischer Trennung zu verstehen ist. z. B. Salz vereinigt sich mit Wasser zu einer klaren Auflösung, worin der kleinste, selbst für's bewaffnete Auge kaum sichtbare Tropfen, noch Salz enthält. Diese chemische Verbindung kann auch wieder chemisch getrennt werden, wenn man das Wasser verdampft, so daß das Salz zurückbleibt.

Wenn eines Körpers Theile mit aller größester Leichtigkeit über 20
einander hin und her gleiten können, so heißt er flüssig (im weiteren Sinne), gehört aber eine merkliche Kraft zur inneren Verschiebung seiner Theile, so heißt der Körper fest *).

---

*) Diese herkömmliche Dichotomie, in flüssige und feste Körper, stellt jedoch leicht, besonders für die mit der Sache noch nicht vertrauten Anfänger, das Verhältniß der drei Cohäsionszustände in ein falsches Licht, denn Festigkeit, Flüssigkeit im engern Sinne und Luftzustand sind drei gleichberechtigte Formen, worin jeder Körper erscheinen kann und die nur auf quantitativen Unterschieden einer Bedingung, der Wärme, beruhen. Wasser und Luft haben zwar gemein, daß ihre Theile absolut verschiebbar sind, allein der feste Körper und das Wasser haben wiederum gemein, daß sie unabhängig vom Drucke

Man hat das Wesen der Flüssigkeit in dem geringeren Zusammenhange finden wollen, aber man braucht sich nur recht klar darüber zu sein, was man sich eigentlich als Flüssigkeit denkt, um die oben gegebene Bestimmung richtig zu finden. Man kann auch den Unterschied zwischen dem Zusammenhange der Flüssigkeiten und der inneren Beweglichkeit der Theile sehen, wenn man eine Nähnadel oder einen kleinen Splitter von Metall oder Stein vorsichtig auf eine Wasserfläche legt. Ein solcher Körper wird auf der Oberfläche liegen bleiben. Giebt man ihm aber Gelegenheit, dieselbe zu zerreißen, so daß er nun nur den Widerstand der Theile gegen Verschiebung zu überwinden hat, so sinkt er zu Boden.

Auch die Gränze zwischen den Oberflächen zweier Flüssigkeiten z. B. zwischen Terpentinöl und Wasser, zeigt einen ähnlichen Widerstand.

21 Ein fester Körper ist um so härter, je größer die Kraft ist, deren man bedarf, um darin eine gewisse Verschiebung der Theile hervorzubringen, und dagegen desto weicher, je geringer die erforderte Kraft ist. Ein flüssiger Körper kann daher als unendlich weich betrachtet werden. Ein Körper heißt spröde, sobald mit der Verschiebung der Theile eine Zerreißung verbunden ist, dehnbar dagegen, sobald die Verschiebung der Theile keine Zerreißung mit sich führt. Ein Körper hat desto größere Stärke, in je höherem Grade er Härte und Dehnbarkeit vereinigt.

22 Die flüssigen Körper, im weiteren Sinne, theilen sich in eigentlich flüssige Körper, Fluida, welche sich nur wenig ausdehnen, wenn jeder äußere Druck entfernt wird, und luftige, Li-

---

für sich selbst einen begränzten Raum einnehmen. Es wäre also die Dichotomie, welche feste Körper und Wasser zusammenfaßte, und die Luft alleine stellte, eben so berechtigt. Daß man Wasser und Luft zusammen flüssige Körper nennt, ist eine von den Physikern beliebte Erweiterung des Wortsinnes, denn das Wort »fließen" schließt den Begriff der Begränzung und wo möglich der selbstständigen Begränzung in sich, während ein Fließen, das ohne diese Begränzung ist, so wie alles Fließen der Luft, und das des Wassers, innerhalb seiner selbst, durch das Wort »strömen« bezeichnet wird. Diesem Sprachgebrauch bleiben sonst alle Physiker treu, und nur an der einen Stelle, wo von Cohäsionszuständen ausdrücklich die Rede ist, gebrauchen sie das Wort »flüssige Körper« im weitern Sinne. Da ich mich nicht entschließen kann, das sprachlich falsche Wort »tropfbar« zu gebrauchen, so habe ich an den wenigen Stellen, wo das Wort flüssig im weiteren Sinne gebraucht wird, dieses hinzugesetzt. Die sprachliche Bemerkung war ich den Lesern des Buches schuldig; die sachliche, welche vorangeht, habe ich um so lieber gemacht, als ich weiß, daß der Verfasser sie vollkommen billigt, wie man auch schon aus der Anmerkung, welche diesen Abschnitt schließt, erwarten durfte. L. M.

quida, für deren Ausdehnung, bei aufgehobenem Drucke wir keine Gränzen gefunden haben. Jene werden, ohne eine große Kraft, nicht merklich zusammengedrückt, diese zeigen eine deutliche Zusammendrückung schon durch eine sehr kleine Kraft. Man kann deshalb auch von den Luftarten sagen, daß sie sehr *ausdehnsam* sind, wodurch sie leicht im Raume sich verbreiten. Die Flüssigkeiten dagegen, welche nur einen unmerklichen Grad dieser Eigenschaft haben, nehmen leicht Tropfengestalt an.

Federkraft, Elasticität legt man den Körpern bei, so weit 23
sie, nachdem ihre Theile durch äußere Kraft aus der gegenseitigen Stellung gebracht sind, ihre frühere Stellung wieder einnehmen, wenn jene Kraft aufhört zu wirken. Diese Eigenschaft gehört eigentlich zur Natur der Körper im Allgemeinen, und ein Mangel derselben beruht nicht auf ihrer Grundbeschaffenheit, sondern auf der Zusammenstellung der Theile. Sehr kleine Theile unelastischer Körper zeigen deshalb beinahe immer eine entschiedene Federkraft.

Mit Vorsatz habe ich die allgemeinen Eigenschaften der Körper kurz behandelt, weil eine genaue Kenntniß derselben nur durch die ganze Wissenschaft gewonnen wird. Es wäre zu wünschen, daß Jeder recht durchdrungen würde von dem Gedanken, daß, welche Eigenschaft, und welches Gesetz auch wir an einer bestimmten Stelle in der Wissenschaft behandeln, diese doch nur einseitig aufgefaßt werden, wenn man sie für sich allein nimmt und nicht als Glieder in einer ganzen Anschauung betrachtet.

So würde es eine sehr ungenügende Vorstellung von der Festigkeit, Flüssigkeit und Luftigkeit geben, wenn man sich blos an das halten wollte, was hier so eben darüber gesagt wurde und allein gesagt werden durfte. In einem andern Theile der Wissenschaft wird gezeigt, daß jene drei Zustände für jeden Stoff in verschiedenen Wärmegraden möglich sind, und auf einem inneren Wärmezustande beruhen. Bei einer anderen Untersuchung wird nachgewiesen, daß darin ein eigener Bewegungszustand waltet, und wieder bei einer anderen, daß der Uebergang von Flüssigkeit zur Festigkeit mit einer innerlichen Gestalterzeugung zusammenhängt, und daß selbst der Uebergang des luftigen zu flüssigem Zustande nicht ganz ohne eine solche ist. Es wäre noch viel mehr über diese Gegenstände aus anderen Theilen der Wissenschaft hier anzuziehen, aber dies wird hier blos als aufklärendes Beispiel angeführt. Ich habe auch einige Eigenschaften übergangen, welche sonst unter den *allgemeinen* auf-

geführt werden, aber in Wahrheit nicht dahin gehören. Man nennt nämlich die Porosität unter diesen allgemeinen Eigenschaften, und meint dies durch Versuche zu beweisen, wenn man Quecksilber durch Leder preßt; aber man übersieht, daß die Porosität, welche allen Körpern zukommen sollte, ihren Platz in der atomistischen Theorie gehabt hat, und in Zwischenräumen zwischen den Atomen bestehen soll, d. h. zwischen Theilen, die für jede Wahrnehmung zu klein sind. Das Dasein dieser Poren kann kein Vergrößerungswerkzeug uns beweisen. Die Oeffnungen dagegen, durch welche man Flüssigkeiten pressen kann, können sehr gut mit dem Mikroskope gesehen werden. Gäbe es solche Poren, wie die Atomisten annehmen, so müßte man dieselben Grundporen nennen, diejenigen aber, welche man sinnlich erkennt, müßten secundäre Poren heißen, obgleich weder der philosophische noch überhaupt ein genauer Sprachgebrauch dieselben als Poren bezeichnet; denn nur in experimentalen Lehrbüchern werden sie oft damit verwechselt. Nennt man sie aber Poren, so muß man doch verschiedene Ordnungen in ihnen unterscheiden, wie denn Zellen und Gefäße organischer Körper solche verschiedene neben einander bestehende Ordnnngen bilden.

Der neueren Chemiker Atome müssen nicht mit den Atomen der alten Metaphysiker verwechselt werden. Die Atome jener sind nur Theile, welche nicht getrennt werden können, ohne daß der Körper in seine Bestandtheile zerlegt würde. *Beweglichkeit* und *Trägheit* *) müssen nicht als Eigenschaften, sondern als Gesetze behandelt werden.

---

*) Ich habe hier den alten Namen Trägheit gebraucht, nicht weil ich ihn für richtig halte, sondern um durch einen neuen Namen nicht unverständlich zu sein. Der jetzt gebräuchlichere Name *Beharrungsvermögen* ist falsch, weil es, wie eben gesagt, keine Eigenschaft, kein Vermögen, sondern ein Gesetz ist. — Die Philosophen haben ein sehr treffendes Wort für das hier zu Bezeichnende, obgleich ihrer wenige wissen, daß es mit der »Trägheit« des Physikers identisch sei, nämlich *Willenlosigkeit*. Dies Wort ist bestimmt; »Willenlosigkeit der Materie« versteht Jeder von selbst, »Trägheit der Materie« soll erst erklärt werden. Um seiner Selbstverständlichkeit willen habe ich mich auch nicht gescheut, im Verlauf des Buches das Wort zu gebrauchen, besonders wo es adjectivisch vorkommt. Zu wünschen wäre, daß es überhaupt in die Physik eingeführt würde. Das Wort Trägheit hat unzählige Mißverständnisse, besonders bei Anfängern und Nichtphysikern veranlaßt. An der Negation, die im Worte Willenlosigkeit liegt, stoße man sich nicht, es soll eben etwas Negatives ausgesprochen werden, es soll nicht eine neue Eigenschaft der Materie angegeben werden, sondern es wird blos eine falsche Voraussetzung, die wir etwa machen könnten, zurückgewiesen. Darum finden wir auch dieselbe Negation in dem ursprünglichen lateinischen Namen *inertia*, der blos nach dem Lexicon in »Trägheit« übersetzt worden ist. L. M.

Bewegungslehre.

Allgemeine Grundsätze.

Man sagt von einem Körper aus, daß er sich bewege, wenn er 24
seinen Ort verändert. Wir können jedoch nie den Ort erkennen, den ein Körper in Absicht auf den ganzen unendlichen Raum einnimmt, sondern nur seinen Ort in Beziehung auf andere Körper, seine Stellung gegen diese. Wenn wir also von eines Körpers Bewegung handeln, so müssen wir eigentlich den Raum näher bezeichnen, in Absicht auf welchen er seinen Ort verändert. Geschieht dies nicht, so ist stillschweigend unsere eigene Umgebung der Schauplatz menschlicher Thätigkeit, die Erdoberfläche, verstanden. Die ausdrückliche Bestimmung kann ein engeres und weiteres Gebiet bezeichnen. Ein Körper kann z. B. sich auf einem Schiffe von einem Ende zum andern bewegt haben, das Schiff aber mittlerweile in einer solchen Bewegung gewesen sein, daß der Körper in Absicht auf die Oberfläche des Erdballes fortdauernd denselben Ort einnimmt. Da aber die Erde sich wieder um die Sonne bewegt, und diese eine eigene Bewegung in einer noch höheren Zusammenstellung der Dinge hat, die wohl auch noch nicht das höchste Glied in der Kette körperlicher Dinge bildet, so kann die eben angeführte Betrachtungsweise beliebig ausgedehnt werden.

Eine Bewegung, welche für den ganzen unendlichen Raum Gültigkeit haben sollte, müssen wir *selbstgültig* oder *absolut* nennen. Eine solche können wir nie erfahren oder kennen lernen. Wir können durch Abstraction eine Vorstellung derselben gewinnen, die aber für die Naturlehre bedeutungslos und unfruchtbar ist.

Alle für uns wahrnehmbare Bewegungen, welche nur auf bestimmte Raumgebiete Bezug haben, heißen *beziehungsweise — gültig* oder *relativ*.

Ruhe ist nichts anders als Mangel der Bewegung. Sie unterliegt deshalb auch denselben Bestimmungen.

Die *Geschwindigkeit* einer Bewegung ist nicht bloß abhän- 25
gig von der Größe einer durchlaufenen Strecke*), sondern auch von der darauf verwendeten Zeit.

---

*) Die deutschen Lehrbücher sprechen gemeiniglich von durchlaufenen Räu-

Haben zwei Bewegungen in gleich langen Zeiten statt, so verhalten sich die Geschwindigkeiten genau wie die durchlaufenen Strecken.

Wird dieselbe Strecke in zwei Bewegungen von verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen, so bedarf die geringere Geschwindigkeit einer größeren Zeit. Haben demnach zwei Bewegungen eine gleiche Strecke zurückgelegt, so verhalten sich ihre Geschwindigkeiten umgekehrt, wie die aufgewendeten Zeiten.

Wenn zwei Geschwindigkeiten g und g′ mit einander verglichen werden sollen, und weder die zurückgelegten Strecken noch die dazu verwandten Zeiten sind einander gleich, so bedarf es eines Ausdruckes für die Geschwindigkeit, welcher in einer einzigen Größe das Verhältniß der Zeiten und der Wege angiebt.

Ist g eine zu erörternde Geschwindigkeit, s die Anzahl der Wegeinheiten, welche sie irgend einmal zurückgelegt hat, und z die Anzahl der Zeiteinheiten, welche dazu verwendet wurden, so ist also $\frac{s}{z}$ die Anzahl der Wegeinheiten, die in einer Zeiteinheit zurückgelegt werden, mithin ein zuverlässiger Zahlenausdruck der Geschwindigkeit. Demnach verhalten sich zwei verschiedene Geschwindigkeiten, über welche einmalige Beobachtungen vorliegen, wie die Zahlenausdrücke, d. h. $g : g' = \frac{s}{z} : \frac{s'}{z'}$

26 Die nächste Ursache einer Bewegung bezeichnen wir mit dem Namen **bewegende Kraft**.

27 Daß die Materie als willenlos sich nicht selbst zu einer Veränderung bestimmen kann, ist klar; doch hat man erst seit wenigen Jahrhunderten hiervon die wichtige Anwendung in der Bewegungslehre gemacht, nämlich die, daß eines Körpers Zustand mit Rücksicht auf Bewegung oder Ruhe sich nicht ohne äußere Ursache ändert.

Diese Wahrheit in weiterer Ausführung wird so ausgesprochen

1) Ein Körper, der in Ruhe ist, beginnt keine Bewegung ohne äußeren Anlaß.

2) Ein bewegter Körper bleibt in seiner Bewegung mit unveränderter Geschwindigkeit und in unveränderter Richtung, so lange keine äußern Ursachen einwirken.

---

men. Es ist aber doch immer nur von der linearen Ausdehnung des Weges die Rede. Eine lineare Größe kann niemals ein Raum heißen. Hier hat wieder die alte lateinische Physik verführt, denn ein Mangel in unserer Sprache kann nicht vorgeschützt werden, seitdem wir in der Geometrie für eine begränzte Linie durch **Steiner** das gute Wort **Strecke** erhalten haben. L. M.

Alle Bewegungen, welche wir hervorbringen können, sind jedoch solchen Einwirkungen ausgesetzt, nämlich:

α) der Widerstand der Luft vermindert die Geschwindigkeit der Bewegung. Man kann dies unter andern durch eine Einrichtung verdeutlichen, welche zwei beflügelte, jede für sich bewegliche Axen hat, deren eine ihre Flügel so trägt, daß während der Umdrehung die breite Seite gegen die Luft schlägt, die andere dagegen die Luft mit scharfer Kante schneidet. Werden beide durch gleiche Kraft in Bewegung gesetzt, so wird jene Axe viel schneller ihre Bewegung verlieren, als diese. In einem Raume, dessen Luft ausgepumpt ist, wird dieser Unterschied aufhören.

β) Wenn ein Körper während seiner Bewegung in Berührung mit einem festen Körper steht, so greifen die Unebenheiten der Oberflächen in einander und hemmen allmählig die Bewegung. Dieser Widerstand heißt Reibungswiderstand, oder mit abgekürztem Ausdrucke Reibung, oder mit einem fremden Worte Friction. Wenn der bewegte Körper über eine Oberfläche hinrollt, oder sich hin und herwiegt, so daß die Unebenheiten sich aus einander herausheben, so wird die Bewegung weit langsamer gehemmt.

γ) Wenn ein Körper, der an einer Schnur, einem Draht, einem elastischen Faden, oder dergleichen hängt, sich bewegt, so müssen diese sich natürlich beugen, oder ihre Biegung verändern, was gleichfalls einen Widerstand mit sich bringt.

δ) Ein Körper, welcher lothrecht aufwärts geworfen wird, steigt mit stets abnehmender Geschwindigkeit, bis diese ganz verloren ist, worauf er mit stets wachsender Geschwindigkeit wieder fällt. Die Schwere, welche den Körper zur Erde niederzieht, ist die Ursache beider Erscheinungen.

ε) Die häufigste Ursache dessen, daß bewegte Körper von dem gradlinigen Gange abweichen, ist gleichfalls die Schwere. Ein Körper, der in schräger Richtung aufwärts oder abwärts geworfen wird, ist durch die beständig wirkende Schwere genöthigt, eine krumme Linie zu beschreiben. Ueber alle diese Gegenstände wird ausführlicher im Folgenden an den gehörigen Stellen gehandelt.

Aus dem Vorhergehenden ergiebt sich, daß die gerade Linie, welche 28
im mathematischen Denken sich als die einfachste erweiset, sich auch in den Naturwirkungen als solche kundgiebt.

Es ist wichtig, daß die Anwendung der einfachsten mathema-

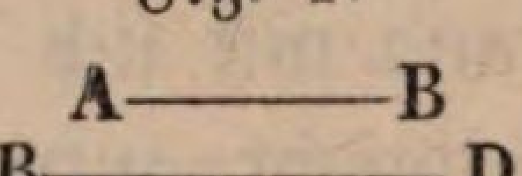
tischen Wahrheiten in der Naturlehre sorglich gerechtfertigt werden, damit kein Zweifel an der Uebereinstimmung der Natur und des Denkens zurückbleibe. Dies Verfahren dient zugleich, um übereilten Anwendungen vorzubeugen. Die hier hervorgehobene Uebereinstimmung ist keineswegs zu allen Zeiten, da man die mathematischen Wahrheiten kannte, eingesehen worden. Es ist noch nicht 300 Jahre her, daß man Bewegungen annahm, welche ihrer Natur zufolge krumm wären, anstatt wir jetzt einsehen, daß jede Beugung in der Bewegung eine neue Einwirkung andeutet.

29 Aus §. 25 und 27 folgt auch, daß wir berechtigt sind, alle Bewegungen, in denen die Geschwindigkeit unverändert beibehalten wird, durch grade Linien darzustellen. Alle graden Linien, welche Strecken darstellen, die in gleichen Zeiten durchlaufen sind, geben durch ihre Länge die Geschwindigkeit (§. 25), und durch ihre Richtungen die gegenseitigen Richtungen der Bewegungen an, so lange keine fremde Ursachen einwirken. Es versteht sich, daß jeder Punkt in einem Körper seine eigene Linie beschreibt, weßhalb wir nachher, wann es sich nicht um den Einfluß der Größe der Körper handelt, blos von bewegten Punkten reden.

30 Wenn zwei bewegte Kräfte auf einen Punkt wirken, so vollzieht dieser beide Bewegungen, so weit dieselben einander nicht aufheben.

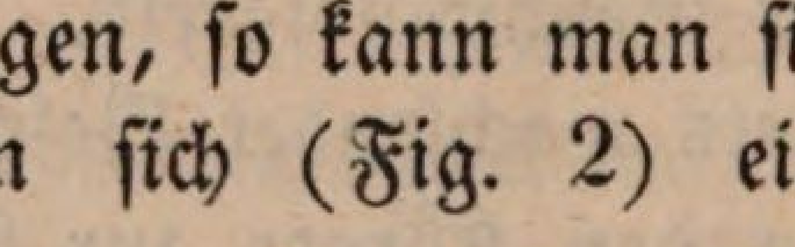
1) Sollte jede der beiden Kräfte (Fig. 1) eine Bewegung in glei-

Fig. 1.



cher Richtung hervorbringen, so kann man sich dies dadurch anschaulich machen, daß man sich (Fig. 2) eine Linie AD vorstellt,

Fig. 2.

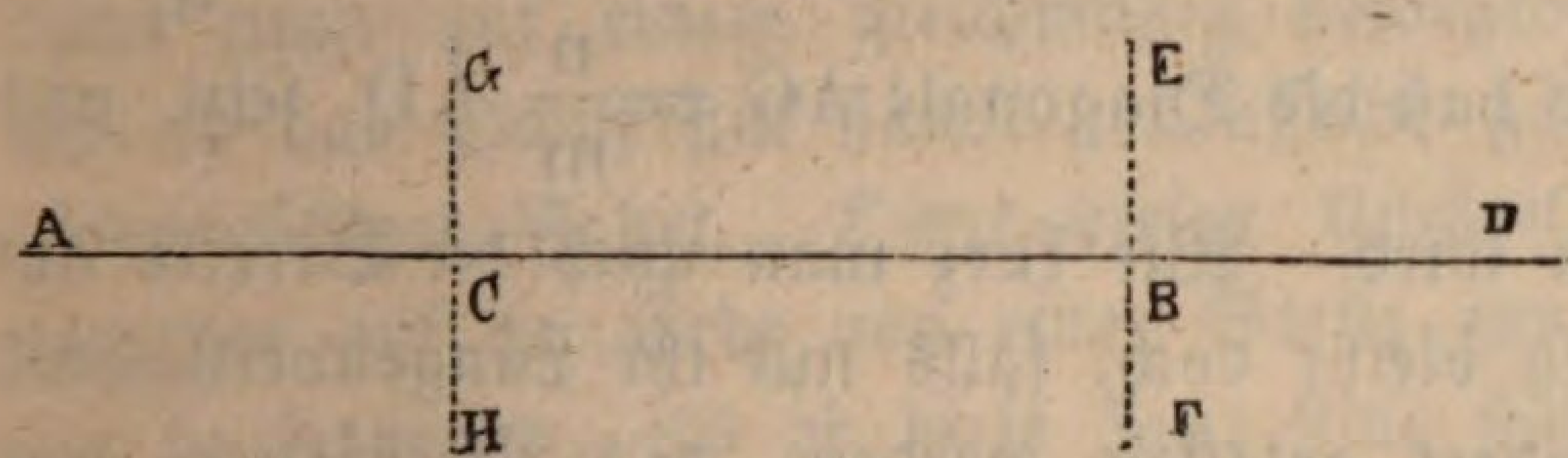


deren Länge AB + BD ist. Denkt man sich nun, daß innerhalb der Linie AD der Punkt die Linie AB durchläuft, während die Linie AB in derselben Zeit mit der Geschwindigkeit BD in dem umgebenden Raume vorschreitet, so wird der bewegte Punkt in B genau zu der Zeit eintreffen, wenn B in dem früheren D ankommt, das heißt: der Punkt wird von dem Punkt im Raume, wo sich A befand, um einen Abstand von AD = AB + BD entfernt sein, und folglich ist die erzeugte Geschwindigkeit gleich der Summe der erzeugenden Geschwindigkeiten. Aber es ist leicht einzusehen, daß

für jeden noch so kleinen Theil, worin sich der Punkt mit der Geschwindigkeit und Richtung AB bewegt hat, dieser auch mit der Geschwindigkeit und Richtung BD vorgerückt ist, ja daß beide Geschwindigkeiten selbst in dem ersten unendlich kleinen Zeittheile vorhanden sind. Die Geschwindigkeit ist so in der Anlage vorhanden, ehe irgend welche Strecke durchlaufen ist, und die oben gegebene Darstellung diente blos dazu, das Verhalten anschaulich zu machen.

2) Sollten die beiden Kräfte entgegengesetzte Richtungen hervorbringen, so kann man gleicherweise sich die eine durch den Punkt selbst in einer vorgestellten beweglichen Linie ausgeführt denken, die andere durch diese Linie selbst (Fig. 3). Durchläuft nämlich der Punkt B in gegebener Zeit BA, und bewegt sich die Linie AB in entgegengesetzter Richtung, so daß jeder Punkt in ihr einen Weg = BD vollführt, so würde die

Fig. 3.

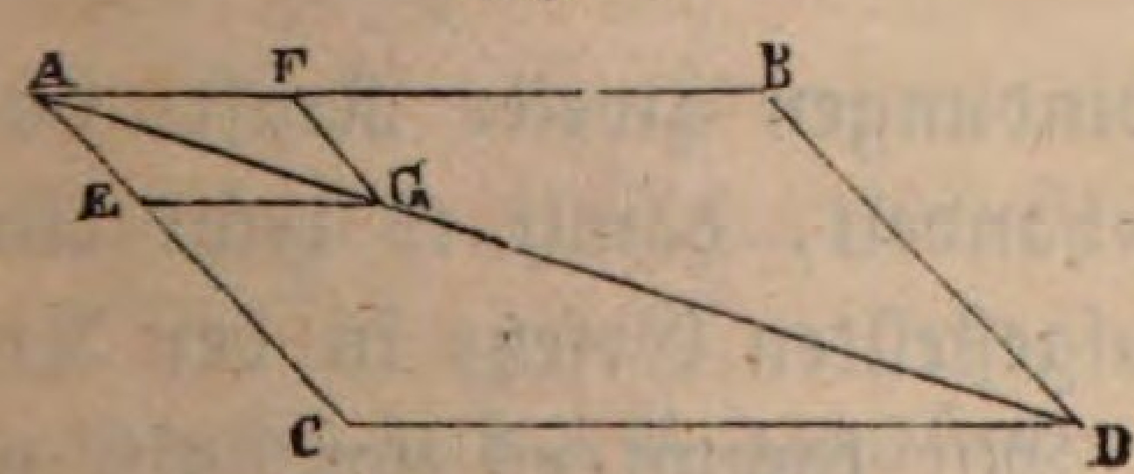


erste dieser Bewegungen jenem Punkte den Abstand BA von seiner ersten Stelle in der Lothrechten EF gegeben haben, allein da nun A nach C gekommen ist, in die Lothrechte GH, und dadurch den Weg AC = BD zurückgelegt hat, so ist der bewegte Punkt am Ende der gegebenen Zeit in der Lothrechten GH, und befindet sich vom Ausgangspunkte in dem Abstande BC = AB — BD. Wir sehen also, daß der Punkt, auf den entgegengesetzte Geschwindigkeiten wirken, eine Geschwindigkeit erhält, die dem Unterschiede jener gleich ist. Also bleibt der Punkt in Ruhe, die Geschwindigkeit ist gleich 0, wenn die erzeugenden Geschwindigkeiten gleich sind.

Auch hier findet die Wirkung schon in dem ersten denkbaren Augenblicke Statt, und ganz mit demselben Verhältniß der Geschwindigkeiten. Denkt man sich im Augenblicke der Einwirkung eine Schwingung hin, und eine her, aber in demselben Zeittheil vereinigt, so hat man dieselbe Vorstellung.

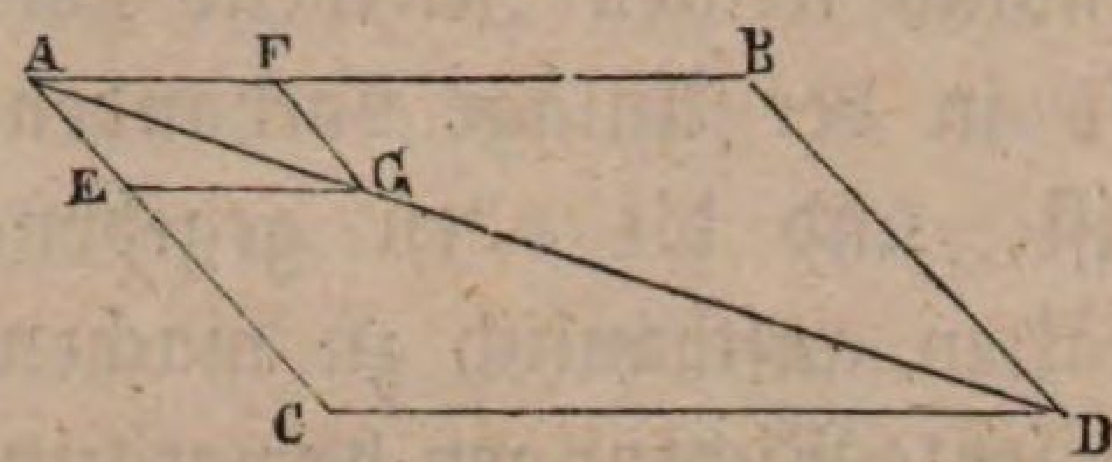
3) Bilden die beiden erzeugenden Bewegungen einen Winkel mit einander (Fig. 4), wie AB und AC, so durchläuft der Punkt die Diagonale des Kräfteparallelogrammes, welches die beiden Linien, die durchlaufen werden sollten, mit den dazu gezogenen Parallelen bilden.

Fig. 4.



Man macht sich dieses anschaulich, wenn man sich denkt, der bewegte Punkt durchlaufe AC, aber zugleich bewege sich AC mit unverändertem Winkel von A nach B, so daß ein jeder Punkt in ihr Parallelen zu AB beschreibe; dann wird AC mit BD in demselbigen Augenblicke zusammenfallen, wenn der Punkt in C und nun also auch in D anlangt, d. h. im Endpunkte der Diagonale.

Fig. 5.



Dächte man sich eine beliebige kürzere Zeit, etwa $\frac{n}{m}$ der Zeit, worin AB, AC, AD durchlaufen werden, so wird auch die in dieser Zeit durchlaufene Strecke $AE = \frac{n}{m} AC$ und $AF = \frac{n}{m} AB$ sein, so daß die Diagonale $AG = \frac{n}{m} AD$ sein und in deren Richtung fallen wird. Wie kurz man auch die Strecke auf AC und AB erwählt, so bleibt doch, falls nur ihr Längenverhältniß und ihr Winkel unverändert gelassen werden, das Verhältniß und die Richtung der Diagonale gegen sie gleich. Selbst wenn man blos das im ersten möglichen Augenblicke gebildete unendlich kleine Parallelogramm sich denkt, so gilt dieses. Es versteht sich, daß man gleichfalls die Bewegung des Punktes hätte in AB vorgehen lassen, und diese Linie sich dann als die bewegte denken können. Beide Linien sind aber nur Hülfsmittel für die Vorstellung. In der Wirklichkeit werden beide Bewegungen ausgeführt, indem die Diagonale durchlaufen wird. Es geht nämlich eine unaufhörliche Entfernung von AB vor mit der Schnelligkeit der Bewegung AC und umgekehrt. Die Diagonalbewegung ist demnach vollkommen gleichgeltend mit den beiden Seitenbewegungen, und sie können wechselseitig für einander gesetzt werden. Man könnte sich in der Lehre vom Parallelogramme der Kräfte auch daran halten, daß die diagonale Richtung schon im ersten Augenblicke hervorgebracht wird und also fortgesetzt werden muß; aber dies würde eine einseitige Auffassung der Wahrheit geben, denn nicht blos im ersten Augenblicke, sondern während der ganzen Bewegung sind in der Diagonale beide Richtungen vorhanden.

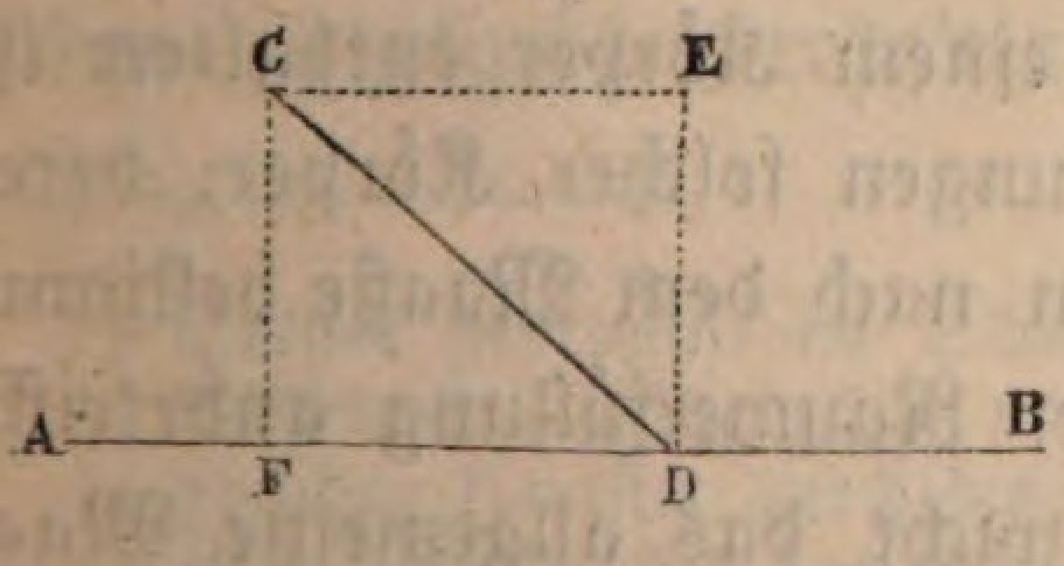
Ich habe das, was in diesen Verbindungen zweier Kräfte das Wesen ausmacht, sehr ausführlich abgehandelt, damit es recht klar werden sollte, daß die Gewißheit der aufgestellten Gesetze in der Anschauung selbst gefunden werden muß. Mir kommt es vor, als ob

alle Beweise für ihre Richtigkeit auf eine oder andere Weise die Grundanschauung voraussetzen, welche, einmal klar gefaßt, alle Beweise überflüssig macht. Dagegen habe ich keinen entwickelten Beweis davon geben wollen, daß der bewegte Punkt beständig in der Diagonale bleibt, weil dieser sich leicht ausfüllen läßt und grade dadurch zur Uebung der Lernenden dienen kann.

Hiedurch versteht man nun, daß ein Ding, welches aus dem 31
Mastkorbe eines segelnden Schiffes herabfällt, parallel mit dem Maste niederfällt, als ob das Schiff still läge; weil nämlich der Körper schon im Augenblicke des Fallens dieselbe fortschreitende Geschwindigkeit hat, wie das Schiff, und deshalb während des Falles auch in der Richtung des Schiffes vorschreitet. Aus demselben Grunde kann man auf einem gleichmäßig bewegten Schiffe Ball spielen, als ob das Schiff still stände. Dasselbe gilt von einem Wagen in gleichmäßiger Fahrt. Ohne diesen Umstand würde auch kein Körper, der auf der Erde von einer Stelle zur anderen geworfen wird, sich so bewegen, als ob diese ganz stille stände. — Durch diese Bewegung, welche man, ohne daran zu denken, im Fahren hat, kommt man leicht zu Schaden, wenn man aus einem Wagen, der in starker Fahrt ist, herausspringt.

Daß jede Linie, die eine Bewegung vorstellt, mathematisch als die 32
Diagonale irgend eines der unzähligen möglichen Parallelogramme betrachtet werden kann, ist unzweifelhaft. Aber auch mit Rücksicht auf die Natur ist dieses zulässig, wie schon aus dem Vorigen klar ist, aber von Einigen wohl noch deutlicher eingesehen wird, wenn man daran erinnert, daß eine Bewegung keine Gültigkeit an sich selbst hat, sondern blos in Rücksicht auf die veränderte Stellung eines Körpers gegen andere. Man benutzt diese Zerlegung der Kräfte, um die Wirkung einer Bewegung aufzufinden, welche nicht ganz in ihrer eigenen Richtung wirkt. Das Folgende wird manche Beispiele einer solchen Zerlegung darbieten. Hier wird nur eins zur Verdeutlichung gegeben (Fig. 6).

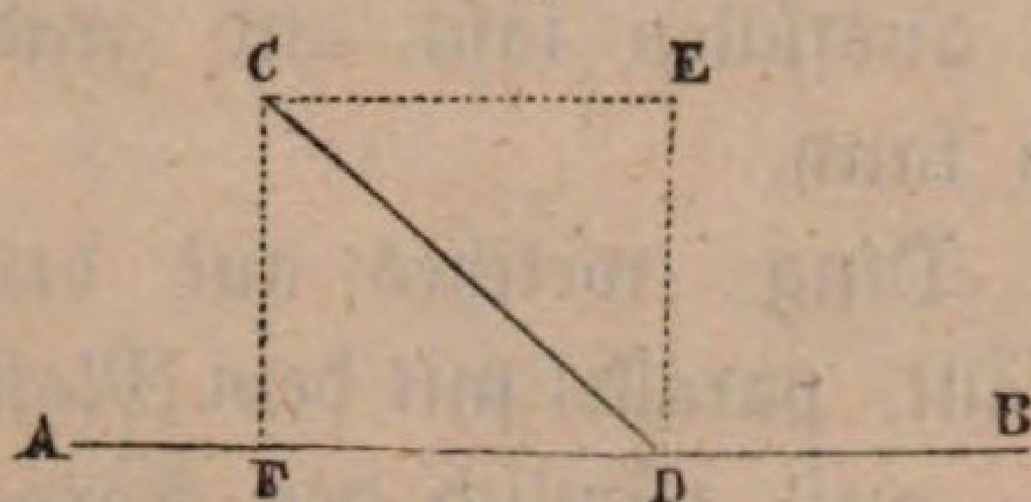
Fig. 6.



Stelle AB ein Brett vor, das in einer Ebene ruht, die hier nicht mit abgebildet wird; CD stelle die Geschwindigkeit und Richtung vor, womit ein kleiner körperlicher Theil gegen dasselbe anstößt. Wenn diese Bewegung wäre lothrecht auf AB gewesen, so würde sie keine andere Wirkung ge=

habt haben, als die, daß sie das Brett gegen die unterliegende Fläche gedrückt hätte; wäre die Bewegung parallel mit diesem gewesen, doch so, daß sie auf den Punkt D in der Linie AB gewirkt hätte, so würde die ganze Wirkung in einer Bewegung des Brettes parallel mit der Unterlage bestanden haben. Denkt man sich nun CD durch zwei Kräfte hervorgebracht, die selbst die Bewegungen CF und CE erzeugen können, so wird also D eine Einwirkung = CF = ED und eine andere = CE = FD erleiden. (Parallele und dabei gleich große Wirkungen können für einander gesetzt werden.) AB erleidet demnach einen Druck = CF = CD sin. CDF, und eine vorschreitende Bewegung gegen B, = CE = CD cos CDF.

Fig. 7.



Man sieht leicht, daß wenn darnach gefragt wird, um wie viel der Punkt, der CD durchlaufen ist, sich AB genähert habe, die Antwort sein wird, daß CF das Maaß dafür sei. In gleicher Weise ist CE = FD, das wirkliche Maaß für seine horizontale Annäherung an D. Aber dabei muß hervorgehoben werden, daß diese Annäherungen in demselben Verhältniß stehen würden, wenn CD noch so klein, ja wenn es unendlich klein würde. Selbst die Geschwindigkeiten, in welche CD zerlegt wird, werden dadurch nicht geringer; denn die Zeit, in welcher jede dieser Linien durchlaufen wird, muß in gleichem Verhältniß kürzer gesetzt werden, als die Linien kürzer genommen werden; $\frac{s}{z}$, welches die Geschwindigkeit darstellt, bleibt dabei unverändert. Die wahre Vorstellung von der Wirksamkeit im vorliegenden Falle ist daher, daß die Geschwindigkeiten und die Richtungen im Augenblicke der Einwirkung und in dem betroffenen unendlich kleinen Raumtheile sich so verhalten, wie es die Figur in vergrößertem Maaßstabe zeigt; aber die Verkleinerung, zu welcher uns der Gedanke führt, bedeutet doch durchaus keine Verkleinerung der Wirkungen.

33 Die Menge der Materie, welche in einem Körper enthalten ist, nennen wir seine Masse. Bei Vergleichungen solcher Körper, deren Materie gleichartig ist, können die Massen nach dem Maaße bestimmt werden. Was Körper mit ungleichartiger Raumerfüllung anbetrifft, so wird sich später zeigen, daß das Gewicht das allgemeine Maaß für die Masse ist.

Unter Größe der Bewegung *) verstehen wir das Multiplications-produkt der Masse und der Geschwindigkeit. Es ist nämlich klar, 34

1) daß wenn zwei Körper mit ungleichen Massen eine gleiche Geschwindigkeit haben, die Größe der Bewegung nur durch die Anzahl gleich großer bewegter Theile bestimmt werden kann, das heißt, sich so verhalten muß, wie die Massen;

2) daß wenn zwei gleiche Massen sich mit ungleicher Geschwindigkeit bewegen, dann die Größe der Bewegung durch die Anzahl gleich großer Theile der durchlaufenen Strecken bestimmt werden, das heißt, sich so wie die Geschwindigkeiten verhalten muß. (Geschwindigkeiten solcher Bewegungen, welche ungleich lange währen, können stets auf ungleiche, in gleichen Zeiten durchlaufene Strecken zurückgeführt werden, §. 25.)

Hieraus wird nun leicht nach demselben Verfahren, wie in §. 25, abgeleitet, daß sich die Größen der Bewegung verhalten, wie die Massen, multiplicirt in die Geschwindigkeiten. Man kann auch hier nach demselben Verfahren, das bei der Geschwindigkeit in Anwendung kam (§. 25), eine Einheit der Masse, Geschwindigkeit und der Bewegungsgröße setzen, und kann dann sagen: Bewegungsgröße = Masse mal Geschwindigkeit.

Es liegt schon im Vorhergehenden, daß das Streben, sich zu bewegen, nach denselben Gesetzen wirken muß, wie die Bewegung selbst; da dieses Streben dieselbe Wirksamkeit ist, welche die Bewegung hervorbringen würde, wenn nicht entgegengesetzte Wirkungen sie hinderten. Hier tritt darnach die Geschwindigkeitsanlage in die Stelle der wirklichen Geschwindigkeit, aber die wirkliche Geschwindigkeit, welche stattfinden würde, wenn die Hindernisse beseitigt wären, bildet das Maaß der Geschwindigkeitsanlage. 35

Durch Bewegungen oder Streben nach Bewegung wirken die Körper aufeinander, so daß sie neue Bewegungen oder ein neues Streben nach Bewegung hervorrufen. Da nun die Wirkung sich verhalten muß, wie Ursache, so muß die Wirkung der Körper durch Bewegung sich wie ihre Bewegungsgröße oder ihre Anlage zu einer Bewegungsgröße verhalten. 36

---

*) Oersted gebraucht im Dänischen das Wort Bewegungsmenge, weil ihr Ausdruck abhängig ist von der Menge gleicher kleinster Massentheile und gleicher kleinster durchlaufener Raumtheile. Der deutsche Name ist bereits eingebürgert und hat auch seine Vorzüge. Der ursprüngliche Name Quantitas umfaßt beide Ausdrücke. L. M.

Sollte noch irgend ein Zweifel über die Richtigkeit der hier aufgestellten Lehren zurückbleiben, so wird man diesen durch häufige Nachweisung in der Erfahrung in dem Folgenden gehoben sehen. Zwar kommen in jeder Erfahrung eine Menge Nebenumstände vor, die uns verhindern, darin das einzelne Naturgesetz in seiner Reinheit zu sehen; aber wir vermögen doch die bedeutendsten hindernden Umstände so weit und zwar in verschiedenen Graden wegzuräumen, daß die Annäherung zu den Grundsätzen der Entfernung der Hindernisse entspricht, und wir uns dadurch eine genügende Ueberzeugung erwerben. So genügend auch die mathematische Gewißheit sein mag, so ist doch im Gefolge der Betrachtung unserer Erfahrung eine andere Gewißheit höherer Art, nämlich eine wachsende Klarheit der Anschauung, welche die eigentliche Innerlichkeit der Gewißheit ist.

37 Die Geschwindigkeitsanlage äußert sich im Gleichgewichte, denn wenn in einem Körper entgegengesetzte Geschwindigkeitsanlagen der Größe nach gleich sind, so entsteht Gleichgewicht. An mehren Körpern kann daher Gleichgewicht eintreten, wenn sie, unter dem Einflusse von Kräften gleicher Richtung, in einer solchen Verbindung stehen, daß der eine sich nicht bewegen kann, ohne daß der andere eine gleiche Größe der Bewegung in entgegengesetzter Richtung erhält.

Obschon das Gleichgewicht nur ein einzelnes Verhältniß unter den unzähligen ist, welche bei Bewegungen stattfinden können, so hat es doch eine große wissenschaftliche Bedeutung dadurch, daß es uns die Gegensätze in ihrer vollkommenen Aufhebung zeigt, worin sie dennoch wirksam gegenwärtig und keinesweges vernichtet sind. Da dieser weitumfassende Fall außerdem für die Grundversuche, von denen die anderen Versuche über Bewegung ausgehen, am geeignetsten ist, so muß das Gleichgewicht in einer experimentalen Darstellung der Bewegungslehre vorangestellt werden. Historisch ist es auch zuerst entwickelt. Dies ist zwar kein Grund, ihm die erste Stelle einzuräumen, aber es scheint sich bei Betrachtung der eigentlichen Natur der Dinge herauszustellen, daß man nur aus Mißverständniß davon abgewichen ist. Ich habe in dem Folgenden die einfachen Maschinen als eine Reihe von Fällen behandelt, worin die Lehre von der durch Größe der Bewegung bestimmten Wirkung sich darstellt, und habe deshalb die Theorie keiner Maschine auf Kräftezerlegung gründen wollen, sondern nur einige Male Beispiele davon als eine Zugabe zur Uebung der Lernenden hinzugefügt.

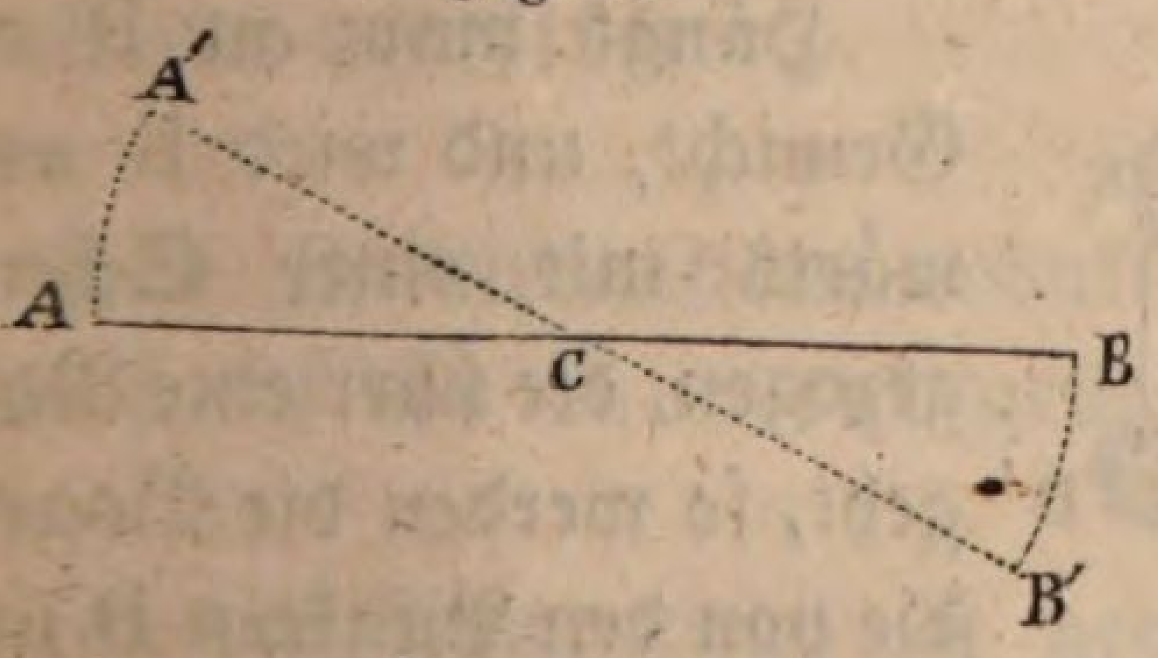
b. Obgleich die Bedeutung des Wortes Ruhe richtig angegeben 37
wurde, als Mangel der Bewegung (§. 24), so ist doch ihre Natur dadurch noch nicht hinreichend ausgedrückt. Jetzt aber ist aus dem Zusammenhange des zunächst Vorhergehenden (§. 24 — 37) klar, daß jede Ruhe ein Gleichgewicht entgegengesetzter Kräfte sein muß.

Gleichgewicht fester Körper.

Der Hebel.

Denkt man sich, daß eine Linie AB sich um einen Punkt C dreht 38
und die Stellung A′CB′ einnimmt, so werden die Punkte A und B Bogen in entgegengesetzten Richtungen beschreiben, und diese Bogen werden gleich groß sein, wenn der Abstand CA = CB. Die Bogen, welche andere Punkte beschreiben, werden sich verhalten, wie die Abstände; aber die Bogen sind die durchlaufenen Strecken der entsprechenden Punkte in gleichen Zeiten; also verhalten sich die Geschwindigkeiten der verschiedenen Punkte und ebenfalls die Größen ihrer Geschwindigkeitsanlage so, wie die Abstände von dem Punkte, um welchen sich das Ganze dreht, und der der **Ruhepunkt** oder **Unterstützungspunkt** genannt wird (Fig. 8).

Fig. 8.

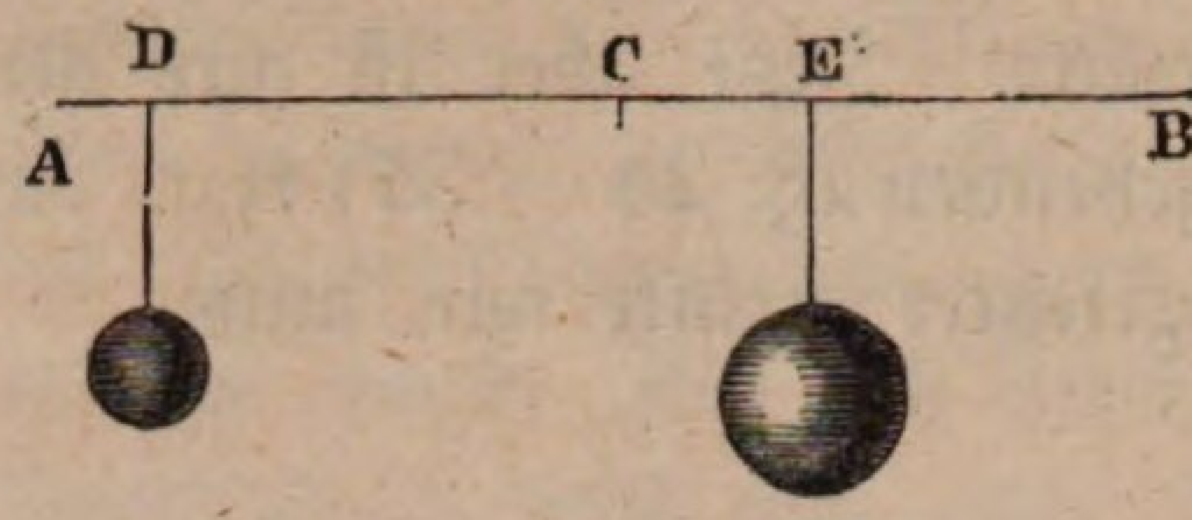


Denkt man sich nun gleiche Gewichte bei A und bei B aufgehängt, so wird dasjenige, das bei B hängt, streben, diesen Punkt abwärts zu ziehen und dadurch A um eben so viel heben; in gleicher Weise wird B streben, A zu heben. Jeder dieser Punkte erleidet daher die Einwirkung gleich großer entgegengesetzter Kräfte und sie werden in Ruhe sein, wenn keine äußere Kraft dies verhindert.

Denkt man sich dagegen ungleiche Gewichte in solchen Abständen aufgehängt, daß das Multiplicationsprodukt aus Masse und Abstand auf der einen Seite so groß ist als auf der anderen, so wird

auch da Gleichgewicht sein. Kann z. B. CE durch 2 ausgedrückt werden (Fig. 9), während CD durch 5 ausgedrückt wird, so tritt Gleichgewicht ein, wenn das Gewicht bei E 5 Massentheile enthält für jede 2, die in D enthalten sind. Man sieht, daß die Masse mal die Geschwindigkeit gleiche Größen auf beiden Seiten giebt.

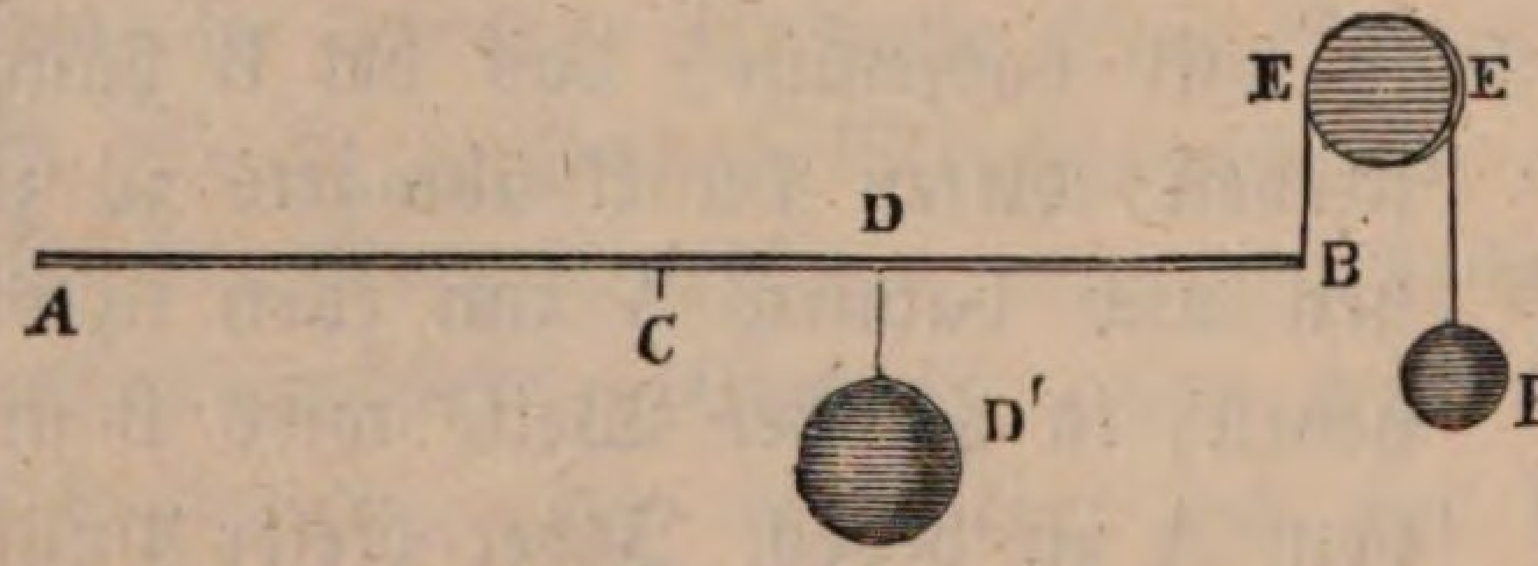
Fig. 9.



39 Dieser Gedanke läßt sich für die Erfahrung darstellen. Man setzt an die Stelle der Linie AB eine Stange, welche überall gleich dick ist und durch deren Mittelpunkt ein Zapfen geht, um den sie gedreht werden kann und der auf einer Unterlage ruht. Daß die Theile der Stange Gewicht haben, was bei den gedachten Linien nicht stattfindet, verändert nichts Wesentliches; denn für jeden Theil, der auf der einen Seite des Ruhepunktes abwärts strebt, ist auf der andern in gleichem Abstande ein Theil, der durch seine Wirksamkeit diese Bestrebung aufhebt. Die Stange selbst aber wird in Gleichgewicht sein, in welche Stellung man auch immer sie bringe; und da sie also nicht nach einer bestimmten Richtung strebt, so werden die angehängten Gewichte darauf wirken, wie auf eine gewichtlose Stange. Alle Versuche mit einer solchen Einrichtung bekräftigen das angeführte Gleichgewichtsgesetz.

40 Man könnte auch entgegengesetzte Wirkungen auf derselben Seite des Ruhepunktes vor sich gehen lassen (Fig. 10).

Fig. 10.



Hängt man an D ein Gewicht, und wird B aufwärts mit einer Schnur gezogen, die über eine Rolle geht, so werden die Bogen, die von den Punkten D und B bei Drehung der Linie um C beschrieben werden, sich wie die Abstände von C verhalten, und eben so natürlich die Größen der Geschwindigkeitsanlage; daher wird Gleichgewicht stattfinden, wenn $D'.CD = B'.CB$. Die Rolle, deren Eigenschaften erst in dem Folgenden näher beleuchtet werden, ist, wie bekannt, eine Scheibe, die sich um einen Zapfen drehen kann, und in dem kreisförmigen Umfange eine Furche für die Schnur hat.

Da alle Umstände auf beiden Seiten bei E und E gleich sind, so sieht man leicht ein, daß ihre Dazwischenkunft im Gleichgewichte nichts verändert. Zwar bringt die Drehung der Rolle um den Zapfen einen kleinen Widerstand hervor, und die Veränderungen der Biegung in der Schnur einen zweiten, aber beide können zu großer Geringfügigkeit gebracht werden. Die Versuche bekräftigen auch hier den Gedanken.

Es macht natürlich keine Veränderung im Gleichgewichte, wenn man den Punkt D durch eine Rolle heben läßt, an deren Schnur das Gewicht D befestigt ist und läßt das Gewicht B′ unmittelbar an B hängen.

Man nennt eine solche Stange (§§. 38, 39, 40), an welcher Kräfte 41
in entgegengesetzter Richtung wirken, einen **Hebel**. Derselbe heißt **zweiarmig**, wenn auf beiden Seiten des Ruhepunktes Wirkungen vorgehen (§§. 38, 39), **einarmig** dagegen, wenn die Wirkungen der Kräfte auf derselbigen Seite des Ruhepunktes geschehen. Der Arm, auf den nicht eingewirkt werden soll, CA (§. 40), kann dabei ganz wegfallen, in welchem Falle der andere Arm jedoch durch ein Gleichgewicht getragen werden muß, das entweder demjenigen hinzugefügt werden kann, welches an der Schnur der Rolle hängt, oder eine Gewichtmasse sein muß, die in die Stelle des Armes A tritt. Stellt man sich blos zur Erläuterung des Gedankens eine Linie vor, gegen welche die Einwirkung geschieht, wie §. 38, so nennt man diese einen **mathematischen** Hebel, wogegen der in der Wirklichkeit vorkommende ein **körperlicher** Hebel genannt wird, früher auch ein **physischer**.

Das Multiplicationsprodukt der Masse und des Abstandes wird 42
das **statische Moment** genannt.

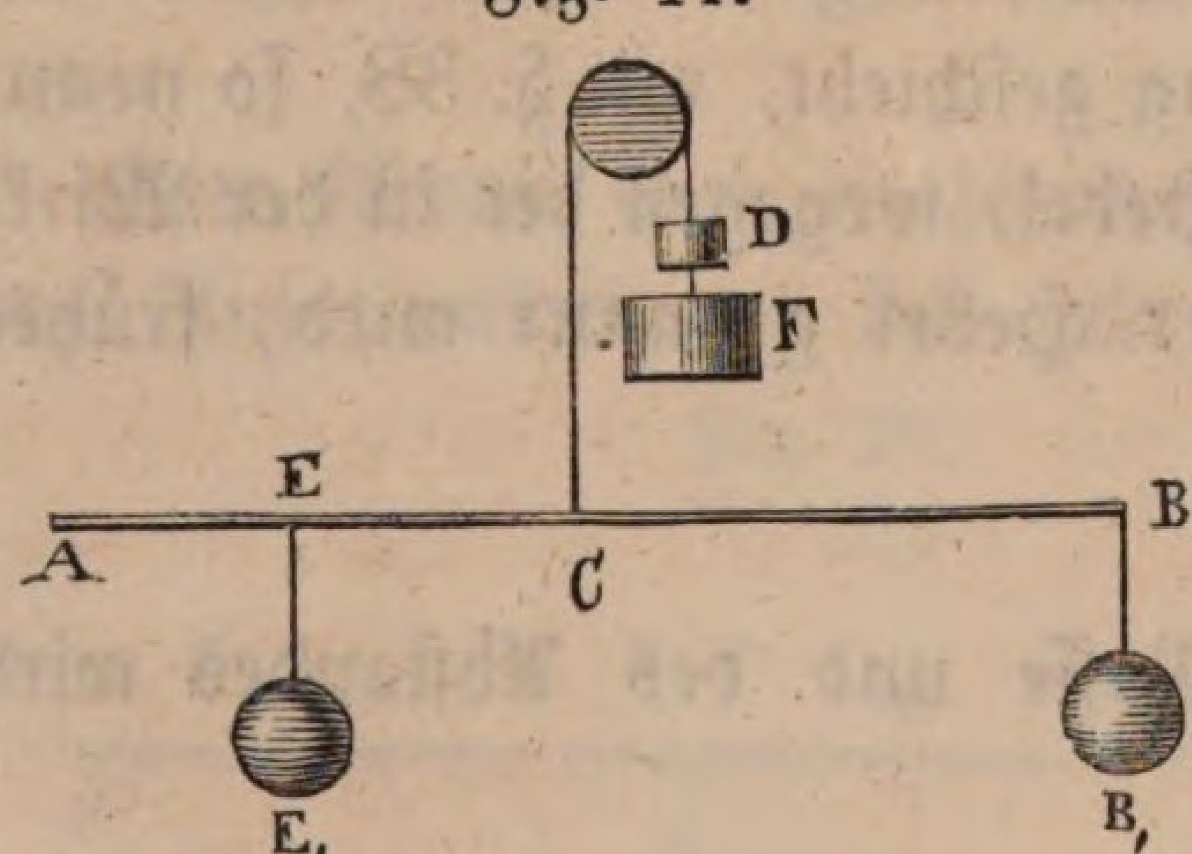
In der Anwendung ist gewöhnlich die eine Kraft, die auf den 43
Hebel und andere Maschinen wirkt, als ein zu überwindender Widerstand, die andere als eine Kraft, durch welche die Ueberwindung geschehen soll, zu betrachten; darum nennt man jene: **Last**, diese: **Kraft**. Wendet man Kräfte, die nicht in Gewicht bestehen, auf Maschinen an, so kann man doch die Größe der Masse auffinden, gegen welche sie an einem gleicharmigen Hebel Gleichgewicht halten können, und kann so ihre Bedeutung in Gewicht veranschlagen.

44 Der einarmige Hebel erhält mit Rücksicht auf seine Anwendung eine Eintheilung, indem man einen Hebel, an dem die Last dem Ruhepunkte näher ist als die Kraft, von einem anderen unterscheidet, an dem das Entgegengesetzte stattfindet. Mit Hülfe des ersteren hebt man eine große Masse mit einer gegebenen Kraft, und nennt ihn deshalb Traghebel; mit Hülfe des letzteren kann man dagegen nur eine geringere Last heben, aber sie wird durch einen größeren Bogen geführt, als der ist, den die Kraft durchläuft. Wenn daher die Last von der bewegenden Hebelstange losgelöset wird, geht sie mit einer größeren Geschwindigkeit fort, als diejenige ist, die ihr die Kraft hätte unmittelbar geben können. Man hat ihn deshalb Wurfhebel genannt.

Der Arm des Menschen, wo die Last in die Hand genommen wird, und also vom Ruhepunkt weiter entfernt ist, als die Anheftung der Muskeln, die den Arm bewegen, ist ein Wurfhebel. Braucht man den ganzen ausgestreckten Arm, so ist der Ruhepunkt an der Schulter; braucht man nur den Vorderarm, so ist der Ruhepunkt am Ellenbogen.

45 Denkt man sich einen Hebel AB an einer über die Rolle laufenden Schnur aufgehängt (Fig. 11), mit einem Gegengewichte D, das ihn im Gleichgewichte erhält, und werden dann daran die Gewichte E′ und B′ aufgehängt, die im Gleichgewicht bleiben würden, falls C genügend unterstützt wäre, so muß zu dem Gewichte D, das vorhin den Hebel trug, noch ein anderes Gewicht F = E′ + B′ hinzugefügt werden. Da alle drei Punkte, auf welche die Kräfte hier wirken, frei schweben, so kann man sie abwechselnd als Ruhepunkt betrachten. Nimmt man C als Ruhepunkt, so wird $E'.CE = B'.CB$ sein; nimmt man B als Ruhepunkt, so wird $E'.BE = F.CB$ sein.

Fig. 11.



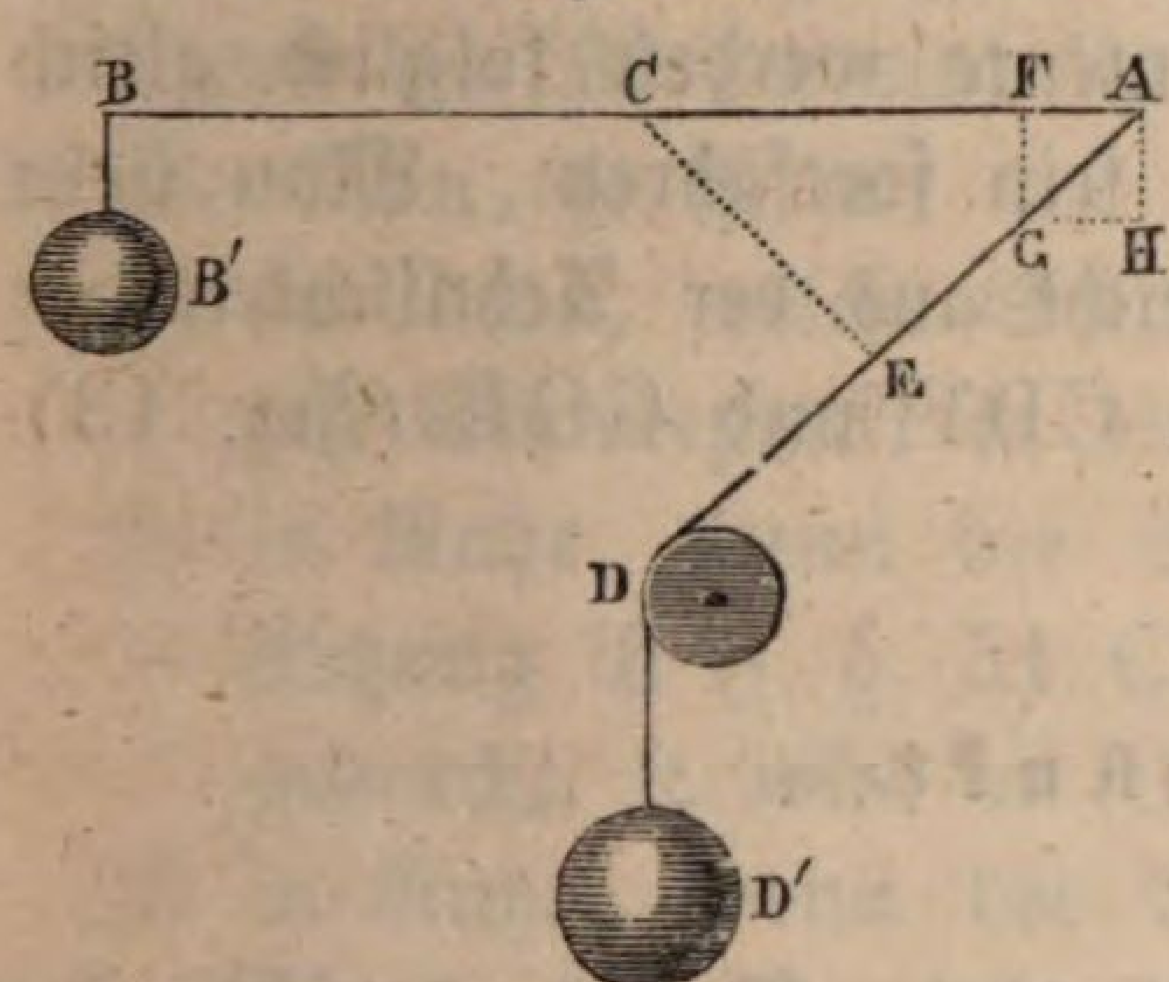
Hieraus sieht man, daß während der Ruhepunkt C in einem zweiarmigen Hebel Gegengewicht gegen den Druck $E' + B' = F$ (d. h. gegen die Summe beider Gewichte) halten muß, der Ruhepunkt E oder B in dem einarmigen Hebel nur $E' = F - B'$ oder

B′ = F — E′ zu tragen hat, das heißt, dieser trägt nur einen Druck gleich dem Unterschiede der beiden einwirkenden Massen.

Für einen gebrochenen Hebel, einen **Winkelhebel**, gelten die- 46
selben Gesetze, wenn nur die Kräfte lothrecht auf die Hebelstange wirken.

Wenn eine Kraft auf den Hebelarm CA in einer schrägen Rich- 47
tung AD wirkt, z. B. mit Hülfe einer Rolle (Fig. 12), so wird die Größe der Wirkung durch die lothrechte Linie CE bestimmt, die man von dem Ruhepunkte C auf die Kraftrichtung AD ziehen kann. Man kann sich davon durch folgende Betrachtung überzeugen: Man stelle sich das Verhältniß der Kräfte so vor, daß schon das Gleichgewicht hergestellt und folglich alle wirkenden Theile in Ruhe sind. Diese Ruhe kann dadurch nicht gestört werden, daß irgend ein Theil seine Beweglichkeit verliert. Daher wird der Gedanke des Gleichgewichts nicht aufgehoben, wenn wir uns BAD als eine unbiegsame Linie denken, und eben so wenig, wenn wir uns noch CE als fest verbunden mit der vorhergehenden hinzudenken. (Es versteht sich, daß man hier nicht an eine Schwere von CE denkt.) Da nun aber die Wirkung in allen Theilen von AD dieselbe ist, also auch in E, wir aber von dieser, die auf CE lothrecht steht, wissen, daß sie durch CE.D′ gemessen wird, so haben wir dadurch auch die Wirkung bei A. Dies könnte man auch so ausdrücken, daß **die Wirkung gleich ist der Masse multiplicirt in den wahren Abstand vom Ruhepunkt.**

Fig. 12.

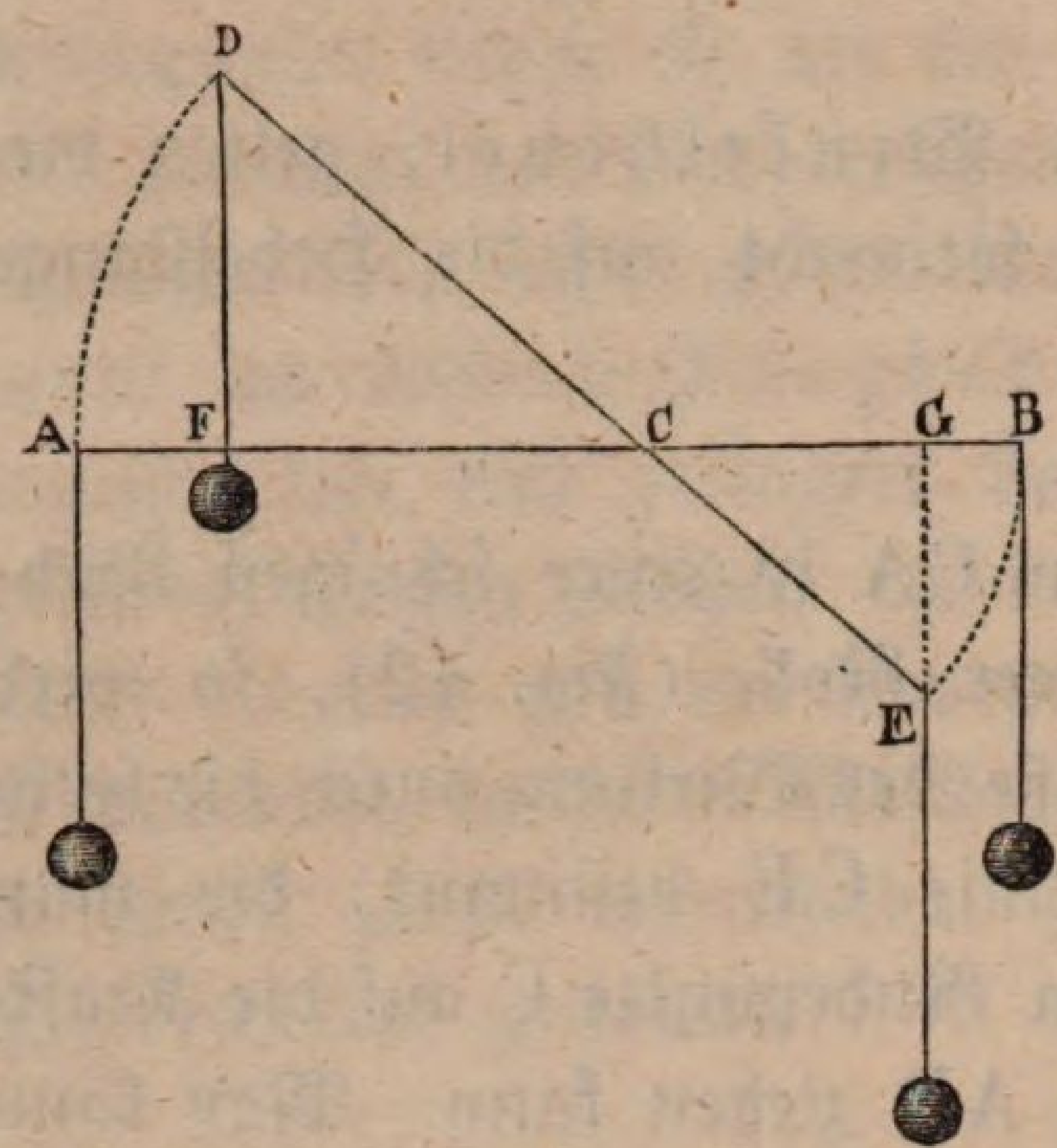


Es ist leicht einzusehen, daß dasselbe gelten muß, wenn auch die Hebelstange auf irgend welche Weise gebogen ist.

Es wird für die Anfänger lehrreich sein, zu sehen, daß dasselbe sich mit Hülfe der Kräftezerlegung beweisen läßt. Stelle AG die ganze Kraft vor und sei in AF und AH zerlegt. Die Wirkung nach AF wird blos einen Druck im Ruhepunkt ausüben, aber die nach AH wird streben, die Hebelstange zu drehen. Nun läßt es sich leicht zeigen, daß AH : AG = CE : CA.

48 Man sieht hieraus, daß ein Hebel AB, auf welchen zwei Massen einwirken, deren Aufhängungsweise ihnen gestattet, die lothrechte Stellung einzunehmen, nicht aus dem Gleichgewichte gebracht werden wird, wenn man ihn in eine andere Stellung DE bringt; denn die wahren Abstände der Wirkungsrichtungen nämlich, CF und CG, werden in demselbigen Verhältniß verändert, und die Momente werden folglich gleich groß zu sein fortfahren. Man sieht dieses leicht aus der Aehnlichkeit der Dreiecke CDF und CGE (Fig. 13).

Fig. 13.



Der Schwerpunkt.

49 Für einen jeden festen Körper gibt es einen Punkt, der für ihn dieselbe Bedeutung hat, wie der Ruhepunkt für den Hebel im Gleichgewichtszustande; einen Punkt nämlich, der so beschaffen ist, daß die Summen der Kräfte, die rings um ihn her die Theile in entgegengesetzte Bewegung zu bringen streben, einander gleich sind. Dieser Punkt heißt Schwerpunkt.

50 Bei einigen Körpern ist es leicht, ohne eigentliche Berechnung einzusehen, wo der Schwerpunkt liegen muß, so ist z. B. in der Kugel der Mittelpunkt zugleich der Schwerpunkt, bei dem Cylinder liegt der Schwerpunkt mitten in der Axe, bei dem Parallelepipedon in dem Durchschnittspunkte der Diagonalen, bei den regelmäßigen vielseitigen Körpern (Polyedern) in dem Punkte, der gleich weit von allen Spitzen entfernt ist. In anderen körperlichen Gestalten muß er durch Versuche oder Berechnungen aufgefunden werden, wozu die Gesetze, die hier aufgestellt werden sollen, benutzt werden mögen.

51 Der Begriff des Schwerpunktes kann in Gesetzen ausgesprochen werden, die unter verschiedenen Ausdrücken dasselbe bezeichnen, doch dergestalt, daß ein jeder von diesen Ausdrücken in gewissen Fällen seine eigene größere Anwendbarkeit hat. — Dergleichen sind:

A) Wenn der Schwerpunkt unterstützt ist, ist der ganze Körper unterstützt.

B) Man kann sich die Sache so vorstellen, als ob des ganzen Körpers Gewicht im Schwerpunkte vereinigt wäre und alle übrigen Theile gar kein Gewicht hätten.

C) Der Schwerpunkt strebt stets lothrecht zur Erde zu fallen.

D) Der Schwerpunkt strebt danach, bei jedem Conflicte des Körpers mit andern die möglichst tiefe Stelle einzunehmen.

E) Ein Körper ist nur unterstützt, wenn die Falllinie auf einen Widerstand trifft.

Diese Gesetze lassen sich in mannigfaltigen Erfahrungen nachweisen, welche der Gegenstand des zunächst Folgenden sein sollen.

Wenn ein Körper eine Unterstützung hat, um welche er frei sich 52
drehen kann, so ist er

1) in Ruhe, welche Stellung man ihm auch geben mag, wenn der Schwerpunkt in die Unterstützung fällt (s. §. 51 A und B).
2) in Ruhe, wenn der Schwerpunkt lothrecht unter der Unterstützung ist (s. §. 51 C). Wird er aber aus dieser Stellung gebracht, so wird er selbst wieder dahin zurückkehren (s. §. 51 D).
3) in Ruhe, wenn der Schwerpunkt lothrecht über dem Unterstützungspunkte liegt (s. §. 51 E). Doch bei der geringsten Abweichung davon sucht der Schwerpunkt die unterste Stelle.

Das Bestreben des Schwerpunktes, die tiefste Stelle einzuneh- 53
men, kann benutzt werden, um die unbekannte Lage des Schwerpunktes in einem gegebenen Körper zu finden. Hängt man den Körper an einem Faden auf, so liegt der Schwerpunkt in des Fadens Verlängerung, und wenn man mehre Aufhängepunkte wählt, werden die verlängerten Richtungen des Fadens sich im Schwerpunkte schneiden. Hat man einen Körper mit zweien parallelen Seitenflächen, so kann man zwei oder mehrere verschiedene Punkte in dem Umkreise oder in dessen Nähe wählen, die man nach einander mit einem Zapfen versieht, um den sich der Körper drehen kann, und an welchem auf jeder Seite des Körpers ein Faden hängt. Der Schwerpunkt wird dann in derselben Ebene mit diesen beiden Fäden liegen und diese Ebene kann durch zwei Linien auf der Oberfläche angedeutet werden. Wiederholt man dasselbe von einem anderen Ausgangspunkte aus, so erhält man eine zweite Ebene, welche die erste schneidet, und in der Mitte der Durchschnittslinie liegt dann der Schwerpunkt. An einem Körper von sehr geringer Dicke kann man sehr gut den Schwerpunkt dadurch finden, daß man ihn auf eine scharfe Kante legt und darauf hin- und herschiebt, bis er ruht.

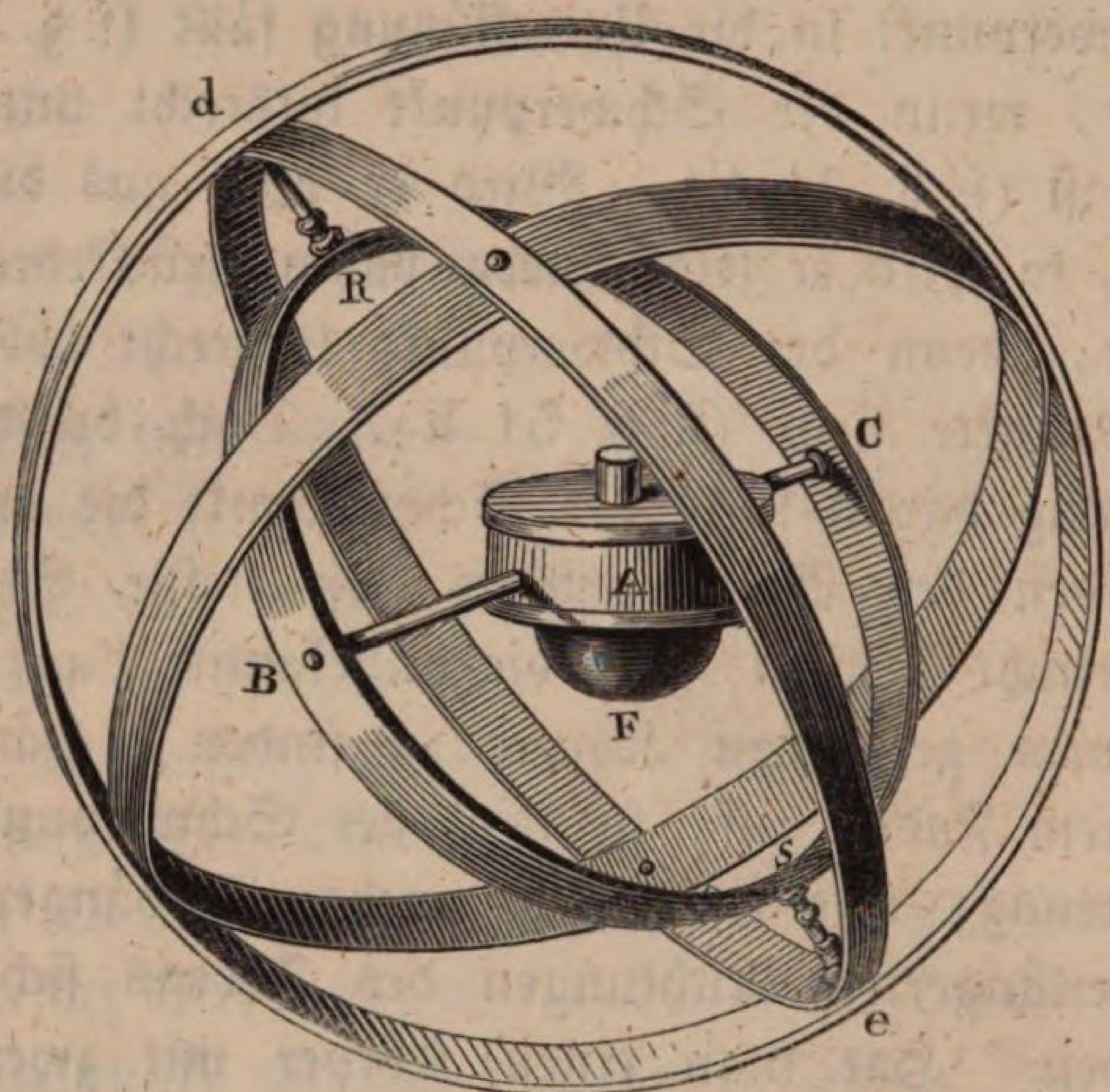
Man hat dadurch eine Linie, die den Schwerpunkt andeutet. Wenn man zwei solche Linien gefunden hat, die einander schneiden, so wird der Schwerpunkt von dem Durchschnittspunkte angegeben.

54 Aus dem Streben des Schwerpunktes nach der untersten Stelle erklärt sich: daß ein hohler Cylinder von Pappe oder Holz, in dessen Umkreis ein Bleiklumpen angebracht ist, auf einem geneigten Brette eine kurze Strecke aufwärts rollen kann, bis der Bleiklumpen die unterste Stelle eingenommen hat.

Ein Doppelkegel läuft aufwärts auf einer Neigung, die durch zwei zusammenlaufende Linien gebildet wird, deren Durchschnittspunkt zu unterst liegt.

Die Cardanslampe (Fig. 14) beruht auf demselben Grundsatze.

Fig. 14.



Die Lampe A, die bei F ein bedeutendes Gewicht hat, dreht sich um die Zapfen B und C, die ihre Unterstützung im Ringe RS haben, der wieder mit dem Zapfen d und e seine Unterstützung in den drei Bügeln der Umgebung findet. Da die Lampe sich so um zwei auf einander senkrechte Axen drehen kann, und der Schwerpunkt, der in F liegen muß, beständig die unterste Stelle sucht, so wird die oberste Fläche der Lampe beständig eine nahezu wagerechte Stellung behaupten, wenn auch das ganze Instrument in Schwingungen gesetzt, ja selbst, wenn es auf einer Fläche hingerollt wird. Sie wird auch Schiffslampe genannt.

Der Compaß wird in ähnlicher Weise aufgehängt.

Ein Körper, der auf einer horizontalen Ebene ruht, wird seine 55
Stellung behalten, so lange die Falllinie des Unterstützungspunktes innerhalb der Grund- oder Unterstützungsfläche fällt. Unter Grundfläche wird hier nicht diejenige Fläche verstanden, die seine unterste Begränzung ausmacht, sondern diejenige Fläche, die innerhalb der äußersten unterstützten Punkte befindlich ist. Hieraus folgt:

1) Daß Körper bei ähnlicher Figur der Unterstützungsfläche und gleicher Höhe des Schwerpunktes um so fester stehen, je größer die Unterstützungsfläche ist, daß es also eine practische Unmöglichkeit ist, einen Kegel zum Stehen auf seiner Spitze zu bringen, weil die Unterstützungsfläche unendlich klein ist; daß eine Kugel, welche ja die Ebene stets nur mit dem einen Punkte berührt, dessen Radius auf der Ebene senkrecht steht, auf der Horizontalebene in jeder Lage ruht, aber durch die unbedeutendste Kraft in Bewegung gesetzt wird, und daß sie auf einer geneigten Ebene durchaus nicht ruhen kann.

2) Daß Körper von gleicher Gestalt und Größe auf den gleichen Grundflächen um so fester stehen, je höher in ihnen der Schwerpunkt liegt, weil bei gleicher Neigung dieser Körper gegen den Horizont der höher liegende Schwerpunkt einen größeren Bogen beschreibt, also durch geringere Neigung über die Gränzen der Unterstützungsfläche geführt wird.

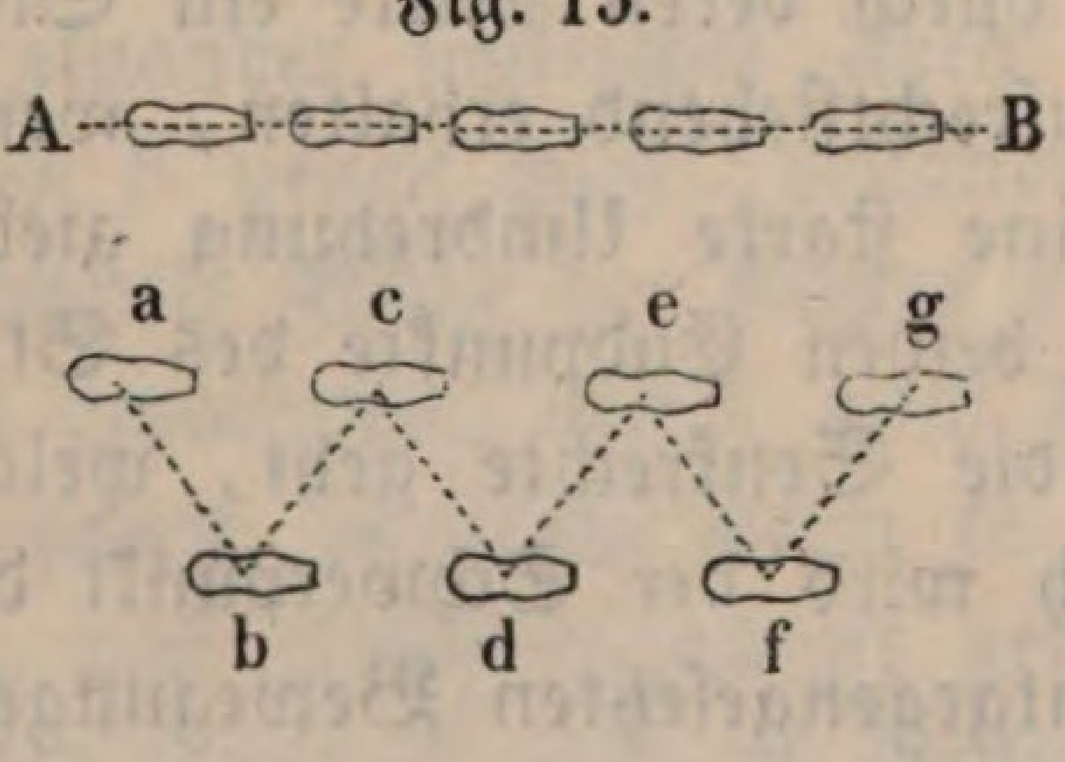
Durch zweckmäßige Bewegungen kann ein Körper, dessen Schwer- 56
punkt nicht beständig unterstützt ist, vor dem Fallen geschützt werden; man kann z. B. einen Stock oder einen Degen mit abgestumpfter Spitze auf den Finger setzen und sie lange vor dem Fallen bewahren. Dies geschieht dadurch, daß man beständig den Finger so bewegt, daß der Unterstützungspunkt auf die Seite versetzt wird, wohin der Schwerpunkt zu fallen im Begriffe war, so daß er nun auf die entgegengesetzte Seite fallen sollte, wenn nicht eine neue Bewegung auch dies wieder hinderte; die tragende Figerspitze ist deshalb fast beständig in einem Kreislaufe begriffen.

Der Scheibenkreisel ist eine Scheibe, durch deren Mitte ein Stift geht; er kann sich auf dieser Spitze aufrechtstehend erhalten, wenn man ihm, indem man ihn hinsetzt, eine starke Umdrehung giebt. Unter dieser Umdrehung beschreiben die beiden Endpunkte des Stiftes Kreise, durch deren Mittelpunkte die Senkrechte geht, welche dem Schwerpunkte angehört. Dadurch wird der Schwerpunkt der Axe der ruhende Punkt zwischen den entgegengesetzten Bewegungen,

Die Erzeugung dieser Bewegung beruht wesentlich auf der Umdrehung der Scheibe. Diese muß wegen der Willenlosigkeit der Materie so lange sich fortsetzen, bis äußere Ursachen sie gehemmt haben. Zufolge dieser Umdrehung beschreibt aber jeder Punkt der Scheibe einen Kreis um den Mittelpunkt derselben. Jeder materielle Punkt, der einen Kreis beschreibt, hat an jeder Stelle seiner Bahn die Richtung nach der Tangente des unendlich kleinen Bogentheiles, worin er sich gerade befindet, so daß er in dieser Richtung fortgehen würde, wenn er sich von der Verbindung mit dem Ganzen losreißen könnte; aber in dieser tangentialen Richtung liegt auch ein Streben fort vom Mittelpunkte, wie Jeder wohl einsieht, da eine Bewegung in der Tangente eine Entfernung vom Mittelpunkte mit sich führt. Dieses Streben vom Mittelpunkte fort wird während jeder Umdrehung den Mittelpunkt in der Richtung aller Radien ziehen. In so weit nun der Stift große Schwingungen macht, oder mit anderen Worten, seine Theile große Kreise beschreiben, werden diese dadurch allmählig vermindert und die Stellung der senkrechten angenähert, nach und nach aber, sowie die Drehungsgeschwindigkeit der Scheibe geringer wird, treten wieder die größeren Schwingungen des Stiftes ein, welche bald so langsam werden, daß der Schwerpunkt sein Fallen vollführen kann, und zwar nach der Seite hin, wohin er augenblicklich sich zu neigen begann. Der gemeine Kreisel ist von verwandter Natur, und ebenso das Kunststück, einen Zinnteller auf einer Degenspitze stehend zu erhalten, indem man dem Teller eine Umdrehungsbewegung giebt. Man kann den Gang eines Scheibenkreisels sehr deutlich machen, wenn man ihn auf einer bestäubten oder angehauchten Glasplatte laufen läßt.

57 Der Gang des Menschen ist ein beständig unterbrochenes Fallen, indem man abwechselnd den Schwerpunkt vorwärts fallen läßt, ihn aber wieder dadurch unterstützt, daß man den eben aufgehobenen Fuß vorsetzt. Deshalb setzen die Menschen ihre Füße nicht gerade vor einander in einer geraden Linie AB (Fig. 15), denn dadurch würde der Schwerpunkt allzu leicht unterstützt, auf die eine Seite fallen, sondern die Spuren fallen in einer zickzackförmigen Linie a b c d e f g. Ein Mensch, der auf einem schmalen Balken einhergehen soll, wo die Füße vor einander gesetzt werden müssen, wie

Fig. 15.



in AB, bringt ein oft erneuertes Gleichgewicht theils durch die Wendungen des Körpers, theils noch mehr dadurch hervor, daß er die Arme nach der entgegengesetzten Seite, als wohin er zu fallen im Begriffe war, ausstreckt. Der Seiltänzer hat zwei Hauptschwierigkeiten zu überwinden, einmal die, daß er sich auf einer so schmalen Unterstützungsfläche halten muß, dann die, daß er beide Füße in derselben geraden Linie vor einander setzen muß. Oft benutzt er die Balancirstange (eine große Stange, deren Enden mit Blei ausgegossen sind), um die Fallrichtung seines Schwerpunktes nach den Forderungen des Gleichgewichtes zu verändern.

Ein Mensch, der mit dem einen Arm eine Last trägt (Fig. 16), verbessert die Stellung des Schwerpunktes entweder dadurch, daß er sich auf die entgegengesetzte Seite beugt, oder durch eine Ausstreckung des Arms. Durch Vorbeugen, wenn man auf einer schiefen Ebene aufwärts geht, durch Zurückbeugen, wenn man abwärts geht, hält man den Schwerpunkt unterstützt oder bringt ihn zum Fallen, wenn es nöthig ist. In gleicher Weise wissen die, die eine Last auf dem Rücken tragen (Fig. 17), die Stellung des Schwerpunktes da-

Fig. 16.



Fig. 17.



durch zu verbessern, daß sie sich vorwärts beugen, und die, welche sich im entgegengesetzten Fall befinden, durch Zurückbeugen. Alles dieses thun die Menschen in Folge einer aus der Natur der Sache entsprungenen Gewohnheit; der Grund davon wird aber in zusammenhängender Weise nur durch die Kenntniß vom Schwerpunkte eingesehen.

In der Lehre vom Pendel werden Aufklärungen über die Geschwindigkeit des menschlichen Ganges, und in der Lehre von

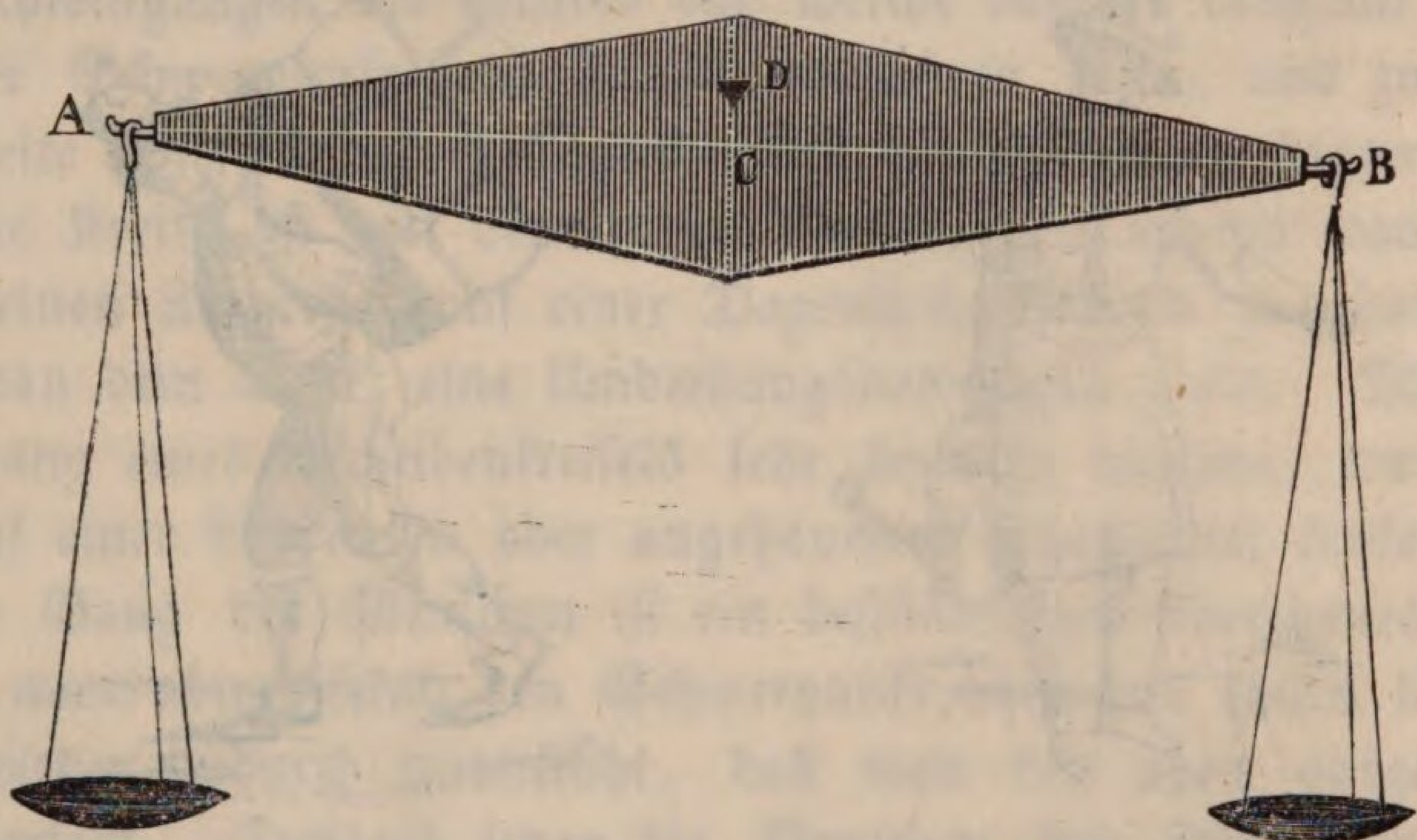
der Luft über die **bewegliche Verbindung** des Ober- und Unterkörpers gegeben werden.

Anwendung des Hebels.

58 Wenn ein Hebel nicht im Schwerpunkt unterstützt ist, so muß die Wirkung der Masse des Hebels berechnet werden. Dies geschieht am leichtesten dadurch, daß man sich die Stange selbst ohne Gewicht und ihr ganzes wirkliches Gewicht im Schwerpunkt aufgehängt vorstellt. Das Moment ist dann die Masse multiplicirt in den Abstand des Schwerpunktes vom Ruhepunkte.

59 Die Waage oder sogenannte Waageschale besteht gewöhnlich aus einer gleicharmigen Hebelstange, die sich auf einem Zapfen wiegt, und an jedem Ende eine Schale trägt. Die meisten Waagen haben auch eine Gabel mit zweien Löchern, worin der Zapfen gehen kann, und eine sogenannte Zunge, welche die Abweichung des Waagebalkens von der waagerechten Stellung angiebt. Der Grundgedanke dieses Werkzeuges wird am besten durch die folgende Figur verdeutlicht, die übrigens keiner wirklichen Waage genau gleicht, oder andere Theile derselben, als die, von denen hier zunächst die Rede ist, darstellt (Fig. 18).

Fig. 18.



Durch den Wagebalken ist hier die Linie AB gelegt, welche bei C durch den Schwerpunkt der Stange geht und an deren Endpunkten die Schalen hangen, weshalb auch AB die Aufhängungslinie heißt. Der Ruhepunkt soll in D gedacht werden. In diesem Falle ist nun C der gemeinschaftliche Schwerpunkt für den Waagebalken und die Schalen mit dem, was auf diesen liegt. Wenn Alles im Gleichgewichte ist, wird der Schwerpunkt die unterste Stelle einnehmen und AB waagerecht liegen. Wird aber auf die eine Seite ein Uebergewicht gelegt, so verlegt sich der Schwer-

punkt auf diejenige Seite, wo sich das Uebergewicht findet, und zwar um so weiter, je größer das Uebergewicht ist. Die Veränderung, welche dadurch in der Stellung des Waagebalkens hervorgebracht wird, heißt der Ausschlag. Fiele der Ruhepunkt des Waagebalkens mit dem Schwerpunkte zusammen, so würde es keinen Ausschlag geben, sondern jedes noch so kleine Uebergewicht würde, wenn es nur im Stande wäre, den Reibungswiderstand zu überwinden, sein Ende des Waagebalkens ganz niederziehen, und der Stange eine lothrechte Stellung zu geben suchen. Legte man den Ruhepunkt unter den Schwerpunkt, so würde die Waage nicht einmal bei gleichen Gewichten zur Ruhe kommen, sondern hiezu würde auch noch erfordert, daß der Schwerpunkt mit dem Ruhepunkte in derselben senkrecht läge.

Der Schwerpunkt wird also unter den Ruhepunkt verlegt, aber er muß doch nahe unter den Ruhepunkt gelegt werden, damit nicht ein bedeutendes Uebergewicht erfordert werde, um einen erkennbaren Ausschlag zu geben. In Waagen, welche zu sehr feinen Wägungen bestimmt sind, muß der Schwerpunkt außerordentlich nahe bei dem Ruhepunkte liegen; aber zu Wägungen, welche keine große Genauigkeit fordern, legt man ihn nicht so außerordentlich nahe, weil man am langsamsten auf den feinen Waagen wägt. Man sieht leicht ein, daß der Grund zu dieser Vorschrift der ist, daß der Schwerpunkt mit einem Momente wirkt, welches im Verhältniß zu seinem Abstande vom Ruhepunkte steht.

Die Aufhängungslinie braucht nicht durch den Schwerpunkt des 60
Waagebalkens zu gehen; doch darf sie nicht ohne Verbindung mit einer ganz dazu abgepaßten Vertheilung aller Größen oberhalb des Ruhepunktes fallen, denn sonst würde der gemeinschaftliche Schwerpunkt, der zwischen den Schwerpunkten des Waagebalkens und der Gewichtsmassen liegen muß, über dem Ruhepunkte zu liegen kommen, wenn letztere eine gewisse Größe erreichen. Auf einer solchen Waage würde man kleine Massen sehr gut wägen können, aber mit einer Wägung größerer würde man nicht zu Ende kommen.

Man hat dennoch gewußt, dieses Verhalten zu Waagen zu benutzen, auf denen man sowohl große, als kleine Massen genau wägen könnte. Jeder Waagebalken wird nämlich ungeachtet aller Stärke, die man ihm geben kann, durch die aufgelegten Massen gebogen, und zwar in um so höherem Grade, je größer diese sind. Zwar ist dies für das Auge nicht bemerkbar, aber der Einfluß auf die Wägung ist doch nicht ganz unbedeutend, denn durch die Beugung des

Balkens werden die Aufhängungspunkte tiefer verlegt, so daß der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Waagebalkens und der Gewichtsmassen tiefer fällt, woraus wieder folgt, daß ein kleines Uebergewicht einen minder großen Ausschlag giebt. Legt man also die Aufhängungslinie über den Schwerpunkt, giebt aber allen Theilen ein solches Verhältniß, daß die Beugung des Balkens den gemeinschaftlichen Schwerpunkt so weit abwärts bringt, als der Zuwachs der Gewichtsmassen ihn aufwärts bringen würde, so geschieht eine jede Wägung fast gleich gut auf einer solchen Waage.

61 Der Waagebalken muß so wenig biegsam sein, als man dies, ohne sein Gewicht allzu sehr zu vergrößern, zu Wege bringen kann. Man macht ihn deshalb oftmals hohl, noch öfter bringt man in ihm solche Ausschnitte an, wie sie, ohne die Stärke merklich zu schwächen, doch das Gewicht bedeutend vermindern. Man verfertigt jetzt oft die Waagebalken von Kanonenmetall, das nicht, wie das Eisen, dem Roste ausgesetzt, oder bedeutenden magnetischen Einwirkungen unterworfen ist.

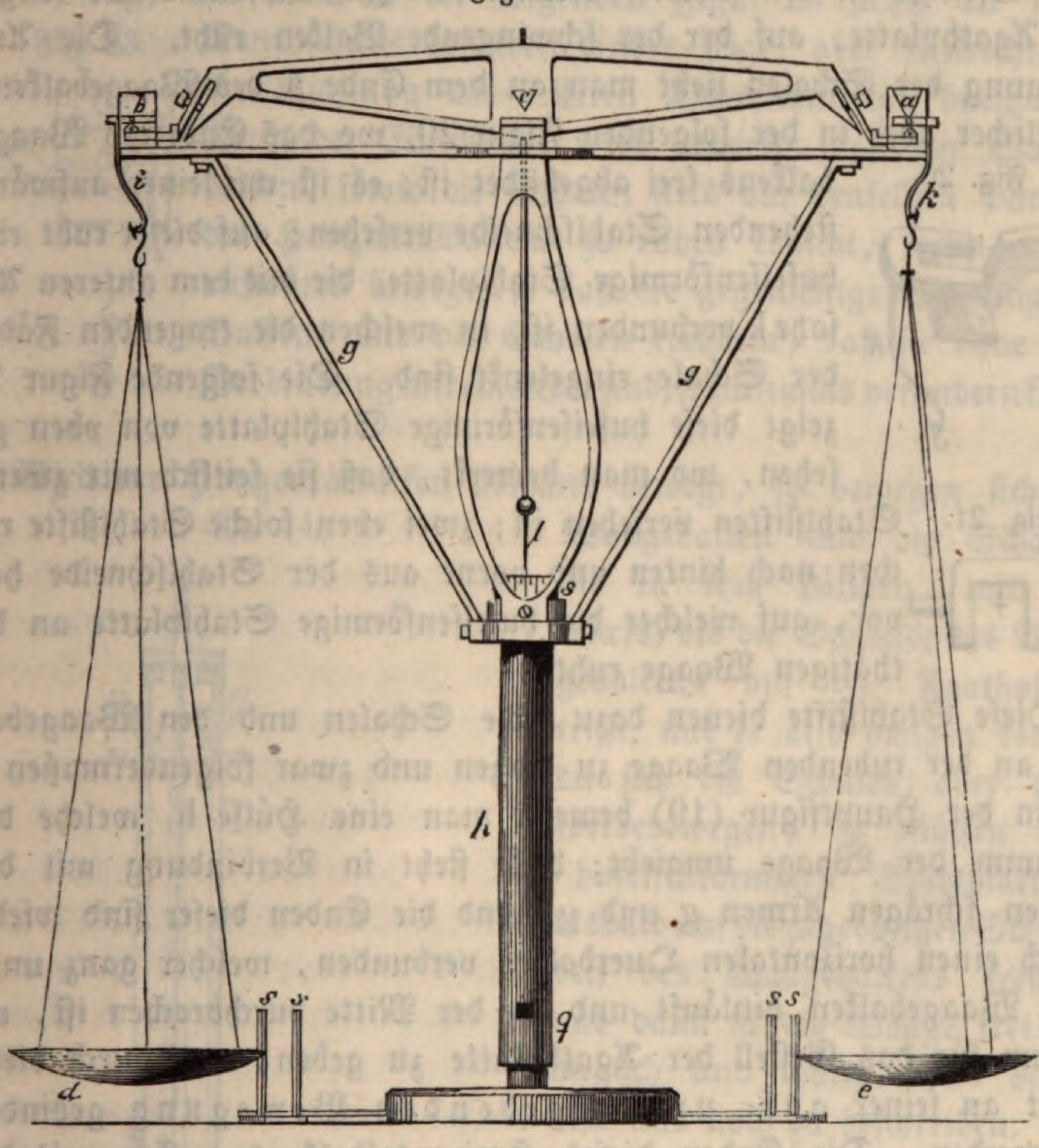
62 a. Zu sehr feinen Waagen darf der Zapfen, auf dem der Balken ruht, nicht rund, sondern muß unten zugeschärft sein, wie ein Keil, so daß er mit der scharfen Kante die Unterlage berührt, und während des Gebrauchs auf ihr sich wiegt. Der Zapfen muß deshalb von gehärtetem Stahl, und die Unterlage muß entweder auch aus sehr gut gehärtetem, oben geschliffenem Stahl oder aus einer in gleicher Weise geschliffenen harten Steinmasse sein. Ein runder Zapfen hat die zwiefache Unvollkommenheit, einen größeren Reibungswiderstand hervorzurufen, und bei der Neigung des Balkens die Länge der Arme ein wenig zu verändern.

Auch die Aufhängung der Schalen muß eine so freie Bewegung als möglich gestatten. Dies geschieht am besten, indem man sie auf Keilen ruhen läßt, deren scharfe Kante aufwärts gerichtet ist. Der Balken muß nicht auf der scharfen Kante des Zapfens ruhen, wenn er ungebraucht steht, sondern auf andere Weise getragen werden. Es ist wichtig, daß eine ähnliche Einrichtung für die Schalen getroffen wird.

b. Alle diese Bedingungen für die Güte und Feinheit einer Waage kann übrigens der Mechaniker auf sehr mannigfaltige Weise erfüllen, doch haben sich einige Constructionen als besonders zweckmäßig gezeigt. Zu den vorzüglichsten Waagen gehört die hier abgebildete, die bei großer Einfachheit allen Anforderungen Genüge leistet.

(Fig. 19.) Sie ist von Capitain Kater mit Benutzung mehrerer Erfindungen seiner Landsleute angegeben und wird vorzüglich von Robinson in London gefertigt.

Fig. 19.



Der Wagebalken ab enthält in der Mitte den prismatischen Zapfen c, der, wenn die Waage gebraucht wird, mit seiner unteren scharfen Kante auf einer geschliffenen Agathplatte ruht; in der Figur schwebt er über dieser Platte, weil die Waage im Zustand der Ruhe abgebildet ist. Der Waagebalken ist so durchbrochen, daß er mit großer Leichtigkeit eine große Festigkeit verbindet; l ist die Zunge des Waagebalkens, welche bei gleicher Belastung beider Schalen an dem mittleren Theilstriche der hinter ihr befindlichen eingetheilten elfenbeinernen Platte steht, an welcher man zum Behufe schnelleren Wägens die ungefähren Unterschiede der Belastung je nach der Stellung der Zunge abschätzen und so durch neue Gewichte den Unter-

schied aufheben oder, wenn man seine Wage genau kennt, mit der Schätzung sich begnügen kann; die beiden Bügel, zwischen denen die Zunge steht, wiederholen sich hinten und vorn an der Waage, sind befestigt an den sicheren Stamm und Fuß derselben und tragen die Agathplatte, auf der der schwingende Balken ruht. Die Aufhängung der Schalen sieht man an dem Ende a des Waagebalkens, deutlicher aber in der folgenden Figur 20, wo das Ende des Waagebalkens frei abgebildet ist; es ist mit einer aufwärts stehenden Stahlschneide versehen; auf dieser ruht eine hufeisenförmige Stahlplatte, die mit dem unteren Ansatze k verbunden ist, in welchen die tragenden Fäden der Schale eingelenkt sind. Die folgende Figur 21 zeigt diese hufeisenförmige Stahlplatte von oben gesehen, wo man bemerkt, daß sie seitlich mit zweien Stahlstiften versehen ist; zwei eben solche Stahlstifte reichen nach hinten und vorne aus der Stahlschneide hervor, auf welcher die hufeisenförmige Stahlplatte an der thätigen Waage ruht.

Fig. 20.

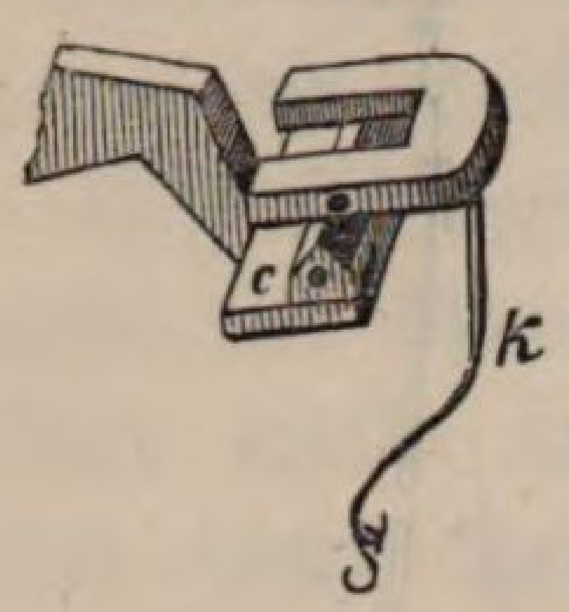
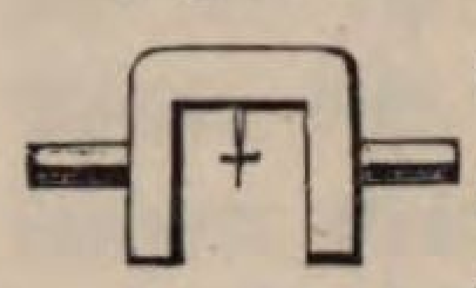


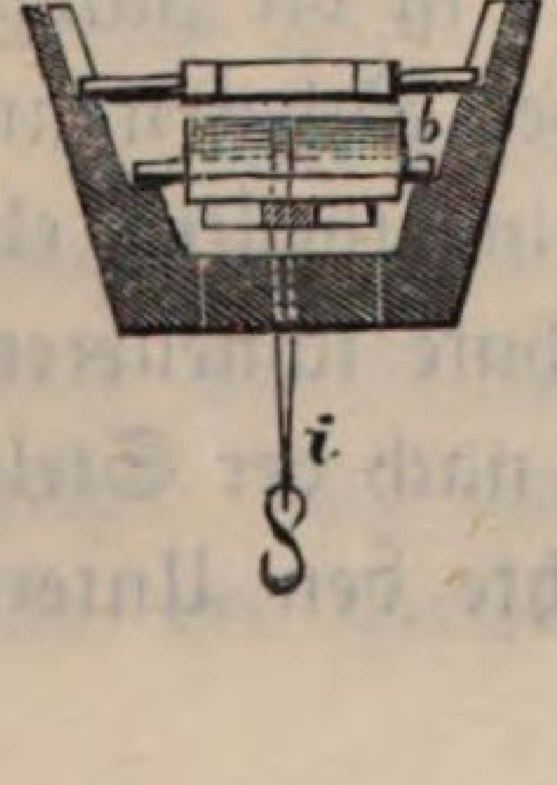
Fig. 21.



Diese Stahlstifte dienen dazu, die Schalen und den Waagebalken an der ruhenden Waage zu tragen und zwar folgendermaßen:

In der Hauptfigur (19) bemerkt man eine Hülse h, welche den Stamm der Waage umgiebt; diese steht in Verbindung mit den beiden schrägen Armen g. und g, und die Enden dieser sind wieder durch einen horizontalen Querbalken verbunden, welcher ganz unter dem Waagebalken hinläuft und in der Mitte durchbrochen ist, um Raum für das Gestell der Agathplatte zu geben, und durch dieses nicht an seiner auf- und abgehenden Bewegung gehindert zu werden. Die Enden dieses Horizontalbalkens treffen mit den Enden des Waagebalkens zusammen, und sind so eingerichtet, daß sie diesen und die Schalen an der ruhenden Waage tragen, wie es die Figur an dem Ende b als vordere Ansicht, an dem Ende a als Durchschnitt zeigt; deutlicher wird dies aus der folgenden Figur 22 werden.

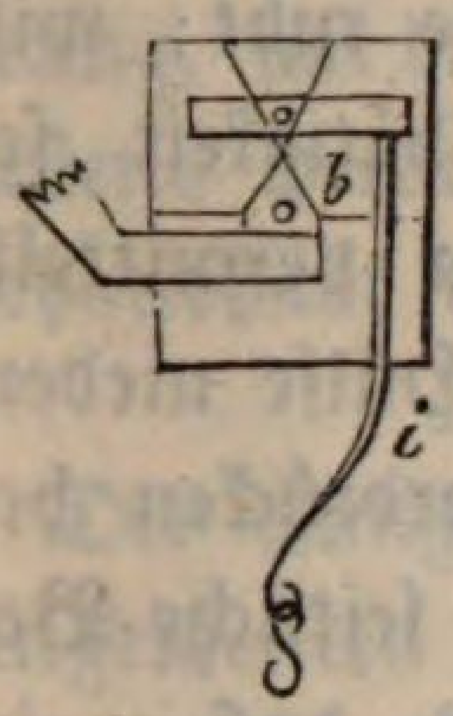
Fig. 22.



Die Figur zeigt einen Durchschnitt des Horizontalbalkens an seinem Ende. Dies Ende hat, wie auch die Hauptfigur zeigt, einen Ansatz vorne und einen ähnlichen hinten, die jeder mit zweien entsprechenden Einschnitten auf der Innenseite versehen sind. Auf den untersten Einschnitten sieht man die beiden

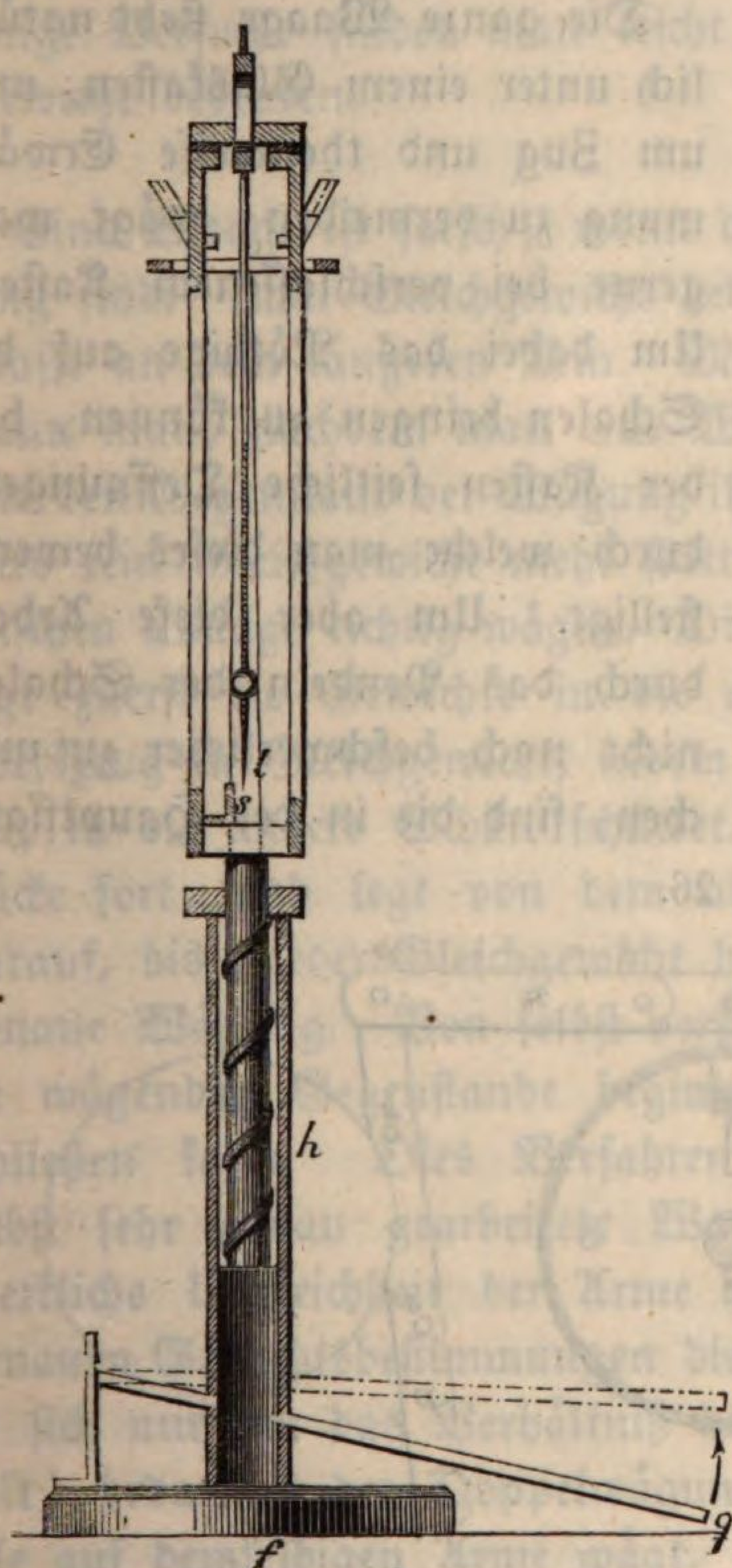
Stahlstifte ruhen, welche dem Ende des Waagebalkens angehören, während auf den oberen Einschnitten die beiden Stahlstifte der hufeisenförmigen Platte ruhen. Diese Einschnitte sind oben weit und unten eng, wie man in der folgenden Figur 23 sieht, die einen Durchschnitt desselben Endes zeigt, aber senkrecht auf die Richtung des ersteren Durchschnittes; durch diese Form der Einschnitte wird bewirkt, daß der Waagebalken, sowie die Schale, stets auf denselben Punkten des Horizontalbalkens zu ruhen kommt, wenn er sich aufwärts bewegt, so daß die gegenseitige Stellung des Balkens und der Schalen trotzdem, daß sie ohne alle Verbindung mit einander sind, sich niemals verändern kann.

Fig. 23.



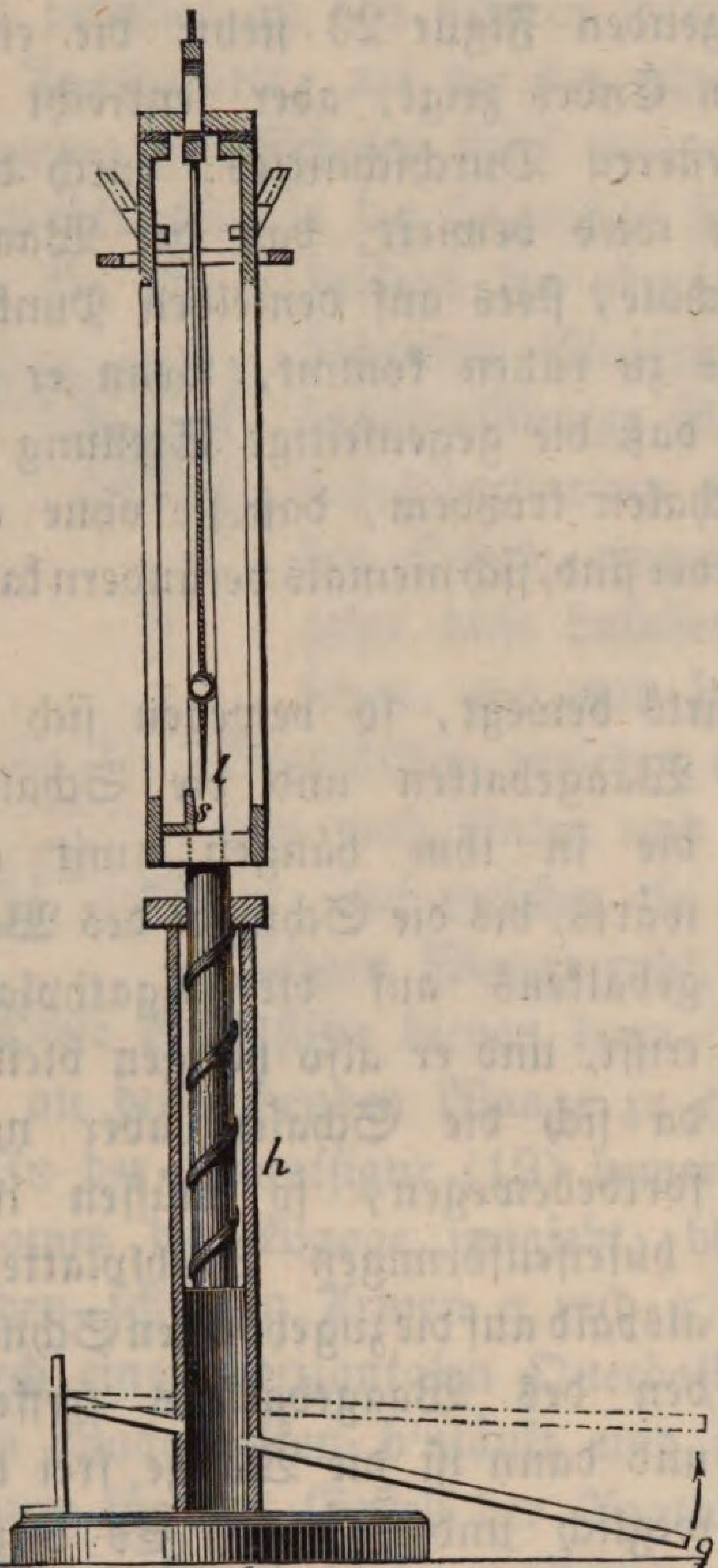
Wird der Horizontalbalken abwärts bewegt, so bewegen sich der Waagebalken und die Schalen, die in ihm hängen, mit abwärts, bis die Schneide des Waagebalkens auf die Agathplatte trifft, und er also hängen bleibt; da sich die Schalen aber noch fortbebewegen, so müssen ihre hufeisenförmigen Stahlplatten alsbald auf die zugehörigen Schneiden des Waagebalkens treffen, und dann ist die Waage frei beweglich und thätig. Es bleibt also nur noch zu beschreiben, wie die auf- und abgehende Bewegung des tragenden Horizontalbalkens zu Stande kommt. Die Verbindung desselben mit der Hülse h, die den Stamm der Waage umgiebt, ist schon oben beschrieben, also nur noch zu sagen, wie sich die Hülse bewege. Dieses ersieht man deutlich aus Figur 24, die einen Durchschnitt des ganzen mittleren Theils der Waage von der Seite ge-

Fig. 24.



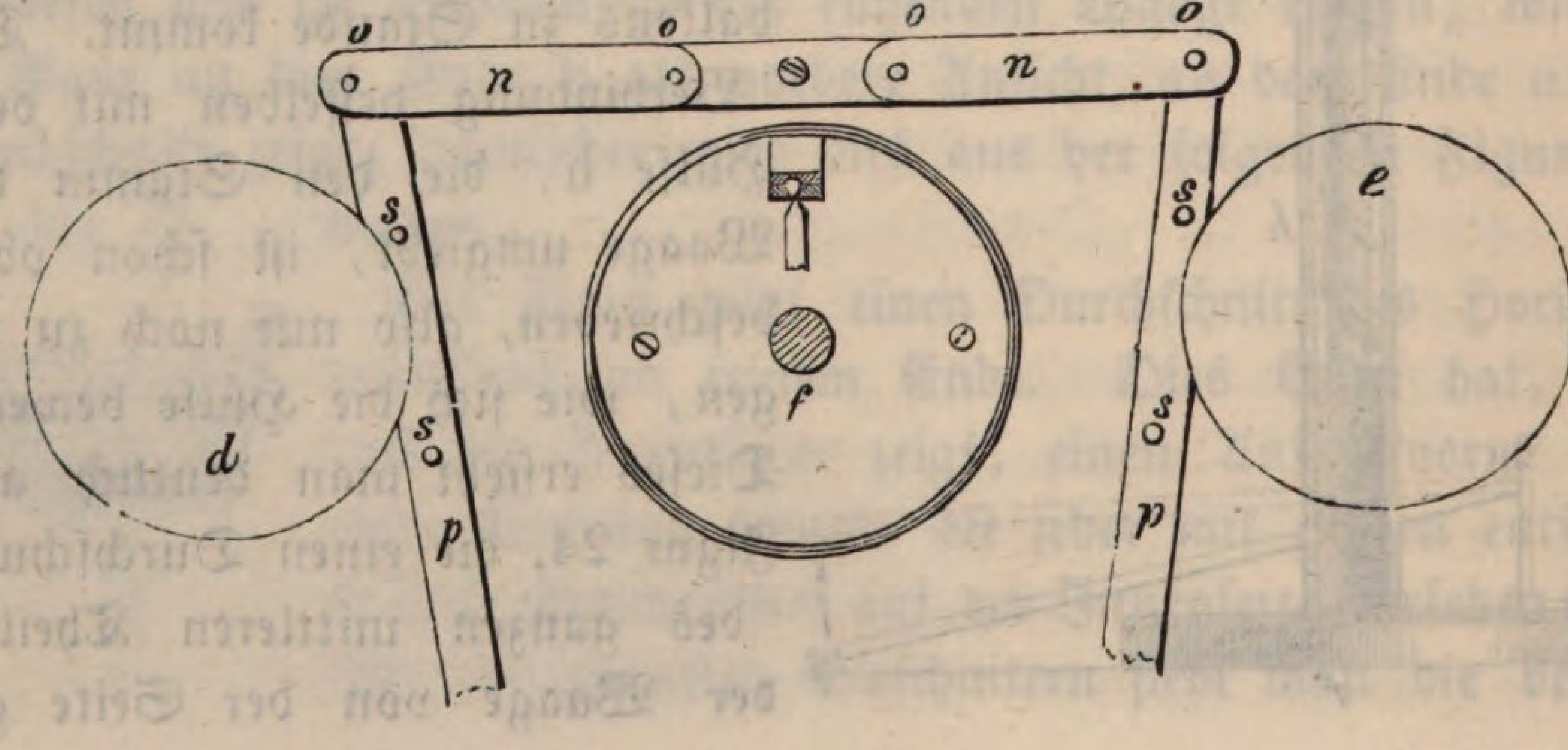
sehen darbietet, und zwar in dem Zustande, wo die Waage thätig ist. Den Stamm umgiebt eine Spiralfeder, und erst diese ist von der Hülse h umgeben. Die Feder drückt die Hülse und mit ihr den Horizontalbalken hinauf in die Lage, wo die Waage ruht; will man sie aber in Thätigkeit setzen, so drückt man vermittelst des Hebels q die Hülse nieder, und nach dem Niederdrücken bewirkt man durch eine seitliche Bewegung dieses Hebels, daß er in einen Ausschnitt des Stammes der Waage eingreift, also nicht zurückschnellen kann.

Fig. 25.



Die ganze Waage steht natürlich unter einem Glaskasten, und um Zug und theilweise Erwärmung zu vermeiden, wägt man gerne bei verschlossenem Kasten. Um dabei das Nöthige auf die Schalen bringen zu können, hat der Kasten seitliche Oeffnungen, durch welche man dieses bewerkstelligt. Um aber diese Arbeit durch das Pendeln der Schalen nicht noch beschwerlicher zu machen, sind die in der Hauptfigur

Fig. 26.



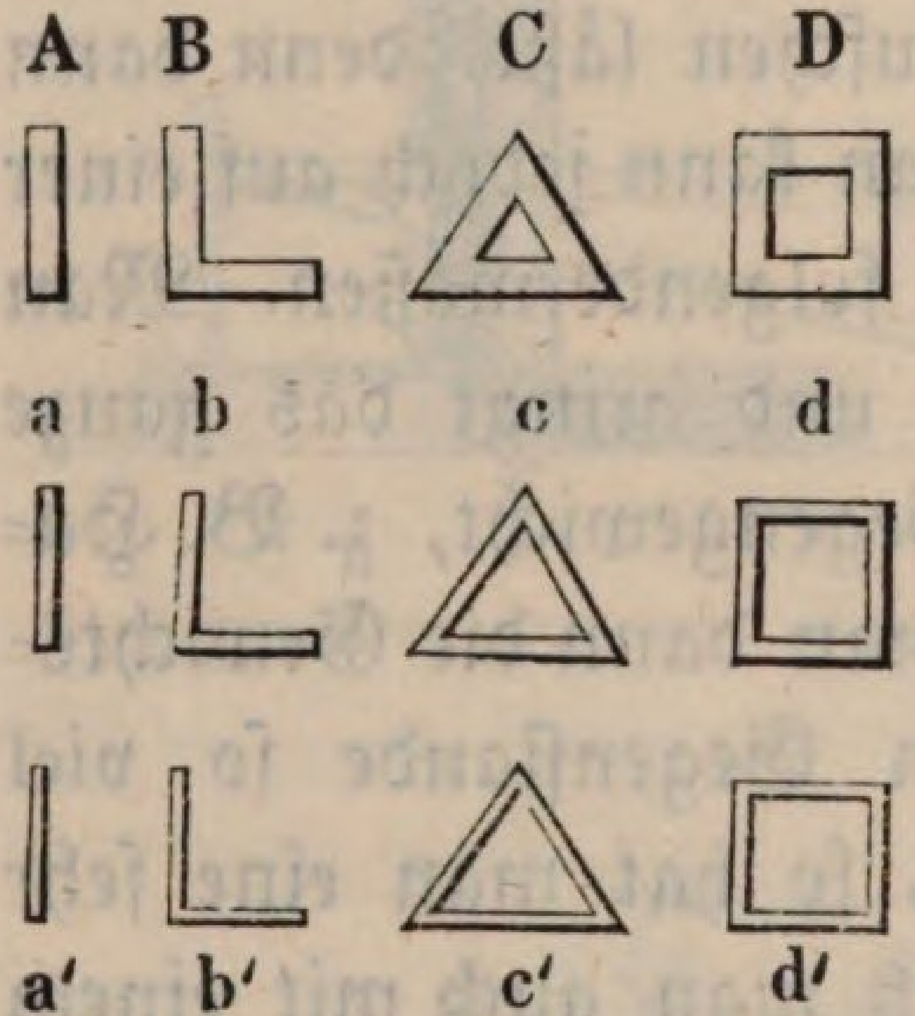
bemerkbaren Stäbe ss angebracht; dieselben sitzen auf den Messingplatten pp der vorstehenden Figur 26 (in welcher f den Durchschnitt des Fußes und d, e die Schalen von oben gesehen bedeutet). Vermittelst der Gelenke o,o,o,o sind die Stäbe jeder waagerechten Bewegung fähig, und die Platten pp sind so wie der Hebel q lang genug, um durch passende Einschnitte in der Vorderwand des Glaskastens hervorzuragen, so daß alle drei nach Belieben von außen gehandhabt werden können.

Die Zunge bei der beschriebenen feinen Waage giebt auf einem 63
eingetheilten Bogen an, wie groß die Abweichung von der waagerechten Stellung bei der Stange ist. Dasselbe geschieht auch, indem man den Enden der Balkenarme Spitzen giebt, die es auf Bogen mit eigenem Fußgestelle anzeigen. Bei sehr großen Waageschalen kann man auch mit Vortheil das Richtblei dazu benutzen. Durch einige Versuche findet man leicht, wie viel die Abweichungen im Gewicht bedeuten.

Eine Waage ist falsch, wenn die Arme des Balkens nicht gleich 64
lang sind. Zum Gleichgewicht bedarf es dann nur einer geringeren Masse an dem längeren Arm. Man findet sehr leicht diesen Fehler, wenn man, nachdem man eine Wägung gemacht hat, die Gewichte und den Gegenstand der Wägung ihre Plätze tauschen läßt, denn dann wird kein Gleichgewicht mehr stattfinden. Man kann jedoch auf einer falschen Waage richtig wägen. Dies geschieht folgendermaßen. Man legt zuerst die Gewichte in die eine Schale und bringt das ganze Werkzeug in Gleichgewicht, indem man ein Gegengewicht, z. B. Hagel, in die andere Schale schüttet. Nimmt man dann die Gewichtsstücke fort, und legt von dem abzuwägenden Gegenstande so viel darauf, bis wieder Gleichgewicht hergestellt ist, so hat man eine sehr genaue Wägung. Von selbst versteht sich, daß man auch mit einem zu wägenden Gegenstande beginnen und mit den Gewichtsstücken schließen kann. Dies Verfahren heißt Doppelwägung. Da selbst sehr genau gearbeitete Waagen eine kleine, obgleich wenig merkliche Ungleichheit der Arme haben können, so verdient bei sehr genauen Gewichtsbestimmungen die Doppelwägung den Vorzug. Wo es sich nur um das Verhältniß der Gewichte mehrerer Körper handelt, bedarf es der Doppelwägung durchaus nicht, wenn man nur alle auf demselbigen Arme wägt.

65 In jedem wohleingerichteten Staate hat man Mustergewichte, wonach sich alle anderen richten sollen, und welche in genauester Verbindung mit dem Mustermaaß des Landes stehen. Diejenigen Gewichtsstücke, die recht vollkommen allen Veränderungen widerstehen sollen, werden von Platin verfertigt, welches in der Luft nicht anläuft, eine ziemliche Härte besitzt und selbst bei der Hitze, die in einer Feuersbrunst entstehen könnte, nicht schmelzen würde. Die gewöhnlichen Gewichte sind von Messing und Glockenmetall und haben den Fehler, daß sie anlaufen und dadurch etwas, wenn auch nicht viel an Gewicht gewinnen. Die Oberfläche der Gewichte muß so klein als möglich sein, wodurch der Einfluß, sowohl des Verschleißens als des Anlaufens möglichst vermindert wird. Eine Gestalt, die sich der Kugelgestalt nähert, aber doch unten flach ist und oben ein Köpfchen zum Anfassen hat, ist sehr zweckmäßig. Den ganz kleinen Gewichtstheilen muß man jedoch eine größere Ausdehnung geben, damit man sie leicht sehen kann und sie nicht so leicht verliert. Sie werden am besten von Metalldraht gemacht, wozu man am liebsten Platina nimmt. Man nimmt den Draht von verschiedener Dicke, so daß eine gewisse Länge des dickeren zehnmal so viel wiegt, als von dem nächst dünneren. Man bildet davon folgende Formen (Fig. 27):

Fig. 27.



Bedeutet nun a in der mittleren Reihe 1 Gran = $^1/_{7680}$ Pfund, so läßt man b = 2 Gran, c also = 3 Gran, und endlich d = 4 Gran sein. Alle zusammen 1 + 2 + 3 + 4 = 10 Gran, entsprechen A in der obersten Reihe, so daß B = 20 Gran, C = 30 Gran und D = 40 Gran wird. a′, b′, c′, d′ sind zehntel Grane, und man kann leicht eine ähnliche Reihe von hundertel Gran haben.

Die Festsetzung der Gewichte muß jedenfalls an ein natürliches Maaß gebunden werden, indem man bestimmt, welches Verhältniß zwischen dem Maaße und dem Gewichte einer bestimmten Wassermenge unter gewissen Verhältnissen bestehen soll. (Hiervon wird in einem späteren Abschnitte die Rede sein.) Das Ausmessen dieses Maaßes beruht wieder auf einem Maaßstabe, der an ein Naturmaaß geknüpft ist. (Hierüber in dem Abschnitt vom Pendel.)

Die Einheit für das französische Gewicht ist das Gramm. Zehn

Gramme heißen ein Dekagramm, 100 ein Hektagramm, 1000 ein Kilogramm, 10000 ein Myriagramm; $1/_{10}$ Gramm ein Decigramm, $1/_{100}$ ein Centigramm, $1/_{1000}$ ein Milligramm. Dies französische Gewicht wird viel zu wissenschaftlichen Bestimmungen gebraucht. Das deutsche Apothekergewicht, mit dem das dänische übereinstimmt, wurde bisher auch oft zu wissenschaftlichen Untersuchungen angewendet. Das Pfund wird eingetheilt in 12 Unzen = 96 Drachmen (Quentin) = 96 . 60 = 5760 Gran. Besonders dieses Grangewicht (das Gewicht eines Waizenkornes) hat man häufig angewendet. 1 Gramm ist = 16,09 Gran Apothekergewicht.

a. Der Besemer oder die Schnellwage ist ein ungleicharmiger Hebel, an dessen kürzerem Arm der zu wägende Gegenstand hängt, wogegen an dem längeren ein verschiebbares Gewicht angebracht ist, das um so weiter von dem Ruhepunkte entfernt werden muß, je größer das Gewicht des zu Wägenden ist. Mit diesem Werkzeug kann man sehr schnell wägen, aber die Genauigkeit ist nicht groß, und eine mögliche Verbiegung des Waagebalkens bringt eine bedeutende Unsicherheit mit sich. 66

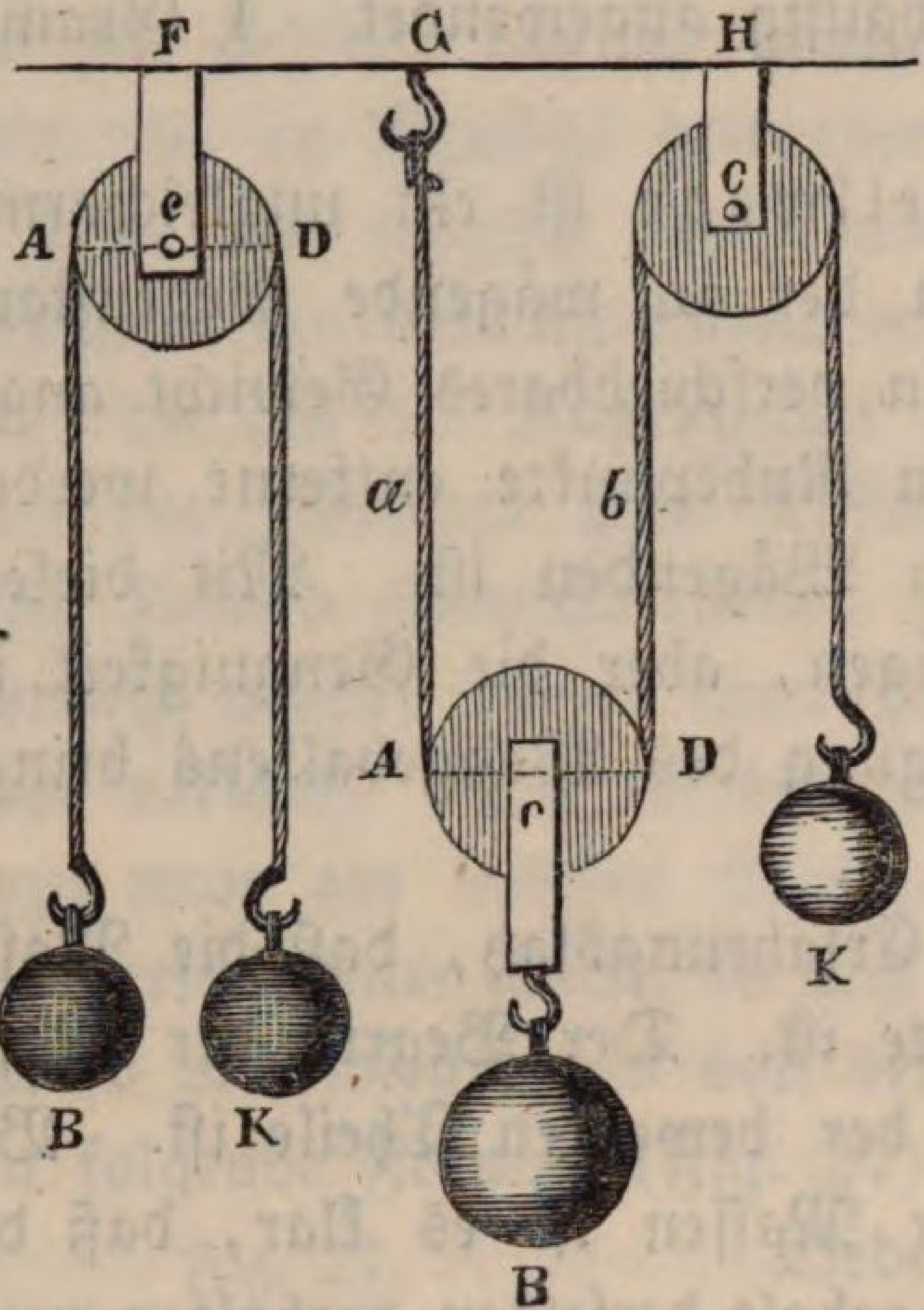
b. Es weiset sich schon hier als Erfahrungssatz, daß die Masse der Körper einerlei mit ihrem Gewichte ist. Der Begriff der Masse geht davon aus, daß es die Anzahl der bewegten Theile ist. Bei Vergleichung vollkommen gleichartiger Massen ist es klar, daß die Größe der Massen sich wie der Raumgehalt derselben verhalten muß. Dies bekräftiget sich auf das Vollkommenste in allen Anwendungen des Hebels und namentlich bei der Waage. Durch alle in dem Folgenden abgehandelten Maschinen erhält es noch eine neue Bekräftigung. Nun aber zeigt es sich auch in allen diesen Verhältnissen, daß man dieselben Gleichgewichtswirkungen erhält, wenn man gleich große Gewichte der verschiedenartigsten Stoffe für einander setzt. Der innere Zusammenhang in dieser Erfahrung wird sich später zeigen (§. 209).

Die Rolle.

Die Rolle ist eine runde Scheibe, die sich um ihre Axe drehen kann, und in dem Umkreise eine Furche hat, in der eine Schnur liegt, auf welche entgegengesetzte Kräfte wirken. Wird die Schnur in Bewegung gesetzt, so wird vermittelst der Reibung die Rolle gedreht. 67

Die Rolle kann entweder eine feststehende Axe haben, um welche sie sich dreht, und heißt dann eine feste Rolle, oder die Axe kann zugleich mit der Rolle und dem zu bewegenden Gegenstande ihren Ort verändern, in welchem Falle die Rolle eine bewegliche heißt. Die Axe der Rolle hat meistens ihre Unterstützung in einem geklaubten Körper, der die Gabel heißt (Fig. 28).

Fig. 28.



Bei F sieht man den einen Arm einer Gabel, der die Axe c einer festen Rolle trägt; bei G beginnt eine Schnur, die eine bewegliche Rolle trägt. Die feste Rolle trägt die beiden Gewichte B und K, welche gleich groß sein müssen, damit Gleichgewicht hergestellt werde, weil dann B und K, wann sie in Bewegung gesetzt werden, gleiche Geschwindigkeit haben werden. Die lose Rolle wird von der unten durchlaufenden Schnur getragen, welche wieder über die feste Rolle in der Gabel H geht. Diese feste Rolle ist jedoch kein nothwendiger Zubehör der losen Rolle, da jede Kraft, welche bei b aufwärts zieht, dasselbe ausrichtet, wie das Gewicht K; aber diese feste Rolle findet sehr häufige Anwendung auch unter Andern bei Versuchen. Die Axe der losen Rolle trägt vermittelst der Gabel und ihres Hakens ein untergehängtes Gewicht, und beide zusammen können hier als Last bezeichnet werden. Soll nun die Last eine gewisse Strecke gehoben werden, so müssen beide Theile (a und b) der Schnur eben so viel verkürzt werden, folglich muß jeder Punkt in b und eben so in d, daher auch in dem Gewichte K, eine doppelt so große Strecke durchlaufen, als die Last. Die entgegengesetzten Bewegungsgrößen sind dann auf beiden Seiten gleich, wenn die Kraft halb so groß ist, als die Last, und man kann durch Versuche sich leicht überzeugen, daß in diesem Fall Gleichgewicht eintritt.

Es muß bemerkt werden, daß sowohl hier, als in anderen Versuchen mit der Rolle ein kleiner Ueberschuß der Größe der Bewe-

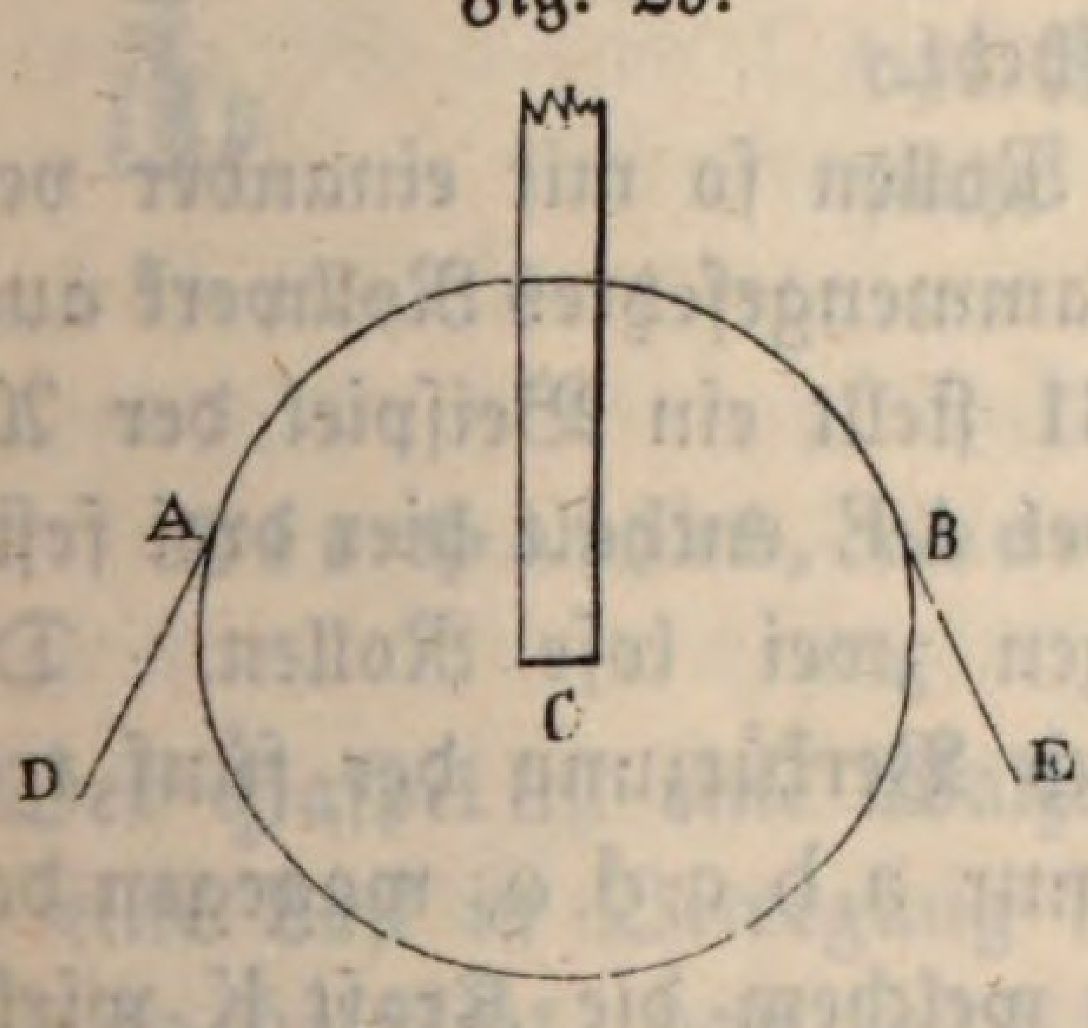
gung auf einer von beiden Seiten noch keine Bewegung hervorruft, aber das beruht auf dem Widerstande, den sowohl die Reibung am Zapfen, als die Beugung der Schnur verursachen. Man kann bis zu einem bedeutenden Grade diese Hinderungen vermindern, und findet dann auch, daß ein kleinerer Ueberschuß auf einer der beiden Seiten die Ruhe aufhebt.

Durch die feste Rolle wird Nichts an Kraft gespart, aber man kann dadurch der Kraft eine andere Richtung geben, als sie sonst haben würde, und sie heißt deshalb Leitrolle.

Man kann auch die Theorie der Rolle auf die des Hebels zurückführen, indem man den Durchmesser AD der festen Rolle als einen gleicharmigen Hebel betrachtet, dessen Ruhepunkt in C ist, wogegen der losen Rolle Durchmesser als ein einarmiger Hebel betrachtet werden muß, dessen Ruhepunkt in A ist, dessen Last von c getragen wird, und an welchem die Kraft bei D wirkt; dies aber würde hier ein Umweg sein, durch den die Aufmerksamkeit von dem eigentlichen Grunde der Wirksamkeit abgelenkt werden würde. Man kann auch darauf hinweisen, daß bei der losen Rolle der Aufhängepunkt die Hälfte des vereinigten Gewichtes von Last und Rolle trägt, aber außer daß dieses von dem Ueberblick über das Verhalten sämmtlicher Maschinen ablenkt, läßt sich davon auch keine irgend bequeme allgemeine Anwendung machen.

Bei der festen Rolle macht es keinen Unterschied im Verhalten 68
der Kräfte, ob die Schnur den halben Umkreis umspannt, und die Kräfte parallel wirken oder nicht, dagegen ist dies bei der losen Rolle nicht gleichgültig.

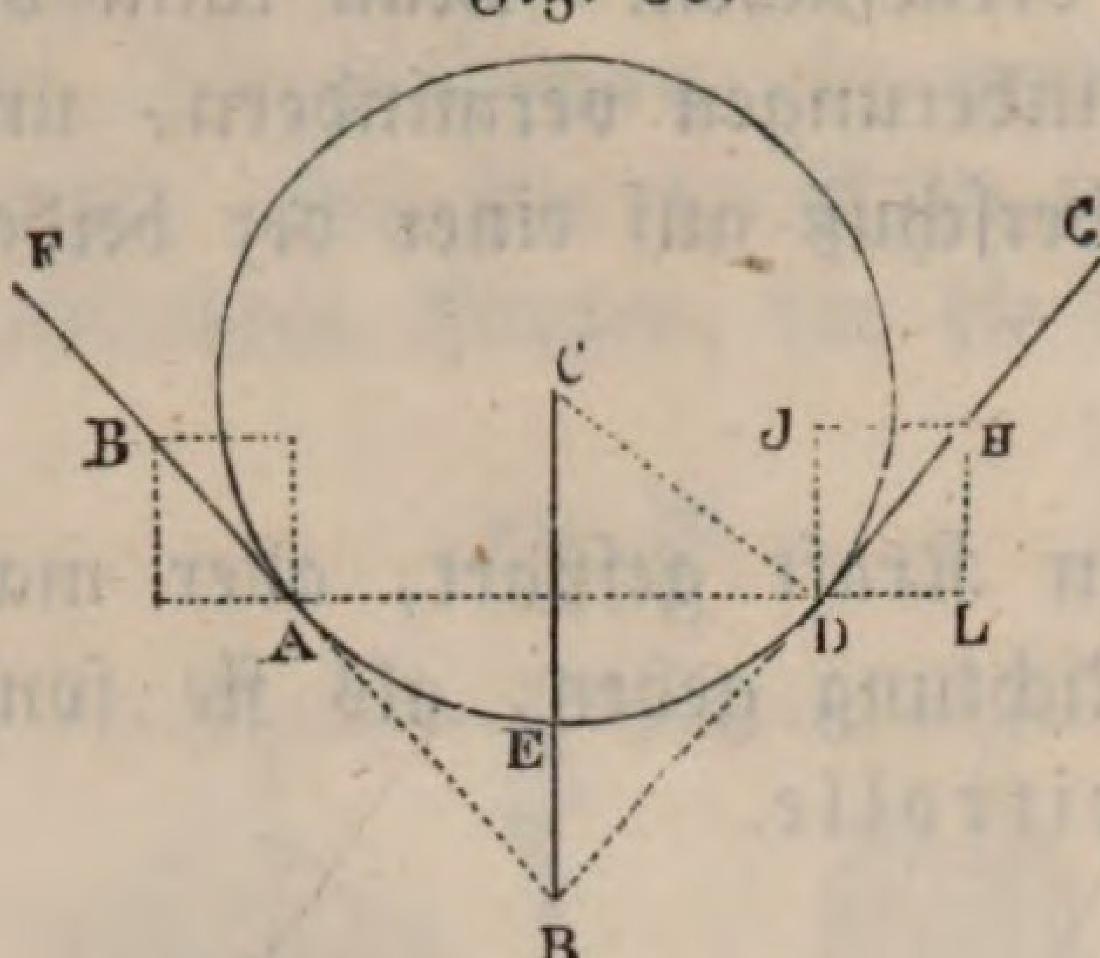
Fig. 29.



Bei den festen Rollen (Fig. 29) werden zwei Kräfte, die in den Richtungen AD und BE wirken, unter ganz gleichen Bedingungen stehen; wenn sie auch in ungleichen Abständen von der Gabel wirken, so thut dies nichts zur Sache, da die Rolle mit dieser in keiner anderen Verbindung steht, als dadurch, daß sie die Axe trägt.

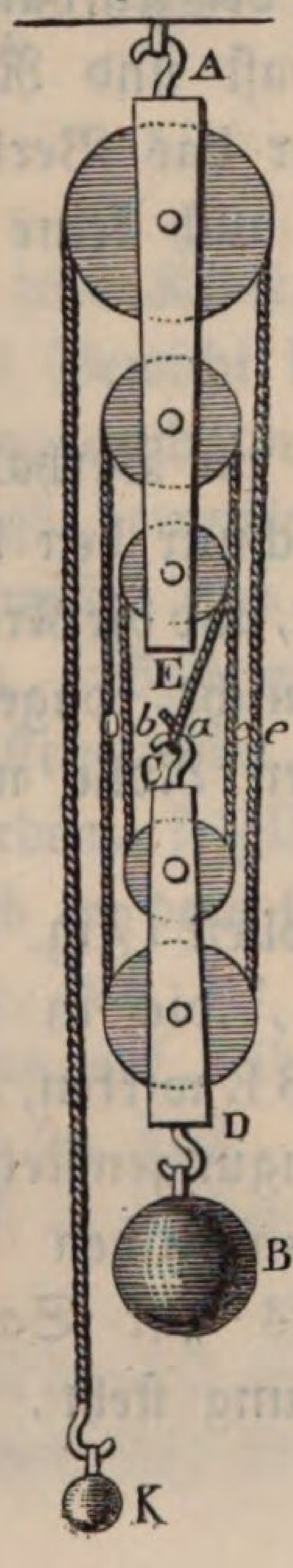
Bei der losen Rolle (Fig. 30), welche hier blos durch einen Kreis vorgestellt ist, wirkt diejenige Kraft, die als Last zu bezeichnen ist,

Fig. 30.



in der Richtung CB, und die Rolle setzt sich auf der tragenden Schnur selbst in eine solche Stellung, daß die beiden Bogen AE und DE gleich werden. Die Kraft, welche auf die Schnur einwirkt, und bei A und D gleiche Spannung in den Richtungen AF und DG hervorbringt, wirkt nicht ganz so, als wenn der Zug senkrecht ist. Denkt man sich DH aufgelöset in DJ und DL, so wird nur die erstere beitragen zu heben. Aber DJ ist $= DH.\ \sin.\ DCE$, und da die hebende Kraft bei A dieselbe ist, so hält die Last B das Gleichgewicht gegen $2.DH\ \sin.\ DCE$, das heißt die Last B ist $= 2DH.\ \sin.\ DCE$, also $DH = \frac{B}{2\sin.\ DCE}$ oder die Kraft, welche nach DH zieht, ist so groß als die Last, dividirt mit dem doppelten Sinus des halben von der

Fig. 31.

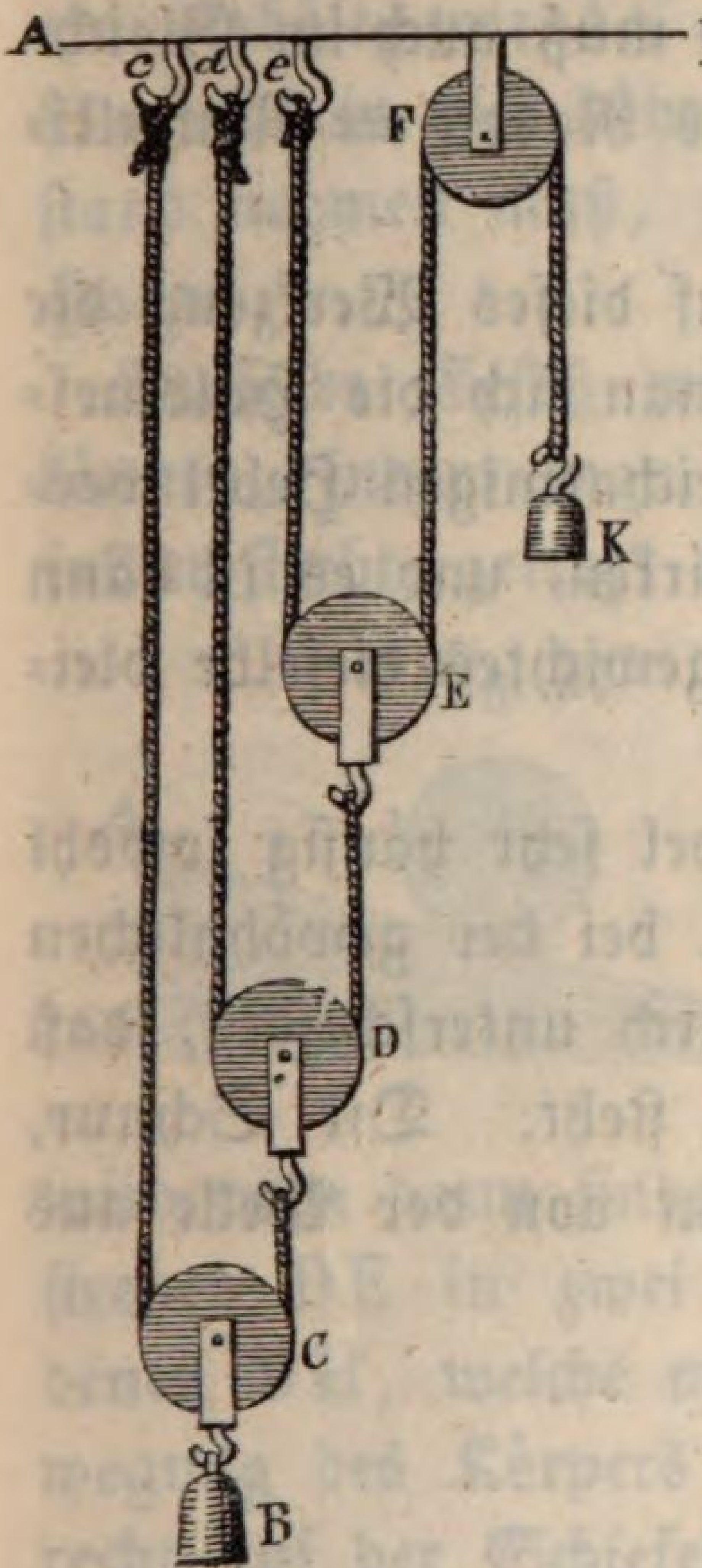


Schnur umspannten Winkels. Ist dieser Bogen 30°, so ist der doppelte Sinus = 1, und die für das Gleichgewicht erforderliche Kraft also = der Last; und wird der Bogen noch kleiner, so muß also die Kraft selbst größer werden als die Last. Man sieht leicht, daß die horizontalen Theile, die durch die Zerlegung der Kräfte auf beiden Seiten herauskommen, entgegengesetzte Richtungen haben, so daß einer den anderen aufhebt.

69 Man kann mehrere Rollen so mit einander verbinden, daß sie ein zusammengesetztes Rollwerk ausmachen. Die Figur 31 stellt ein Beispiel der Art dar. Die oberste Gabel AE enthält hier drei feste, die untere CD dagegen zwei lose Rollen. Die Last wird gehoben durch Verkürzung der fünf tragenden Theile der Schnur a, b, c, d, e, wogegen das Ende der Schnur, an welchem die Kraft K wirkt, sich eben so viel verlängern muß, als alle jene fünf Theile zusammen sich verkürzen. Auf diese Weise sinkt K durch eine fünfmal so große Strecke, als B

steigt, und die Größe der Bewegung wird auf beiden Seiten gleich sein, wenn $K = \frac{1}{5}\,B$. Versuche beweisen die Richtigkeit dieses Satzes. Auch wenn man eine andere Anzahl von Rollen wählt, wird Gleichgewicht dann eintreten, wann die Kraft so viel mal kleiner ist, denn die Last, als da hebende Schnüre vorhanden sind. Alle hierüber angestellten Versuche bekräftigen dies. In der Anwendung setzt man meistens alle festen Rollen seitwärts von einander in eine gemeinschaftliche Gabel, und eben so die losen in eine andere.

Fig. 32.



Eine andere Art Rollenwerk ist das fol- 70
gende (Fig. 32).

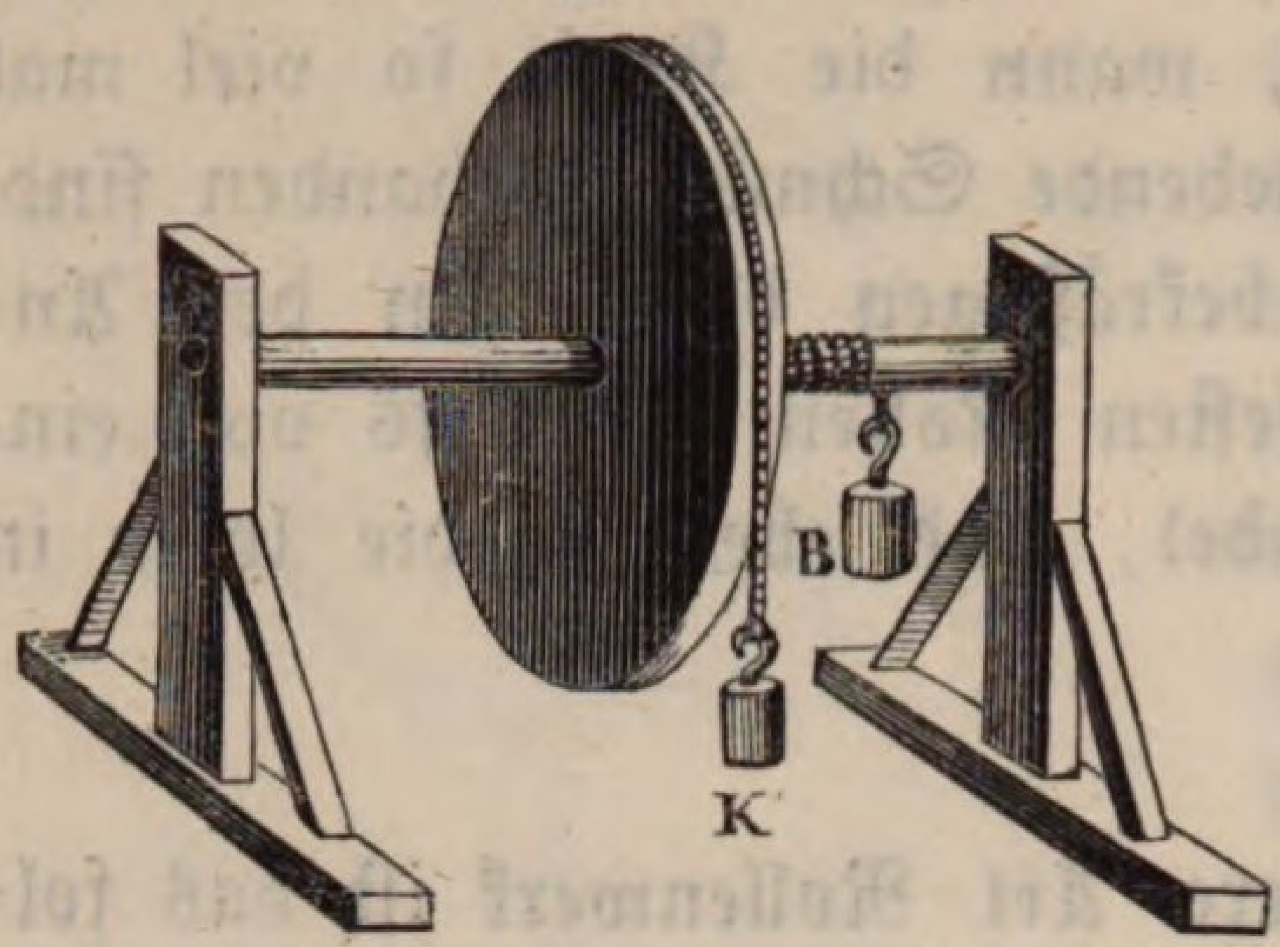
C, D und E sind hier lose Rollen, die ihre Aufhängepunkte in c, d und e haben, in dem Balken AB. Von der letzten losen Rolle E aus läuft eine Schnur über die feste Rolle F. Jede dieser Rollen mit ihrer Last bildet die Last für die nächst höher liegende. Nimmt man keine Rücksicht auf das Gewicht der Rollen, so verdoppelt jede dieser losen Rollen die Krafterspamiß, so daß die Kraft K hier nur $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\,B = \frac{1}{8}\,B$ zu sein braucht, um der Last B das Gleichgewicht zu halten. Die Regel ist also, daß man die Zahl 2 zu einer Potenz erhebt, deren Exponent die Anzahl der Rollen ist, um das Verhältniß zwischen Kraft und Last zu finden, das für das Gleichgewicht erfordert wird. Die Versuche stimmen damit.

Der Haspel, oder das Rad mit der Welle.

Der Haspel ist eine Walze, um welche eine Schnur gewickelt ist, 71
die eine Last in Bewegung setzen soll, und auf dieser Walze ist ein Rad so befestigt, daß beide sich um eine gemeinschaftliche Axe drehen. Die auf folgender Seite beigedruckte Figur zeigt eine solche Maschine; statt des Rades können auch blos die Speichen desselben vorhanden sein.

So viele Male der Umkreis des Rades größer ist, als der der Walze, so viele Male größer ist die Last B (Fig. 33) als die statt der Kraft angewendete Masse K, die ihr das Gleichgewicht hält. Aber es ist auch offenbar, daß K bei jeder Bewegung einen um so viel größeren Weg denn B durchlaufen muß, als des Rades Umkreis größer ist, denn der Umkreis der Walze. Da die Halbmesser der Kreise sich verhalten, wie die Umkreise, so muß auch im Gleichgewichte K multiplicirt in den Halbmesser des Rades = B multiplicirt in den Halbmesser der Welle sein.

Fig. 33.



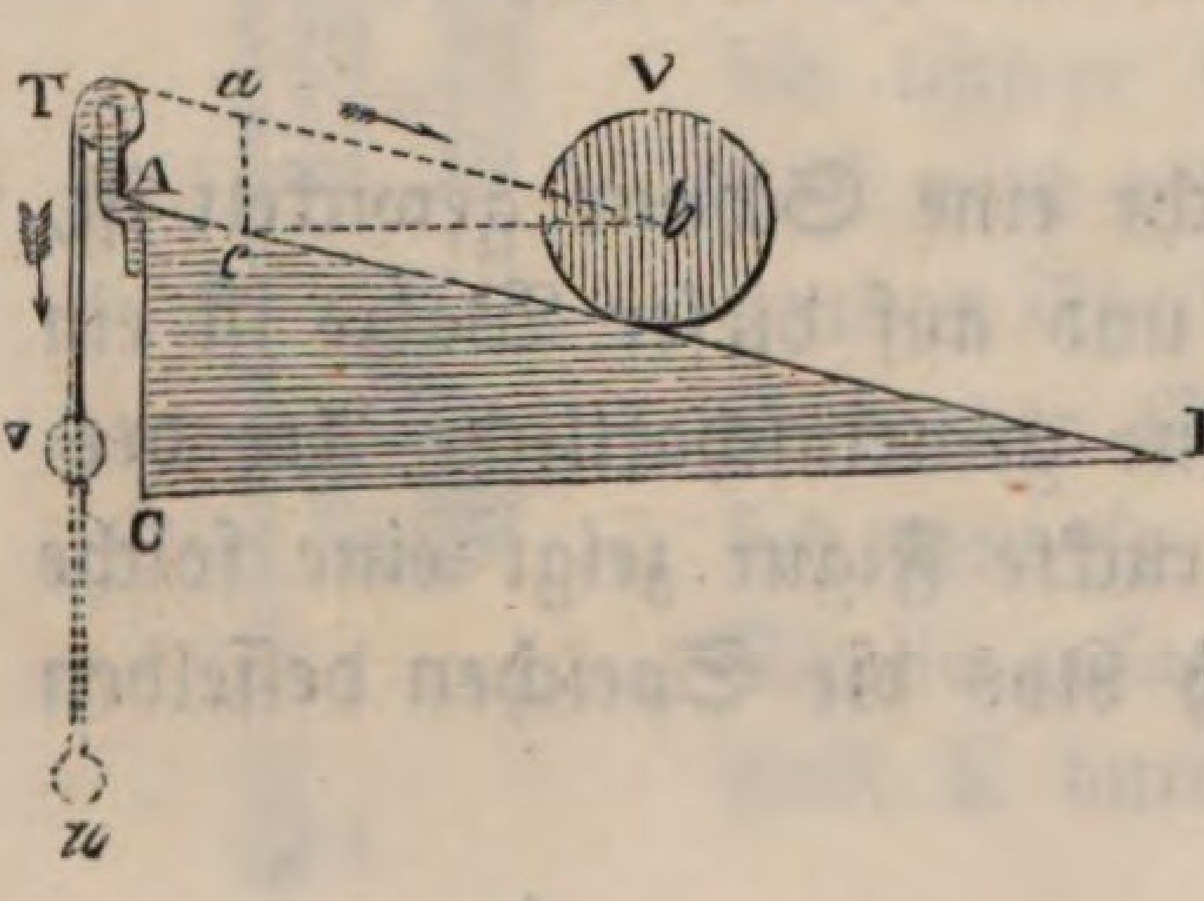
Es ist leicht einzusehen, daß man auch auf dieses Werkzeug die Theorie des Hebels anwenden kann, indem man sich die Halbmesser des Rades und der Welle zu einem ungleicharmigen Hebel verbunden denkt, an welchem Kraft und Last wirken, und es ist dann einleuchtend, daß die Bedingung des Gleichgewichtes dieselbe bleiben wird, wie die oben angegebene.

72 Als bewegende Kraft wird an dem Haspel sehr häufig sowohl Menschen- als Thierkraft angewendet, z. B. bei der gewöhnlichen Winde, die sich von dem Haspel nur dadurch unterscheidet, daß die Axe des Rades und der Welle senkrecht steht. Die Schnur, durch welche die Last gehoben wird, geht dann von der Welle aus über eine Rolle.

Die Schiefebene.

73 Eine Ebene, die mit dem Horizont einen Winkel bildet, heißt eine Schiefebene (Fig. 34) AB stellt eine solche Schiefebene vor, wenn BC eine wagerechte und AC eine senkrechte Linie ist. AB heißt die Länge der Schiefebene, BC ihre Grundlinie, AC ihre Höhe und ABC ihr Neigungswinkel. Durch folgende Versuche wird man leicht die Gesetze für das Gleichgewicht auf der Schiefebene erweisen können. Ein Gewicht v

Fig. 34.

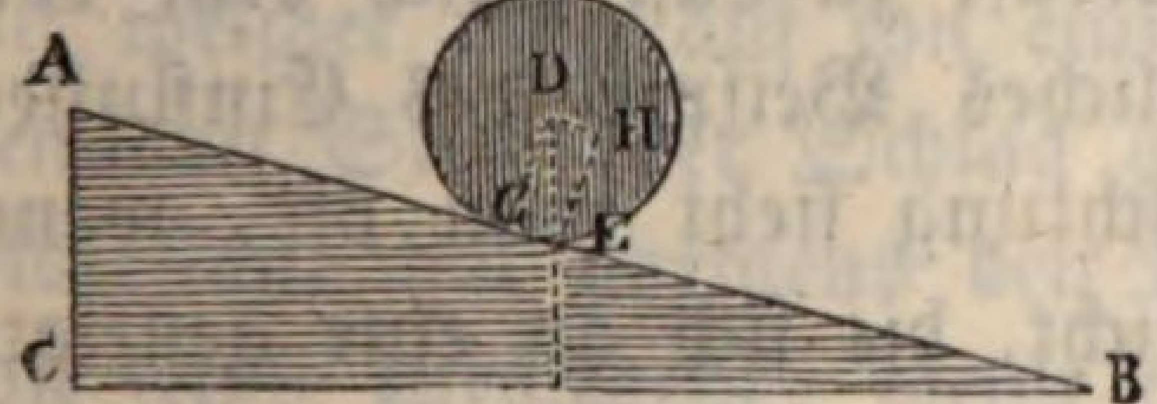


das durch eine Rolle bestimmt wird, parallel mit der Schiefebene zu wirken, wird Gleichgewicht gegen ein anderes Gewicht V halten, z. B. gegen eine Walze, die sich auf der Schiefebene befindet, wann das Verhältniß zwischen ihnen so ist, wie die Höhe der Schiefebene zu der Länge derselben. Man kann nämlich nachweisen, daß die Größe der Bewegung auf beiden Seiten gleich ist, obschon es auf den ersten Blick nicht zu sein scheint.

Läßt man nämlich v den Weg vu durchlaufen, so muß V den damit gleich großen Weg durchlaufen, aber dadurch ist der Schwerpunkt b nur zu einer Höhe ca gehoben, welche zufolge der Aehnlichkeit der Dreiecke abc und ABC sich genau so zu ab oder zu vu verhält, wie AC zu AB. Es versteht sich, daß man bei diesem Versuche in viel höherem Grade Rücksicht auf den Reibungswiderstand nehmen muß, als bei den früheren über die Rolle und den Haspel.

Dasselbe Gesetz wird auch auf folgende Weise gefunden werden 74
können, indem man die Kraft, womit ein Körper zur Erde zu fallen strebt, zerlegt (Fig. 35). Wenn ein Körper, dessen Schwerpunkt in D ist, sich auf einer Schiefebene befindet, so wird sein lothrechter Fall durch diese verhindert werden, die nur ein Fallen in der Richtung AB gestattet. Die Größe dieses Fallbestrebens auf der Schiefebene wird man dann finden können, indem man das senkrechte Fallbestreben DE in zwei andere zerlegt, nämlich DH und DG, von denen DH, welche mit der Schiefebene parallel ist, ganz zur Bewegung des Körpers verwendet wird, während DG, welche senkrecht auf der Schiefebene steht, nur als ein Druck gegen diese wirkt. Anstatt DH kann die damit gleich große Kraft GE gesetzt werden, und in den Dreiecken DGE und ABC, die einander ähnlich sind, weil G und C rechte und A und GED Wechselwinkel sind, wird man dann folgende Proportionen haben:

Fig. 35.



$$\frac{GE}{DE} = \frac{AC}{AB}, \quad \frac{DG}{DE} = \frac{BC}{AB} \text{ und } \frac{GE}{DG} = \frac{AC}{BC}$$

das heißt:

1) Das Fallbestreben auf der Schiefebene verhält sich zu dem senkrechten Fallbestreben, wie die Höhe der Schiefebene zu ihrer Länge.

2) Der Druck, den ein Körper auf die Schiefebene ausübt, verhält sich zu dem senkrechten Fallbestreben, wie die Grundlinie der Schiefebene zu ihrer Länge.

3) Das Fallbestreben auf einer Schiefebene verhält sich zu dem Drucke gegen dieselbe, wie die Höhe der Schiefebene zu ihrer Grundlinie.

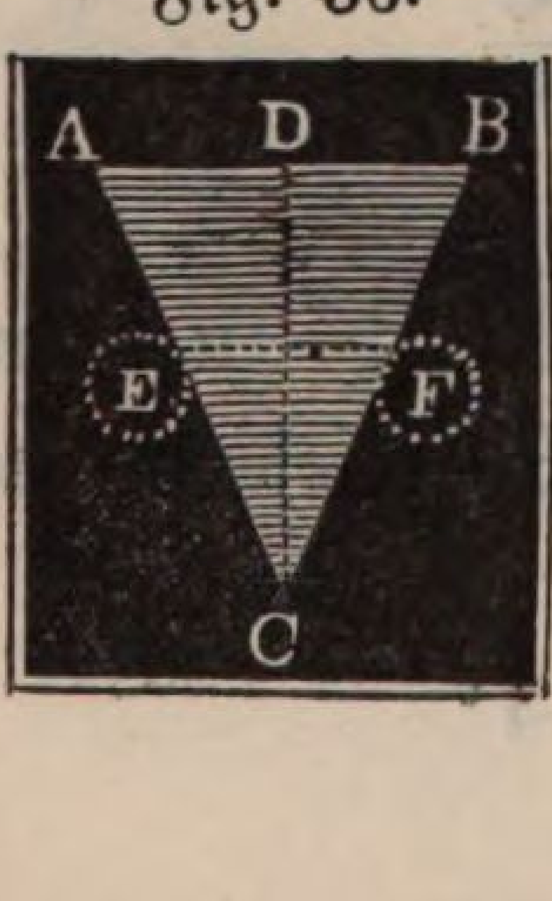
Wegen der großen Leichtigkeit, womit man eine Schiefebene herstellen kann, hat dieselbe eine sehr ausgebreitete Anwendung in dem täglichen Leben; und giebt man ihr einen sehr geringen Neigungswinkel, so kann man mit einer unbedeutenden Kraft Gleichgewicht gegen eine sehr große Last herstellen, besonders wenn man sie mit einem Rollenwerk oder einem Haspel in Verbindung setzt; auf diese Weise bringt man große Schiffe auf's Land, um sie auszubessern.

Wirkt die Kraft nicht parallel mit der Schiefebene, so entsteht ein verändertes Verhältniß zwischen Kraft und Last, das natürlicher Weise von dem Winkel abhängig ist, den die Richtung der Kraft mit der Schiefebene bildet. Die Gesetze hiefür findet man leicht durch Kraftzerlegung; als specielles Beispiel wird hier der Fall angeführt, wo die Richtung der Kraft parallel mit der Grundlinie der Schiefebene ist, und wodurch das Verhältniß von Kraft zu Last gleich dem von Höhe zu Grundlinie wird. Ein deutliches Beispiel des Einflusses einer solchen Veränderung der Kraftrichtung sieht man oft, wenn ein Wagen eine horizontale Ebene erreicht, die sich an eine geneigte anschließt; während der Wagen noch auf der Böschung ist, die Pferde aber schon in der Horizontalebene, geschieht der Zug parallel mit dieser und der Grundfläche, aber nicht mit der Böschung, wodurch denn die Wirkung der Kraft bedeutend geschwächt wird.

Der Keil.

75 Unter dem **Keil** versteht man im Allgemeinen ein dreiseitiges Prisma, dessen auf die Axe senkrechter Schnitt durch das Dreieck ABC (Fig. 36) dargestellt wird. AB heißt der **Rücken** des Keils; die Senkrechte CD seine **Höhe** oder Länge; der Keil wird gleichseitig, gleichschenkelig, ungleichseitig, rechtwinklig, und so weiter nach der Beschaffenheit des Dreieckes seines Schnitts benannt. Aus der Gestalt des Keiles sieht man leicht, daß die Regeln

Fig. 36.



für die Bewegung auf der Schiefebene sich auf denselben übertragen lassen. Soll z. B. der gleichschenklige Keil ABC, der aus zweien rechtwinkligen Keilen zusammengesetzt gedacht werden kann, die Körper E und F von einander in der Richtung parallel AB entfernen, während die Kraft senkrecht auf AB wirkt, so wird Gleichgewicht vorhanden sein, wenn Kraft und Widerstand auf jeder Seite sich zu einander verhalten, wie DB und DC, das heißt, die Kraft muß zu dem Widerstande, der mit ihr Gleichgewicht hervorbringen soll, sich so verhalten, wie des Keiles halber Rücken zu seiner Höhe.

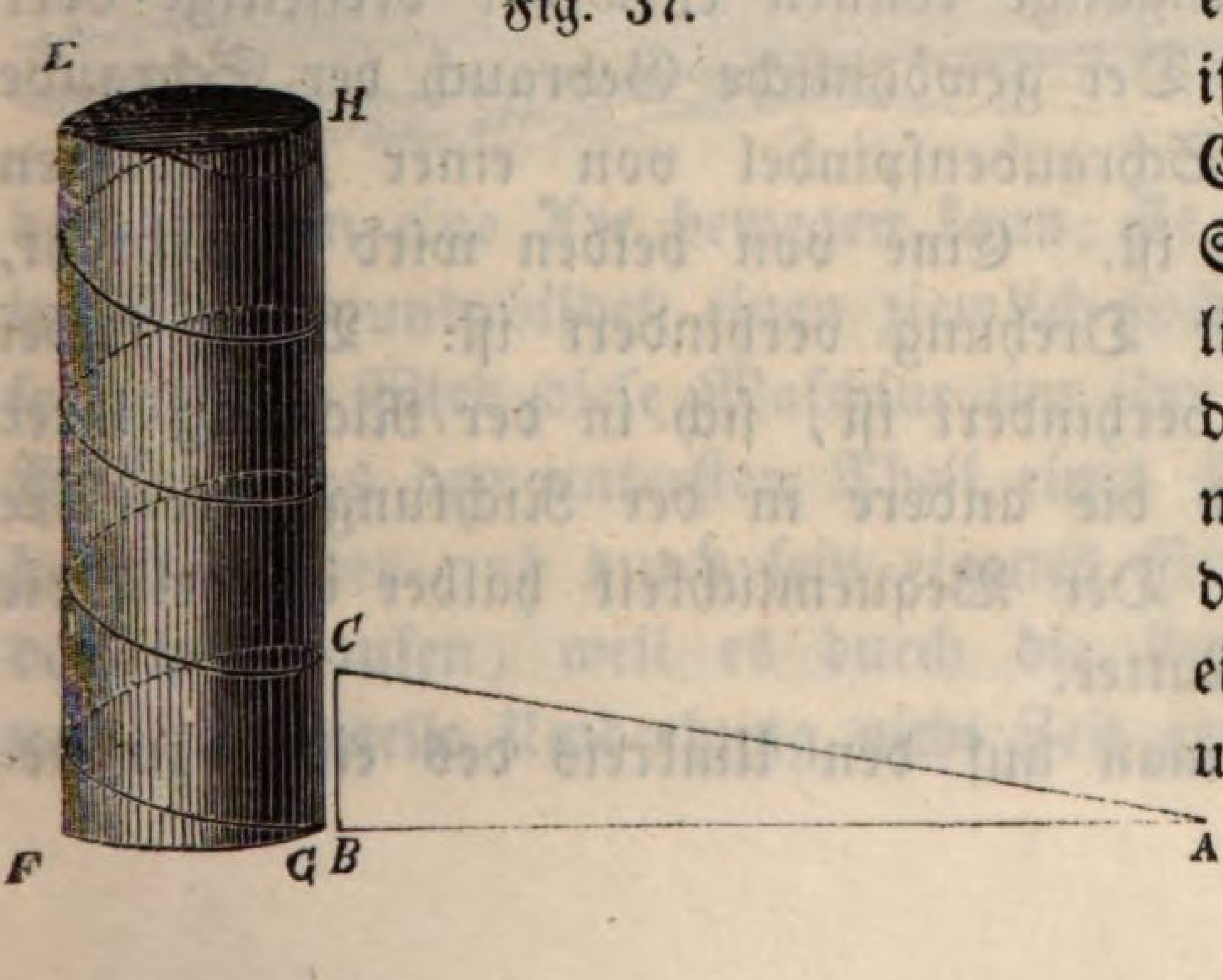
Wenn der eine der beiden Körper, z. B. E, unbeweglich wäre, 76
so müßte F eine Strecke = AB durchlaufen, während der Keil seine ganze Länge BC durchläuft, und im Gleichgewichtsfalle müßte dann die Kraft zum Widerstande sich verhalten, wie des Keiles Rücken zu seiner Länge.

Obgleich diese Sätze auch durch Versuche bekräftigt werden kön- 77
nen, so kann man sie doch im practischen Leben um des großen, mit dem Gebrauche des Keiles verbundenen Reibungswiderstandes willen nicht anwenden; so wie man auch gemeiniglich die Kraft, mit welcher man auf ihn einwirkt, nicht berechnet, da dieselbe meistens an Stoß oder Schlag geknüpft ist. Dieser große Reibungswiderstand hat übrigens den Vortheil, daß der Keil nicht wieder von selbst zurückgeht, wenn er in einen Körper hineingetrieben ist. Der Keil wird auch gebraucht, um große Massen auf geringe Höhe zu heben, dann zu Pressen und zu allerlei schneidenden und spitzen Geräthschaften.

Die Schraube.

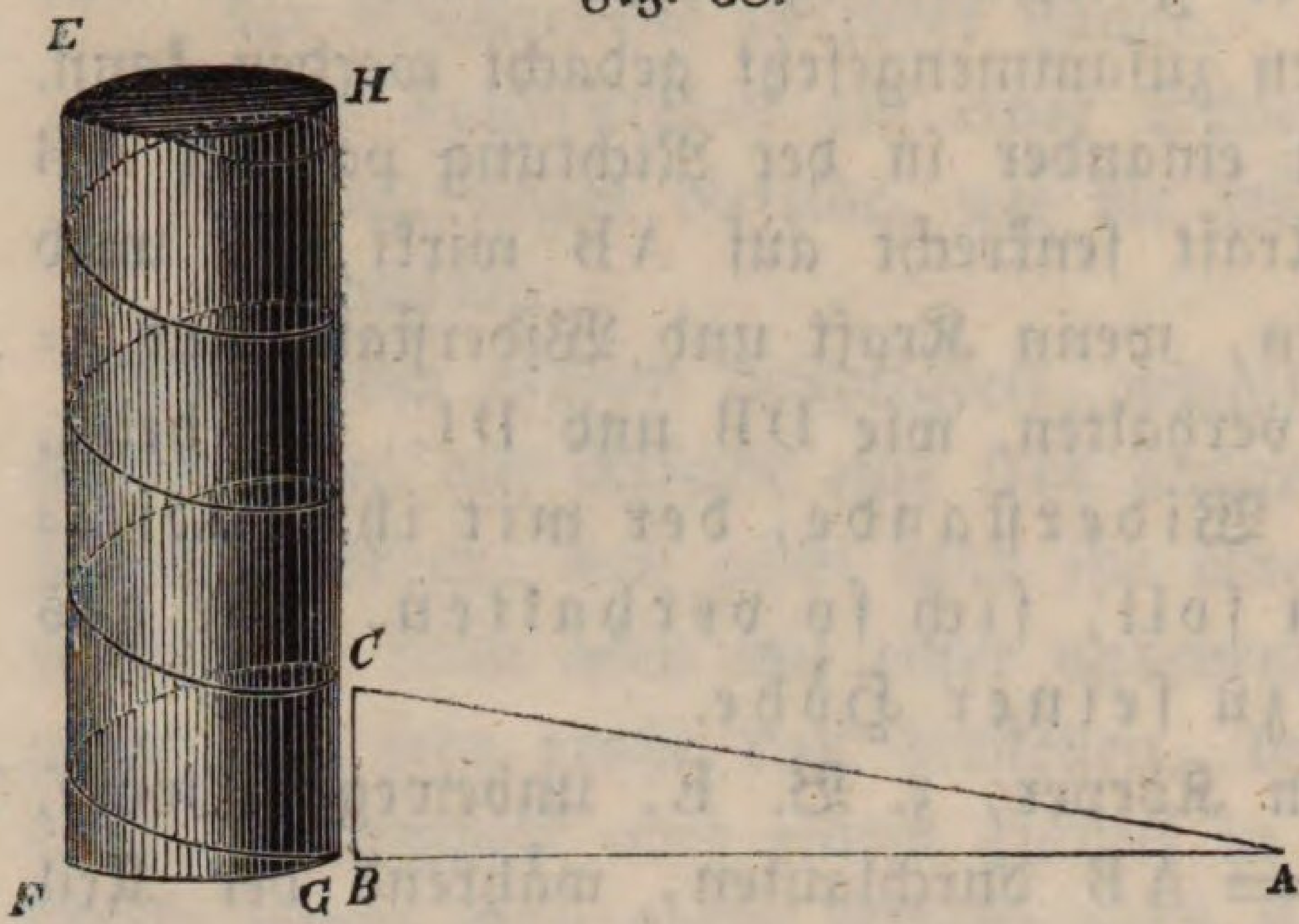
Die Schraube kann als ein Cylinder betrachtet werden, um den 78
eine Schiefebene gewickelt ist; sei EFGH (Fig. 37) ein Cylinder, und ABC eine Schiefebene, deren Grundlinie AB gleich dem Umkreis des Cylinders ist; wickelt man diese um den Cylinder, so erzeugt man einen einzelnen Schraubengang, und BC heißt dann des

Fig. 37.



Schraubenganges Höhe. Eine zusammenhängende Schraubenlinie wird also hervorgebracht, wenn mehrere mit ABC gleich große und parallele Schiefebenen um den Cylinder gewickelt werden, und die größere oder geringere Steilheit der Schraubenlinie beruht folglich auf der Höhe des Schraubenganges, oder was dasselbe ist, auf dem Neigungswinkel der Schiefebene.

Fig. 38.



79 Wird nun ein Körper durch Umdrehung des Schraubencylinders dazu gebracht, sich auf der Schraubenlinie zu bewegen, so sieht man ein, daß bei einer ganzen Umdrehung die Kraft eine Strecke AB gleich des Cylinders Umfang hat durchlaufen müssen, während die Last durch BC, die Höhe des Schraubenganges gehoben worden ist, daß also Gleichgewicht vorhanden sein wird, wenn sich die Kraft zur Last verhält, wie die Höhe des Schraubenganges zum Umfang des Schraubencylinders. Wenn z. B. die Höhe des Schraubenganges = $1/4$ Zoll und der Durchmesser des Schraubencylinders = 2 Zoll, also sein Umfang ungefähr = $6 1/4$ Zoll ist, so wird Gleichgewicht sein, wenn die Kraft zur Last sich verhält, wie $1/4 : 6 1/4$, d. h. wie 1 : 25.

Die Schraubengänge können sich entweder außen um einen Cylinder schlingen, oder in die Innenfläche eines hohlen Cylinders eingeschnitten sein. Im ersteren Falle heißt die Schraube eine S c h r a u b e n s p i n d e l, im letzteren eine S c h r a u b e n m u t t e r. Die körperlichen Schraubengänge können entweder dreiseitige oder vierseitige Prismen sein. Der gewöhnliche Gebrauch der Schraube besteht darin, daß die Schraubenspindel von einer zugehörigen Schraubenmutter umgeben ist. Eine von beiden wird umgedreht, während die andere an der Drehung verhindert ist. Wenn dabei zugleich eine von beiden verhindert ist, sich in der Richtung ihrer Axe zu bewegen, so wird die andere in der Richtung dieser Axe einen Druck ausüben. — Der Bequemlichkeit halber ist meist die Spindel länger als die Mutter.

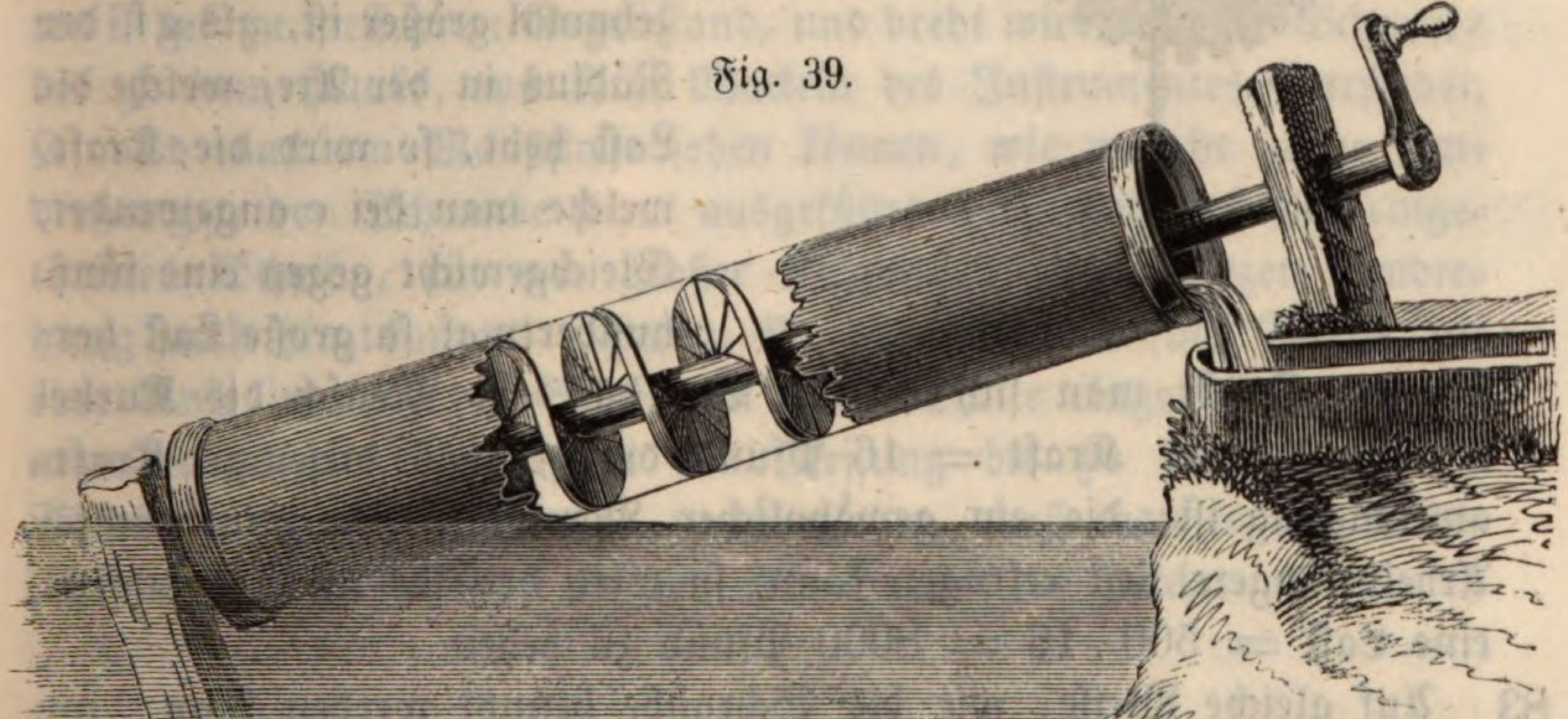
Im Allgemeinen wirkt man auf den Umkreis des einen zu be=

wegenden Schraubencylinders noch mit Hülfe eines Hebels, und dann wird die Wirkung so viele Male größer, als der Abstand des Angriffspunktes im Hebel von der Axe des Schraubencylinders größer ist, denn der Radius des Cylinders. Die Schraube hat, ebenso wie der Keil, einen so großen Reibungswiderstand, daß sie nicht leicht zurückgeht, wenn man sie in eine gewisse Stellung gebracht hat.

Die Schraube wird besonders angewendet, um einen sehr großen Druck beim Pressen auszuüben, wie auch, um eine sehr geringe Veränderung in der Stellung eines Körpers; z. B. eines Instrumentes hervorzubringen, das ganz genau eine bestimmte Aufstellung haben soll; hiezu wendet man denn Schrauben mit Gängen von unbedeutender Höhe an, wodurch man in Stand gesetzt ist, das Instrument durch Umdrehung des Schraubenkopfes ein wenig zu heben oder zu senken, bis es die rechte Stellung eingenommen hat.

Eine merkwürdige Anwendung der Schraube ist die archimedische 81
Schraube oder Wasserschraube (Fig. 39), ein schraubenförmiges Rohr,

Fig. 39.

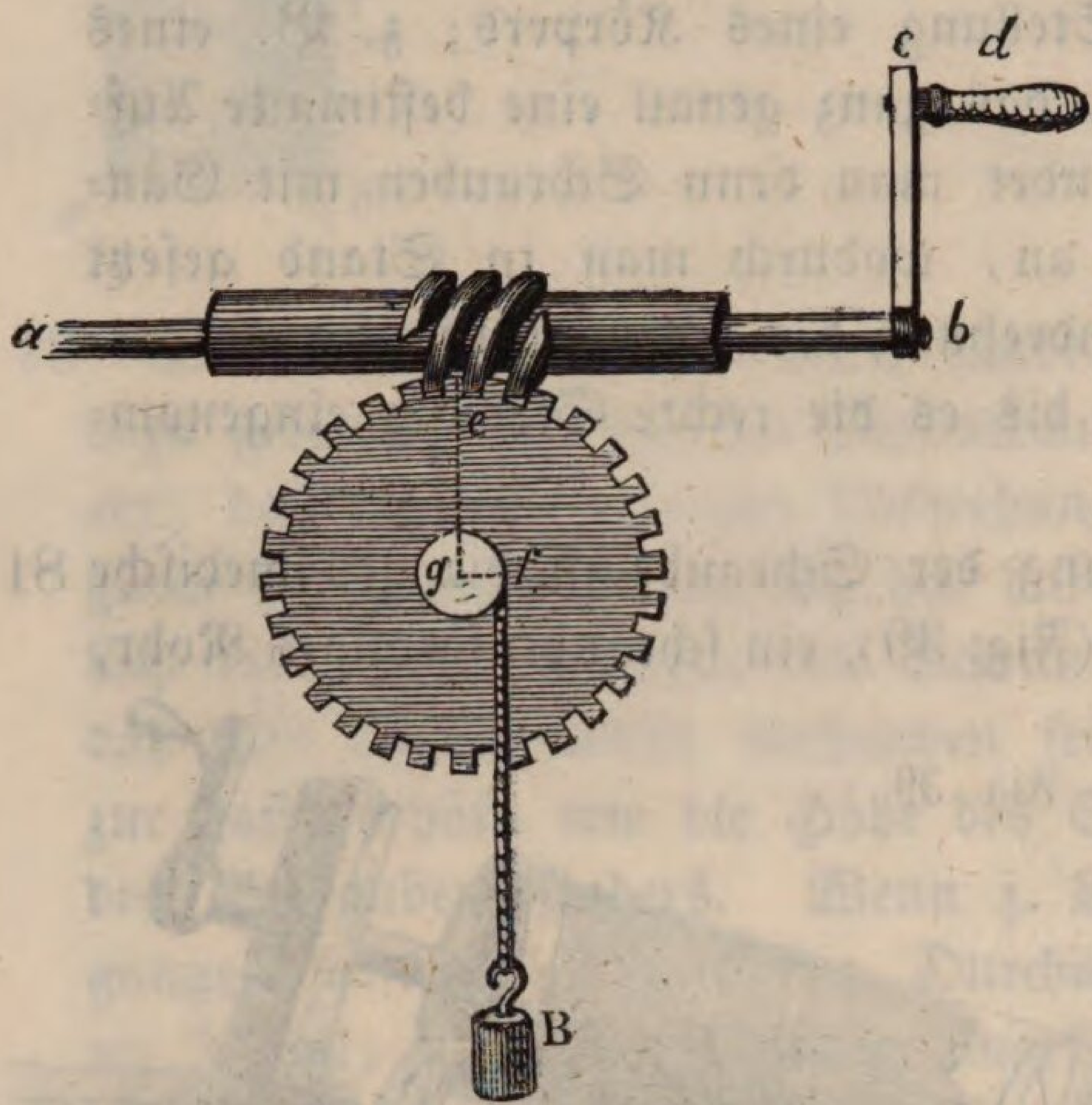


das sich um eine Axe bewegen kann; sie steht mit dem einen Ende im Wasser und bildet einen ziemlich spitzen Winkel mit dem Wasserspiegel. Wird diese Maschine um ihre Axe gedreht, so wird das Wasser, das den untersten Theil eines Schraubenganges füllt, gehoben werden und durch sein eigenes Gewicht in den nächstfolgenden herablaufen, weil es durch die starke Neigung der Maschine und die schnelle Umdrehung nicht Zeit gewinnt, wieder zurückzulau=

fen; so wird es durch alle Schraubengänge geführt, zuletzt bei F auslaufen. Die Wasserschraube wird sehr häufig angewendet, um Wiesen, die unter Wasser stehen, auszutrocknen, und wird dann oft durch eine Windmühlenvorrichtung in Bewegung gesetzt.

82 Wenn eine Schraube mit ihren Gängen in ein gezahntes Rad eingreift und durch ihre Drehung dasselbe bewegt, so heißt sie eine Schraube ohne Ende, und kann durch ihre Verbindung mit dem Hebel und dem Haspel ganz außerordentliche Wirkungen hervorbringen. Wenn z. B. in nebenstehender Fig. 40 der Umkreis, den der Punkt c durchläuft, funfzigmal so groß ist, als die Höhe des Schraubenganges, so wird man auf das gezahnte Rad mit einer funfzigmal stärkeren Kraft wirken, und wenn nun der Halbmesser in diesem nämlich g e z. B. zehnmal größer ist, als g f, der Radius in der Axe, welche die Last hebt, so wird die Kraft, welche man bei c angewendet, Gleichgewicht gegen eine fünfhundertmal so große Last herstellen. Denkt man sich nun z. B., daß ein Mensch die Kurbel b c d mit einer Kraft = 16 Pfund dreht, was diejenige Kraftanstrengung ist, die ein gewöhnlicher Mensch bei so angebrachter Arbeit längere Zeit ertragen kann, so wird derselbe im Stande sein, eine Last = 500 . 16 = 8000 Pfund zu heben.

Fig. 40.

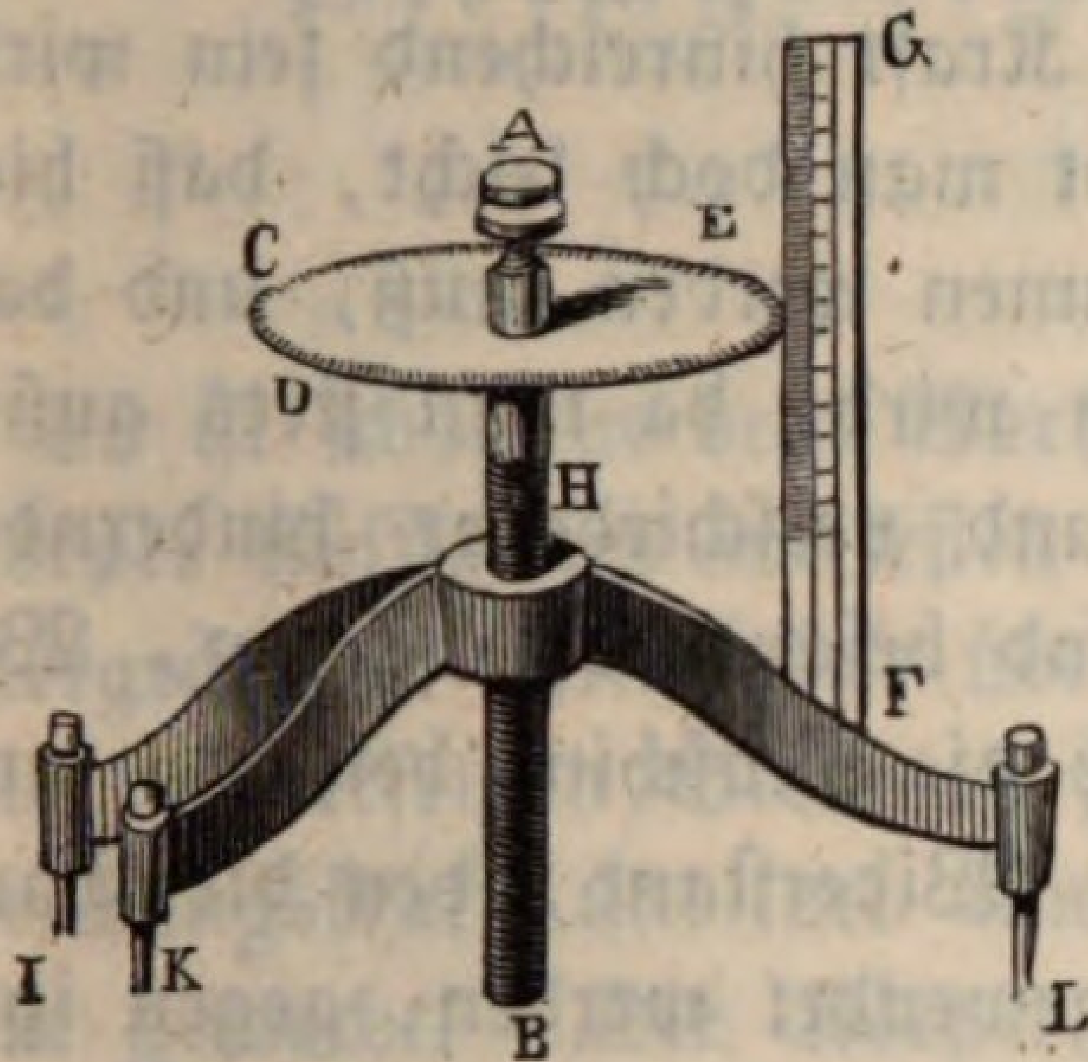


83 Auf gleiche Weise, wie die Schraube benutzt werden kann, um kleine Veränderungen in der Stellung eines Körpers hervorzubringen (§. 80), kann man dieselbe auch zu sehr genauen Ausmessungen nicht allzu dicker Körper gebrauchen.

Ein solches Instrument hat den Namen Sphärometer erhalten (Fig. 41), und zeigt folgende Einrichtung: es besteht aus einem Dreifuß von Eisen HJKL mit einer Mutterschraube, durch welche eine sehr fein ausgeschnittene Spindelschraube AB geht, welche die eingetheilte Scheibe CDE trägt; an dem einen Bein des Dreifußes ist ein Maaßstab FG befestigt, welcher hart an der Scheibe vor-

beigeht und angiebt, wie manche Umdrehungen die Schraube gemacht hat. — Will man das Werkzeug nun zum Ausmessen be-

Fig. 41.



nutzen, so setzt man es auf eine eben geschliffene Glasplatte, und so lange nur die drei Beine die Platte berühren, steht es ohne zu wackeln. Dreht man die Schraube so, daß auch B in dieselbe Ebene kommt, so wird dadurch noch nichts verändert, kommt aber B auch nur um das Allergeringste unter die Ebene der drei Fußspitzen, so wird man durch eine leichte Berührung der Scheibe das Instrument zum Wackeln bringen. Nachdem man die Schraube so weit zurückgeschroben hat, daß das Wackeln aufhört, und der Punkt B also in dieselbe Ebene mit JKL gebracht ist, so bemerkt man, wo die Kante der eingetheilten Scheibe auf den Maaßstab und zugleich auf welchen Punkt der Scheibe die Kante des Maaßstabes weis't. Legt man nun unter B den zu messenden Gegenstand, und dreht wiederum die Schraube bis zu dem Punkt, wo kein Wackeln des Instrumentes stattfindet, so wird man am Maaßstabe sehen können, wie manche ganze Umdrehungen der Schraube man ausgeführt hat, und auf der eingetheilten Scheibe, ein wie großer Bruchtheil einer ganzen Umdrehung noch hinzukommt. Hat z. B. die Schraube fünf Gänge auf eine Linie, und ist die Scheibe in 2000 Theile eingetheilt, so treibt man damit die Genauigkeit der Messung bis zu $1/_{10000}$ Linie der Theorie nach; doch ist nicht zu übersehen, daß man in der Wirklichkeit wohl Fehler von einigen Zehntausendteln machen wird.

Allgemeine Betrachtungen über Maschinen.

Der Hebel, die Rolle, der Haspel, die Schiefebene, der Keil und 84
die Schraube sind die einfachsten mechanischen Geräthschaften und bekannt unter dem Namen der mechanischen Potenzen; aber es sind zugleich oben mehrere Beispiele davon angeführt, wie man aus diesen wiederum zusammengesetzte Maschinen bildet, und zugleich, wie die Berechnung ihrer Wirkung nach der der einzelnen Bestandtheile vorgenommen werden kann. Die Maschinen sind bis hieher

im Zustande des Gleichgewichts betrachtet worden, und man muß natürlich einen Ueberschuß von Kraft anwenden, um die erstrebte Bewegung herzustellen, aber obgleich nach dem bloßen Grundgedanken jeder noch so kleine Ueberschuß an Kraft hinreichend sein wird, um das Gleichgewicht zu heben, so sieht man doch leicht, daß hier noch auf ein Mehreres Rücksicht genommen werden muß, und daß jenes in der Wirklichkeit nicht eintreten wird, da man stets außer der Bewegung der Last den Widerstand verschiedener hindernder Ursachen zu überwinden hat. Diese sind besonders Reibung, Widerstand derjenigen Materie, worin sich die Maschine bewegt, und die meistens Luft ist, und endlich der Widerstand, den die Taue und Schnüre, die in der Maschine angewendet werden, gegen ihre Beugung äußern. Mag man sich auch noch so große Mühe geben, diese Hindernisse der Bewegung fortzuräumen, so wird man sie doch niemals ganz heben können, und bei Maschinen, welche bestimmt sind, große Lasten zu heben, haben sie oft einen so bedeutenden Einfluß, daß man aus diesem Grunde die berechnete Kraft bedeutend vermehren muß.

85 Die Wirkung der Kraft in einer Maschine kann entweder, wie oben angedeutet, nach den einzelnen Bestandtheilen berechnet werden, oder auch, indem man die Strecken mißt, welche Kraft und Last in gleicher Zeit durchlaufen (d. h. ihre Geschwindigkeiten) und darnach das Verhältniß zwischen ihnen nach der Regel bestimmt, daß Gleichgewicht stattfindet, wenn die Größen der Bewegung in entgegengesetzter Richtung gleich sind; und man sieht hieraus zugleich, daß der Grund der Wirkung einer kleineren Masse darin liegt, daß die größere Masse nur durch eine sehr kurze Strecke, in Verhältniß zu der in gleicher Zeit von der kleineren Masse durchlaufenen, geführt wird. Die großen Wirkungen, welche man so durch sehr kleine Kräfte hervorbringen kann, wenn diese eine bedeutende Geschwindigkeit besitzen, haben oftmals Unkundige zu dem Glauben verleitet, daß ein eigentlicher Kraftgewinn stattfände; aber man wird aus dem Voranstehenden gesehen haben, daß die angewendete Kraft und die hervorgebrachte Arbeitsgröße allezeit gleich sind, oder richtiger, daß letztere wegen der Hindernisse der Bewegung etwas geringer ist, und man sieht zugleich leicht ein, daß der alte Satz, w a s m a n a n K r a f t g e w i n n t, v e r l i e r t m a n a n Z e i t, nur ein anderer Ausdruck desselben Gedankens ist, und nur in demselben Umfange Geltung hat.

Gleichgewicht flüssiger Körper.

Es ist schon in dem Vorhergehenden (§. 20) angegeben, daß ein 86
Körper flüssig im weitesten Sinne heißt, wenn seine Theile mit allergrößester Leichtigkeit über einander hin- und hergleiten können, und an derselben Stelle ist zugleich auf den Unterschied der Zusammenhangskraft und der inneren Beweglichkeit der Theile aufmerksam gemacht. Die Körper heißen auch mehr oder minder flüssig nach der Größe der Kraft, welche, so klein sie ist, doch erfordert wird, um die Theile der Flüssigkeit zwischen einander zu bewegen, z. B. Weingeist, Wasser, fette Oele, Quecksilber u. s. w. Flüssigkeiten sind in der Regel flüssiger im warmen Zustande, als im kalten; einige Körper sind auf dem Uebergange zwischen Festigkeit und Flüssigkeit, z. B. Syrup, Honig. Diese heißen dickflüssig. Hier werden natürlich alle flüssigen Körper als vollkommen flüssig gedacht, und auch das Wort Wasser wird häufig gebraucht, um irgend welchen flüssigen Körper zu bezeichnen.

Wenn ein flüssiger Körper sich ganz selbst überlassen wäre, so 87
daß keine äußere Kraft auf ihn wirkte, so würden seine Theile nicht zur Ruhe kommen, ehe sie sich durch die gegenseitige Anziehung aller Theile (deren Vorhandensein unten bewiesen werden wird) zu einer Kugel geordnet hätten. Hier aber, auf der Oberfläche der Erde, wo die Schwerkraft auf alle Körper wirkt, werden die Theile der Flüssigkeit um ihrer großen Beweglichkeit willen keine bestimmte Gestalt behalten, sondern müssen sich ausbreiten oder ausfließen und dieselbe Gestalt annehmen, wie die Flächen, mit denen sie in Berührung stehen. Die Oberfläche jeder Flüssigkeit, die in einem Gefäße eingeschlossen ist, wird folglich parallel mit der Oberfläche der Erde sein, und kann daher, wenn sie nicht allzu große Erstreckung hat, als vollkommen eben angesehen werden. Diese Oberfläche heißt **Wasserspiegel**.

In dem Folgenden wird sich zeigen, daß die gegenseitige Einwirkung zwischen Flüssigkeiten und den Wänden der Gefäße, worin sie enthalten sind, eine Ausnahme davon hervorbringt. Jeder wird auch eine andere Ausnahme bemerkt haben, daß nämlich kleine

Wassertropfen keine ebene Oberfläche haben, sondern sich sehr bedeutend der Kugelgestalt nähern; das rührt daher, daß je kleiner der flüssige Körper ist, er desto leichter seine Gestalt gegen die Einwirkung der Schwere und anderer äußerer Kräfte bewahren kann, die sie zu verändern streben, denn der Raumgehalt oder die Masse, auf welche diese Kräfte einwirken, nimmt in viel stärkerem Verhältnisse ab, als die Oberfläche, die dieser Einwirkung entgegengearbeitet. Die Massen nehmen nämlich ab, wie die Kubikzahlen der Durchmesser, aber die Oberflächen nur, wie die Quadrate derselben.

88 Der Druck, den man auf die Oberfläche einer Flüssigkeit ausübt, wirkt nicht, wie es bei einem festen Körper der Fall sein würde, allein in der Richtung des Druckes, z. B. wenn dieser lothrecht wäre, blos dazu, einen Druck auf den Boden des Gefäßes auszuüben, das die Flüssigkeit enthält; sondern er wirkt mit gleicher Stärke auf die Seiten, so daß, wenn diese nicht hinreichenden Widerstand leisteten, die Theile der Flüssigkeit sie zerbrechen und ausfließen würden, wenn auch der Boden noch so stark wäre. Als Beispiel hiezu kann die bekannte Erfahrung angeführt werden, daß die Seiten einer ganz gefüllten Flasche leicht zerbrochen werden können, indem man einen Schlag auf den Pfropf anbringt. Wenn man auch keinen Druck auf die Oberfläche ausübt, so wird doch jeder Theil der Flüssigkeit auf alle unterliegenden Theile drücken, und da diese wegen des Gegendruckes der anderen Theile, oder des Widerstandes der Seitenwände nach keiner Seite entweichen können, so müssen sie also dem Druck der darüberliegenden Theile mit einem eben so großen Gegendruck widerstehen; *und ein jeder Theil in einem flüssigen Körper nimmt also seine Stelle durch den Gegendruck gegen die umliegenden Theile ein, und wird von ihnen eben so stark wieder gedrückt, als er selbst sie drückt.*

Hieraus folgt, daß je tiefer ein Punkt unter der Oberfläche einer Flüssigkeit liegt, er einen desto stärkeren Druck von den darüberliegenden Theilen erleidet.

Die Seitenwände eines Gefäßes, das eine Flüssigkeit enthält, erleiden an den verschiedenen Stellen einen Druck, der proportional mit dem Abstande von der Oberfläche der Flüssigkeit ist.

Allgemein bekannte Erfahrungen, die dadurch erklärt werden, sind z. B., daß das Wasser aus der Seitenöffnung eines Gefäßes her-

ausfließt, daß eine leere dünne Flasche mit flachen Seiten entzwei gedrückt wird, wenn man sie tief in's Wasser senkt u. s. w.

Der Druck einer Flüssigkeit auf einen mit dem Wasserspiegel pa- 89
rallelen Boden verhält sich wie das Multiplicationsprodukt der gedrückten Fläche und der Höhe der Flüssigkeit. Dies ist von selbst einleuchtend bei Gefäßen, deren Seitenwände auf der Grundfläche senkrecht stehen, ebenso sieht man es leicht ein bei Gefäßen, welche nach oben zu weiter werden, wie a b c d (Fig. 42), wo der Boden nur den Druck derjenigen Wassertheile erleidet, die zwischen den Senkrechten b f und d e liegen. Ist dagegen das Gefäß unten weiter als oben, wie ABCD (Fig. 43), so erleidet zwar nur ein Theil des Bodens EF unmittelbar den Druck der darüber ruhenden Wassermasse ADEF, aber die Seitenwände erleiden von unten auf einen Druck von den Wassermassen ABE und DFC, und da ihr Widerstand diesen Druck aufhebt, so wirkt derselbe wie ein ebenso großer Gegendruck, und die Theile BE und FC der Grundfläche erleiden durch diesen und den unmittelbaren Druck des Wassers zusammengenommen dieselbe Wirkung, als ob die Räume GABE und DHFC darauf drückten, und der ganze Boden BC erleidet also einen Druck, als ob der ganze Raum GBCH mit der Flüssigkeit erfüllt wäre.

Fig. 42.

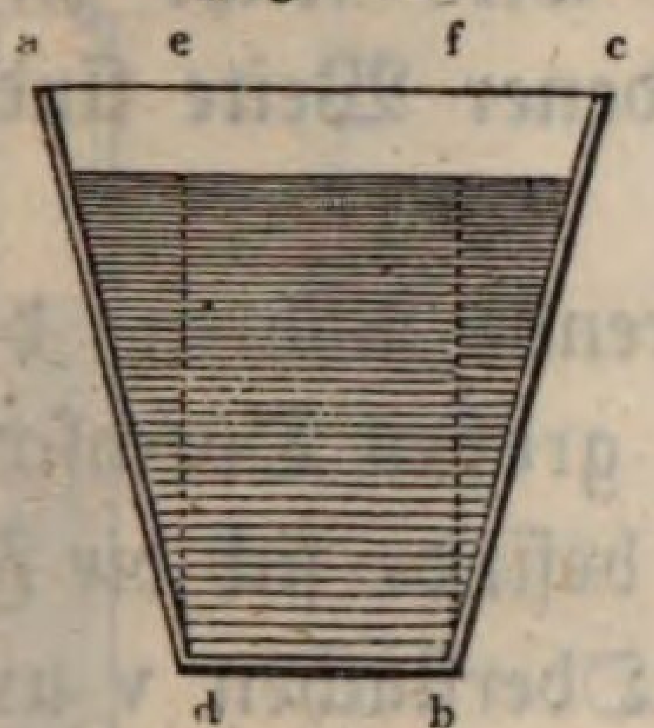
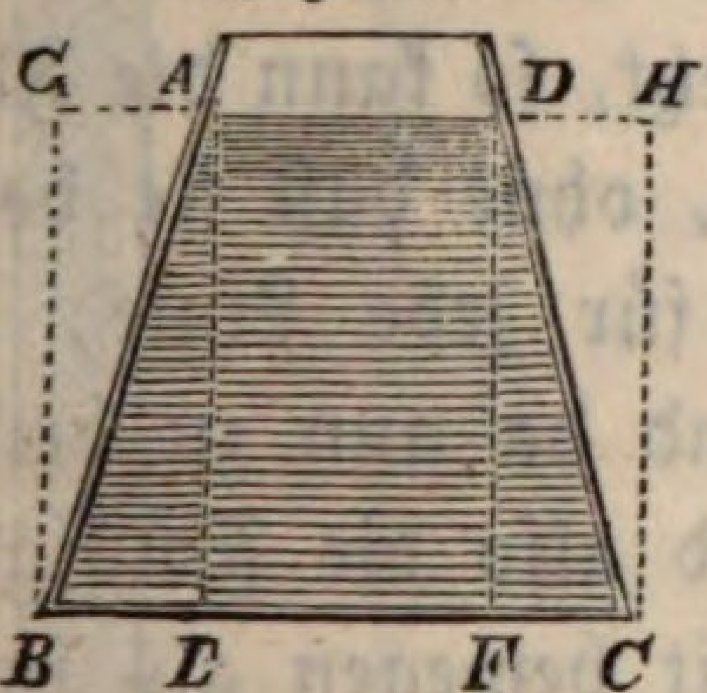


Fig. 43.



Dieser Satz wird leicht durch folgenden Versuch bewiesen: Auf 90
einen Metallring, dessen unterer Rand gut abgeschliffen ist, kann man verschiedene Gefäße oder Vasen von Glas ohne Boden aufschrauben. An den unteren Rand schließt eine geschliffene Platte von Glas oder Metall, die also als Boden dient. Diese Platte wird durch einen Druck von unten gegen den Ring gedrückt. Der Druck geschieht gegen den Mittelpunkt der Platte durch den einen Arm eines Hebels, dessen anderer Arm die zur Bestimmung des Druckes nöthigen Gewichte trägt. Schraubt man nun nach einander Gefäße an den Ring, welche alle denselben Durchschnitt unten, aber oben verschiedene Weite haben, und füllt sie mit Wasser, so wird man sehen, daß der Druck gegen den Boden bei gleicher Wasserhöhe gleich bleiben wird, wie auch die Gestalt des Gefäßes oben beschaffen sei; und daß also die Größe des Druckes nur auf

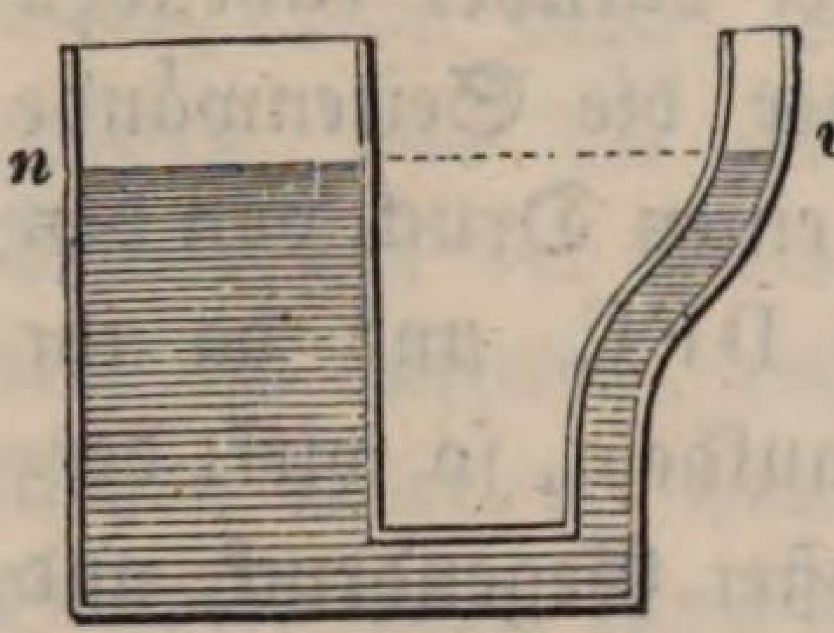
der Größe der Grundfläche und der Höhe der drückenden Wassermasse beruht. Die ganze Einrichtung führt den Namen der **Pascal'schen Vasen.**

91 Ein flüssiger Körper steht gleich hoch in zweien oder mehreren in dem Lichten zusammenhängenden Röhren.

Dies ist von selbst einleuchtend, wenn zwei Röhren denselben Durchschnitt haben, und folgende Betrachtung wird leicht zeigen, daß es auch der Fall ist, wenn sie von verschiedener Weite sind:

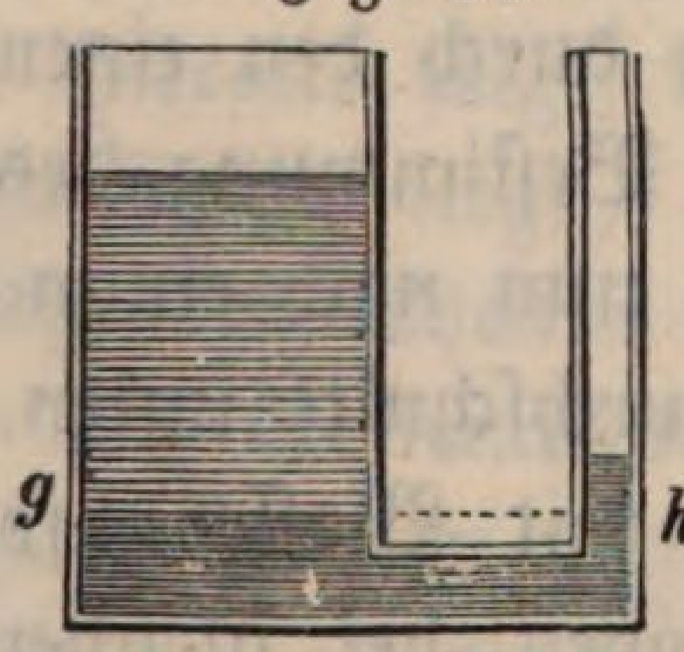
Seien in der Figur 44 ein Paar communicirende Röhren, deren erstere einen zehnmal so großen Durchschnitt habe als die letztere. Es befinde sich die Flüssigkeit darin mit beiden Oberflächen v und n in derselben wagerechten Ebene, und werde darauf in Bewegung gesetzt, so kann die Flüssigkeit bei n nicht fallen, ohne daß sie bei v um zehn Linien steige für jede Linie, um welche sie bei n fiel, und da nun zu beiden Bewegungen gleich lange Zeit gehört, so wird also die Flüssigkeit in v sich mit zehnmal so großer Geschwindigkeit bewegen als in n, wogegen in diesem Schenkel die Masse zehnmal so groß ist als die, welche sich in jenem Schenkel befindet; demnach ist hier Gleichgewicht, weil die Größen der Bewegung, welche in entgegengesetzten Richtungen wirken, gleich groß sind. Das hier bewiesene Gesetz wird durch mannigfaltige allgemein bekannte Erfahrungen bekräftigt.

Fig. 44.



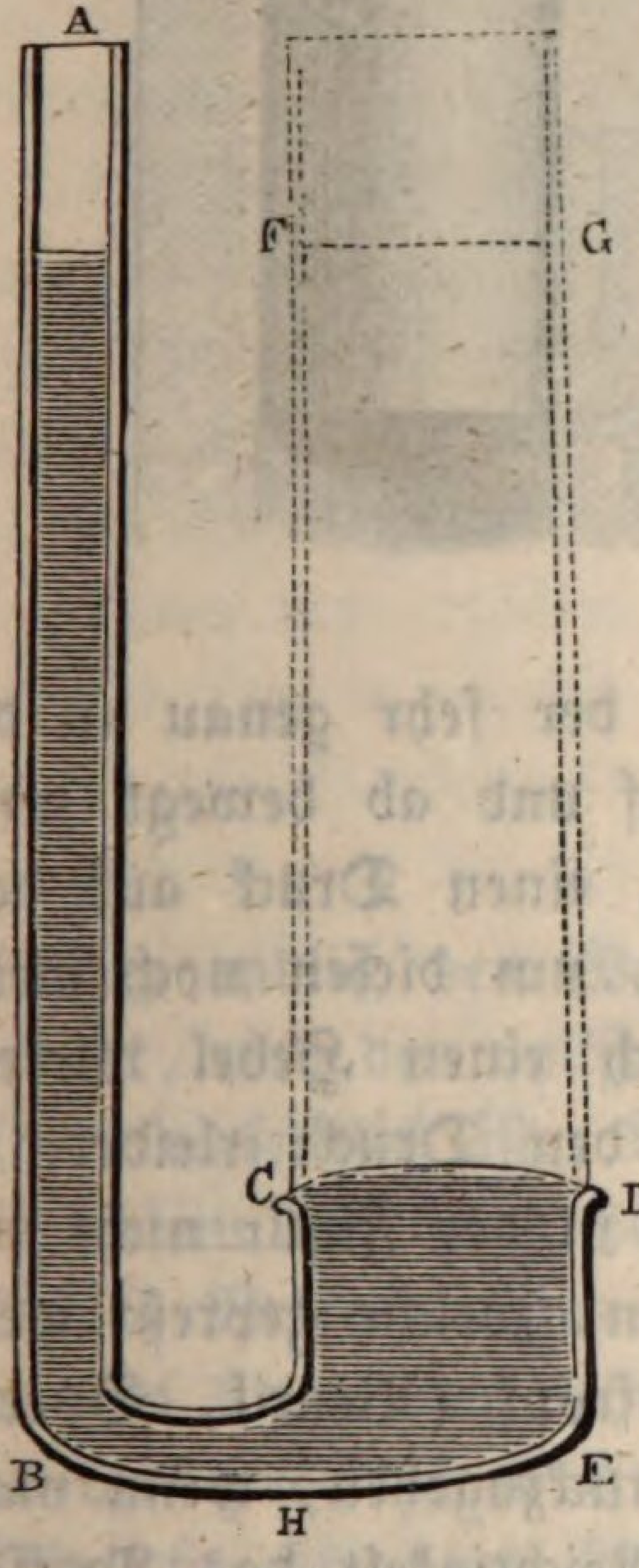
Wenn zwei Flüssigkeiten, von denen gleiche Maaße nicht gleich viel wiegen, in zweien communicirenden Röhren in's Gleichgewicht kommen, so wird diejenige Flüssigkeit, welche am meisten wiegt, in demselben Verhältnisse, als sie mehr wiegt, tiefer stehen; z. B. ein Maaß Quecksilber wiegt 13,6 mal so viel als dasselbe Maaß Wasser, folglich wird, wenn Wasser und Quecksilber in zweien communicirenden Röhren in's Gleichgewicht gekommen sind, das Wasser 13,6 mal so hoch stehen, als das Quecksilber (Fig. 45).

Fig. 45.



Zufolge §. 88 ist der Druck in jedem Punkte einer Flüssigkeit 92 proportional mit dem Abstande von ihrer Oberfläche, und wenn man sich also einen Durchschnitt CD (Fig. 46) des weiteren von zweien communicirenden Röhren ABEFG denkt, so wird dieser Durchschnitt sowohl von oben, als von unten denselben Druck erfahren, nämlich gleich der Durchschnittsfläche multiplicirt in ihren Abstand vom Wasserspiegel. Der Druck von unten wird fortfahren, wenn man sich auch die Wassermasse CDFG fortdenkt, und hieraus folgt also, daß wenn man die kürzere von zweien communicirenden Röhren mit einem Deckel bedeckt, dieser von unten auf einen Druck erfährt, der im Verhältniß steht zu dem Durchschnitt der Röhre und der Höhe des Wassers in der anderen Röhre. Hat man so zwei Röhren, und der Durchmesser der einen ist zehnmal so groß als der der anderen, so wird eine Wassermasse, die in der einen Röhre einen Druck von 1 Pfund ausübt, auf den Deckel, der die andere bedeckt, mit einer Kraft von 100 Pfund wirken. Man sieht leicht ein, daß es gleichgültig ist, ob der Druck in der dünneren Röhre dadurch vermehrt wird, daß man die Wassermasse in derselben vergrößert, oder durch einen Stempeldruck auf die Oberfläche des darin enthaltenen Wassers.

Fig. 46.

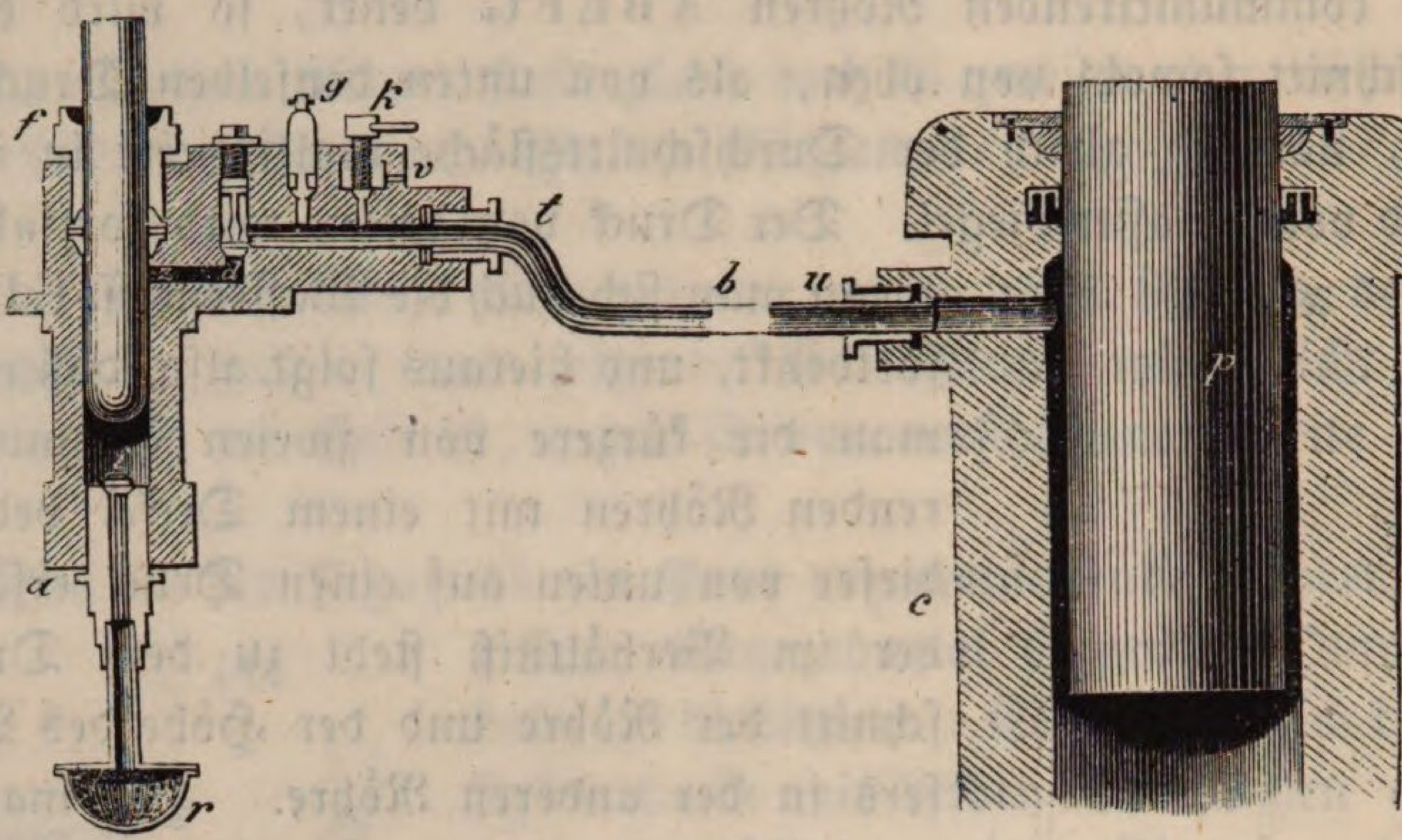


Hierauf gründet sich ein in seiner Zeit bekanntes, aber nun veraltetes Instrument, Wolf's anatomischer Heber genannt, ein Rohr von derselben Gestalt wie ABCDE, wo über den kürzeren Theil eine Blase gebunden ist, welche nun denselben Druck erfährt, wie vorhin der Deckel CD, und dadurch so ausgespannt wird, daß man ihre Theile viel leichter als sonst erkennt.

Eine der wichtigsten Anwendungen hiervon ist Brahma's Wasser- 93 presse. Das Wesentliche derselben wird man aus der folgenden

Fig. 47 ersehen: fa und cc' sind zwei durch tbu communicirende Röhren, von denen die eine bedeutend weiter ist als die andere;

Fig. 47.

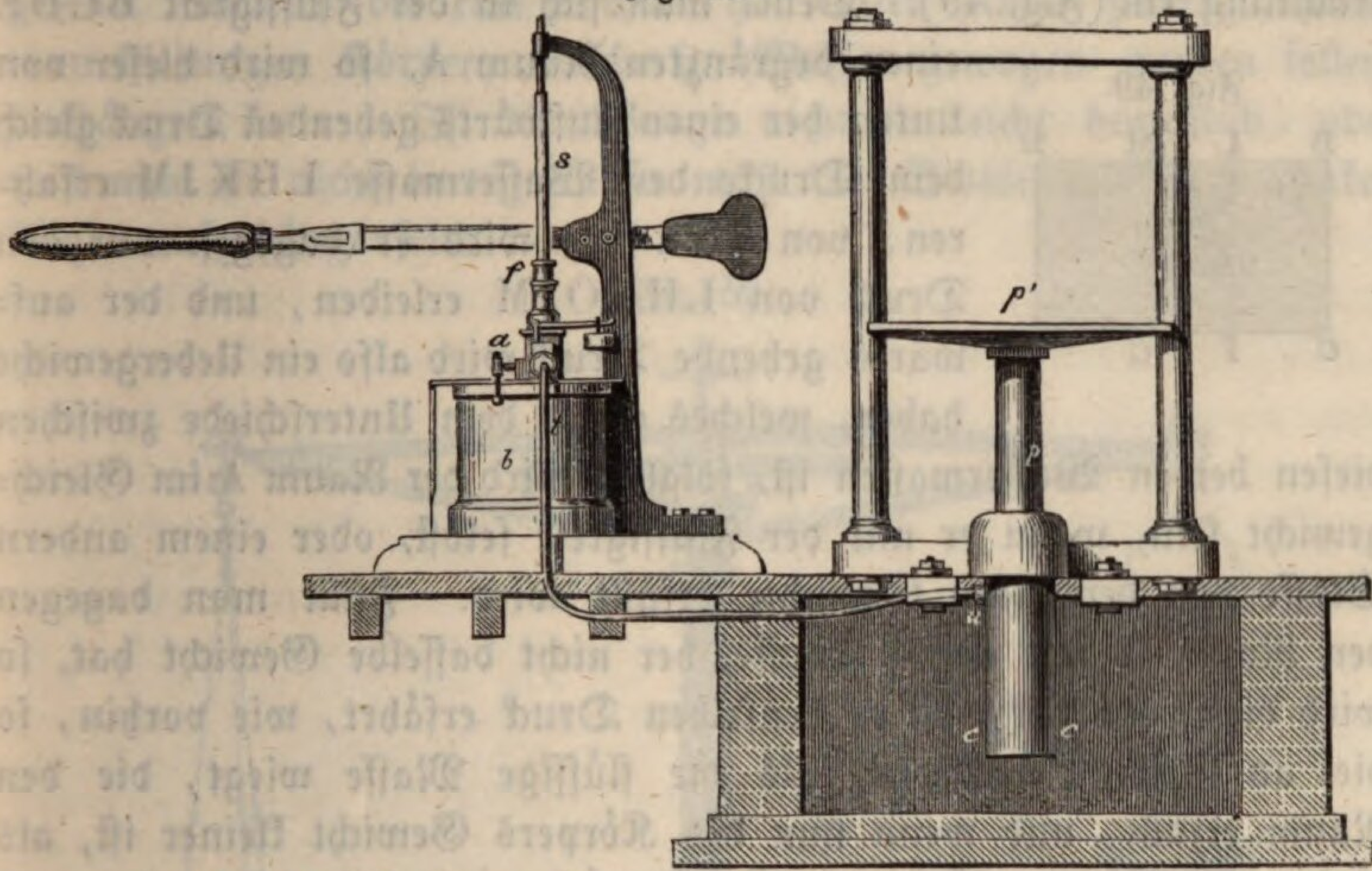


s ist ein Stempel, das heißt, ein Pfropf, der sehr genau in die Röhre paßt, aber doch mit Leichtigkeit auf und ab bewegt werden kann; dieser Stempel hat zum Zweck, einen Druck auf das Wasser in fa auszuüben, und man könnte, um diesen noch mehr zu verstärken, auf die Stempelstange durch einen Hebel wirken. p ist ein Stempel in der Röhre cc', der den Druck erleidet; er trägt auf der Stempelstange ein Brett, das in der Figur nicht mit angegeben ist, worauf die Gegenstände liegen, welche gepreßt werden sollen. Bei d ist ein kegelförmiger Pfropf (Ventil, Sperrklappe), welcher das Wasser verhindert, zurückzugehen, wenn man den Stempel s wieder aufzieht. Um mit Leichtigkeit das Pressen auf's Neue ausführen zu können, wenn man alles Wasser aus fa in cc' hineingedrückt hat, reicht das mit fa verbundene Sieb r in einen Kasten mit Wasser, welches man, wenn der Stempel zurückgezogen wird, durch die Oeffnung bei i einlassen kann, wo ein kegelförmiger Pfropf es gleichfalls verhindert, wieder auszulaufen, wenn der Stempel niedergestoßen wird. g ist eine mit Gewicht belastete Sperrklappe, das sogenannte Sicherheitsventil, und k ist eine kleine Schraube, um nach dem Gebrauche der Presse das zusammengedrückte Wasser durch die Oeffnung v auszulassen.

Die folgende Fig. 48 zeigt die ganze äußere Ansicht der Presse, und besonders alle die Theile, welche in Fig. 47 wegfielen, nämlich den Hebel l, mit dem man auf dem Pumpenstempel s wirkt,

das Brett p′, das durch den Kolben p gehoben wird und seinen Druck auf die Gegenstände ausübt, die zwischen e und p′ gebracht

Fig. 48.

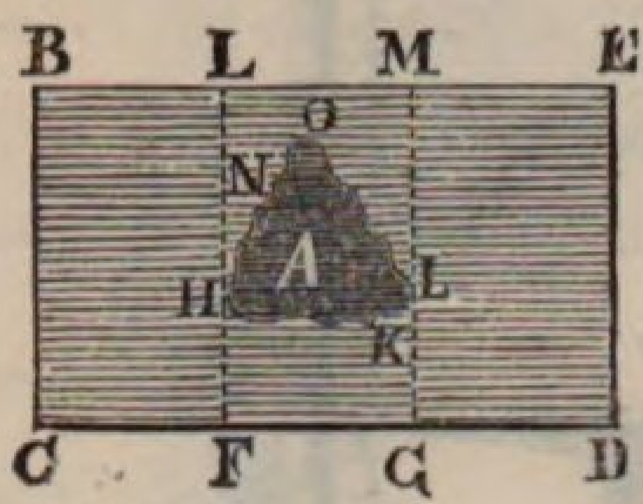


werden, endlich den Wasserbehälter b, in welchen das Sieb r hinabreicht, und den vollständigen Lauf der Röhre tbu, der übrigens minder wesentlich ist. Welche außerordentlich große Wirkungen man mit diesem Werkzeug hervorbringen kann, übersieht man leicht durch folgende Betrachtungen: wenn ein Mensch am Ende des Hebels l, der s in Bewegung setzt, mit einer Kraft von 40 Pfunden wirkt, und der Hebel ist so eingerichtet, daß er die Kraft fünfmal verstärkt, so wird der Stempel s einen Druck von 200 Pfunden erfahren. Ist nun der Durchmesser des Rohres cc zehnmal so groß als der von fa, so wird auf den Stempel p ein Druck von 20000 Pfunden ausgeübt werden, und man sieht leicht, daß durch Veränderung der Verhältnisse dies noch viel weiter getrieben werden könnte. Da die Röhren selbst denselben Druck aushalten müssen, wie die Stempel, so sieht man leicht ein, daß sie von sehr starkem Material verfertigt sein müssen.

Senkt man einen festen Körper in eine Flüssigkeit, so erleidet er 94
ganz denselben Druck, wie die Flüssigkeitsmasse, deren Raum er einnimmt, und wird folglich so viel an Gewicht verlieren, als diese wiegt; hat nun der Körper dasselbe Gewicht, so stört seine Anwesenheit das Gleichgewicht nicht, hat er ein größeres Gewicht, so

muß er zufolge dieses Ueberschusses sinken, hat er ein geringeres Gewicht, so wird er mit größerer Kraft gehoben, als niedergedrückt, und muß also steigen. Dies sieht man auch durch folgende Betrachtung ein (Fig. 49). Denkt man sich in der Flüssigkeit BCDE einen begränzten Raum A, so wird dieser von unten her einen aufwärts gehenden Druck gleich dem Drucke der Wassermasse LHKJM erfahren; von oben her wird er dagegen nur den Druck von LHNOJM erleiden, und der aufwärts gehende Druck wird also ein Uebergewicht haben, welches gleich dem Unterschiede zwischen diesen beiden Wassermassen ist, folglich wird der Raum A im Gleichgewicht sein, wenn er mit der Flüssigkeit selbst, oder einem andern Stoffe von demselben Gewichte erfüllt wird. Füllt man dagegen den Raum A mit einem Stoffe, der nicht dasselbe Gewicht hat, so wird dieser Körper, da er denselben Druck erfährt, wie vorhin, so viel an Gewicht verlieren, als die flüssige Masse wiegt, die den Raum erfüllt, und wenn nun des Körpers Gewicht kleiner ist, als dieses, so ist der aufsteigende Druck größer, als der absteigende, und der Körper muß also steigen und wird erst dann in Gleichgewicht kommen, wenn die Flüssigkeit, welche er aus ihrer Stelle treibt, dasselbe Gewicht hat, wie der ganze Körper. Ist dagegen das Gewicht des Körpers größer, so behält der absteigende Druck das Uebergewicht, und dann wird der Körper sinken.

Fig. 49.

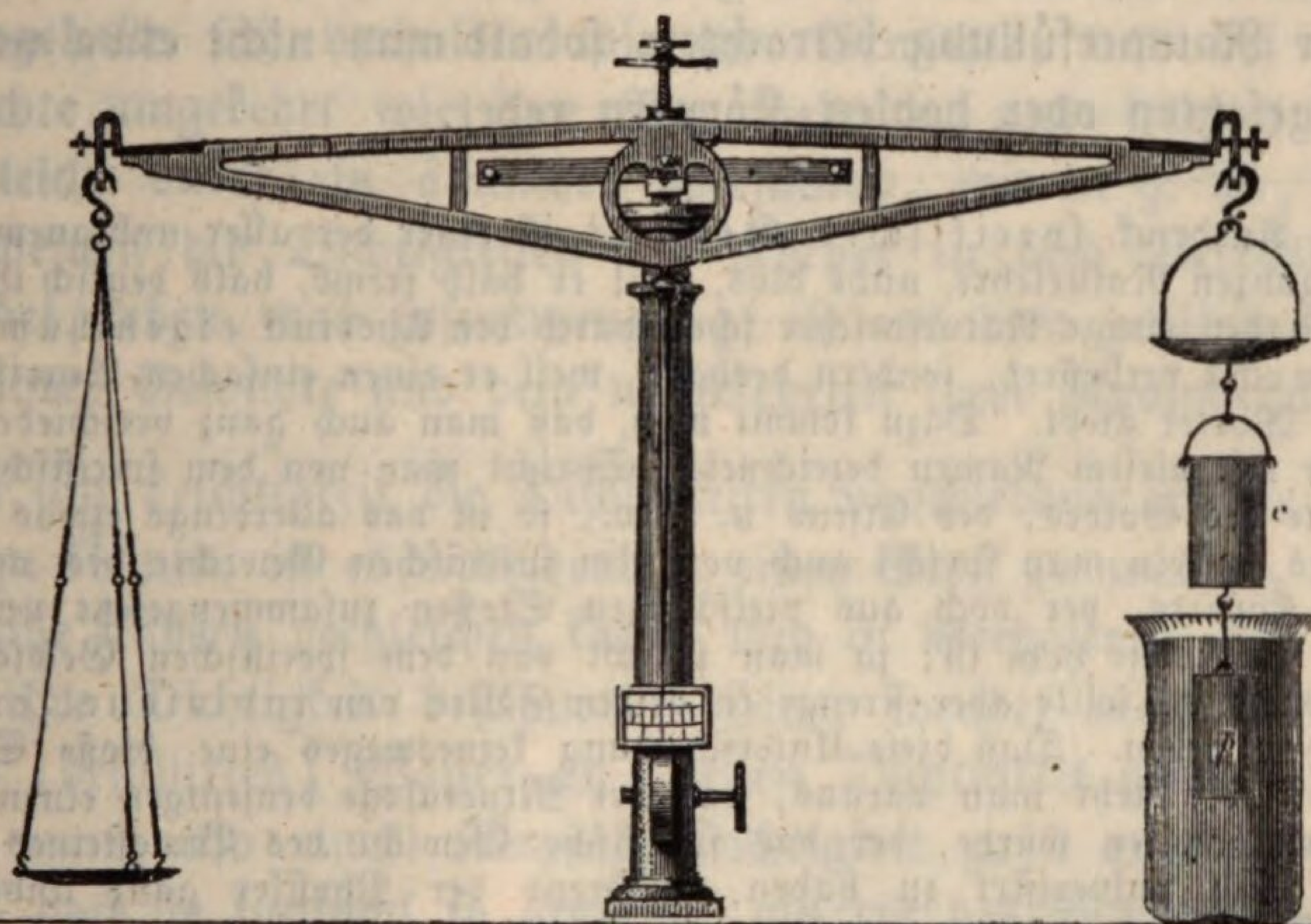


95 Hierin liegen nun folgende Gesetze:

1) Ein Körper, der dasselbe Gewicht hat, wie die Menge einer Flüssigkeit, die seinen Raum erfüllen kann, ist innerhalb dieser Flüssigkeit in Gleichgewicht an jeder Stelle.
2) Ein Körper, der in einer Flüssigkeit gewägt wird, verliert darin so viel von seinem Gewicht, als die Menge der Flüssigkeit, die seinen Raum erfüllen könnte, wiegt.
3) Ein Körper, der weniger wiegt, als ein gleicher, mit einer gegebenen Flüssigkeit angefüllter Raum, steigt, wenn er unter deren Oberfläche gebracht wird, und ist nur dann in Gleichgewicht, wenn die Flüssigkeitsmenge, die er verdrängt, dasselbe Gewicht hat, wie der ganze Körper.
4) Ein Körper, der mehr wiegt, als die den gleichen Raum erfüllende Menge einer gegebenen Flüssigkeit, sinkt darin mit einer Kraft, die um so größer ist, je größer das Uebergewicht.

Um diese Gesetze durch Versuche zu beweisen, gebraucht man eine 96
Waage, deren Ruhepunkt von einem beweglichen Fuße getragen wird, so daß die ganze Waage nach Gutbefinden kann gehoben und gesenkt werden; die eine Schale hat unten einen Haken, woran man diejenigen Körper, welche im Wasser gewogen werden sollen, aufhängen kann. Ist die Waage nicht so leicht beweglich, oder will man sie nicht bewegen, so muß die Schale mit dem Haken kürzer aufgehängt sein.

Fig. 50.



Eine solche Waage heißt eine hydrostatische Waage (Fig. 50). Jetzt nimmt man einen Würfel oder einen Cylinder, der sehr genau ein dazu gehöriges Futteral erfüllt, und hängt diesen mit einem feinen Metallfaden oder einem Haare unter die Schale; das Futteral c setzt man entweder auf die Schale oder hängt es mit darunter, doch so, daß es über dem Cylinder befindlich ist, und dann wird durch Gegengewichte auf der anderen Seite das Ganze in Gleichgewicht gebracht. Bringt man nun ein Glas mit Wasser darunter und senkt die Waage, bis der unten hängende Körper sich im Wasser befindet, so wird die andere Schale Uebergewicht bekommen; aber wenn man nun das Futteral genau mit Wasser füllt, so stellt sich das Gleichgewicht wieder her, und man sieht also, daß der Körper durch das Untertauchen genau so viel von seinem Gewichte verlor, als die Wassermenge, die seinen Raum erfüllen konnte, wog.

Wenn ein gegebener Raum mit verschiedenem Stoffe angefüllt 97

wird, so ist das Gewicht der dadurch gebildeten Körper verschieden. Dies bezeichnet man dadurch, daß man sagt, die Körper haben verschiedene Wucht *). Diese ist um so größer, ein je größeres Gewicht in einem gegebenen Raume befindlich ist. Man kann also die Wucht der Körper vergleichen, wenn man gleich große Raumgehalte von ihnen wägt, denn das Verhältniß der Gewichte wird dann zugleich das Verhältniß ihrer Wucht sein; weil sich das Gewicht wie die Masse verhält (§. 66 b. und §. 209), so kann man die Wucht auch als die Intensität der Masse, d. h. als die Dichtigkeit der Raumerfüllung betrachten, sobald man nicht etwa von zusammengesetzten oder hohlen Körpern redet.

*) Der Ausdruck specifisches Gewicht ist einer der aller unbequemsten in der ganzen Naturlehre, nicht blos, weil er halb fremd, halb deutsch ist, denn das haben einige Naturforscher schon durch den Ausdruck eigenthümliches Gewicht verbessert, sondern deshalb, weil er einen einfachen Begriff durch zwei Wörter giebt. Dazu kommt noch, daß man auch ganz verschiedene Begriffe mit diesem Namen bezeichnet. Spricht man von dem specifischen Gewichte des Goldes, des Eisens u. s. w., so ist das allerdings etwas Specifisches, allein man spricht auch von dem specifischen Gewichte des menschlichen Körpers, der doch aus vielfältigen Stoffen zusammengesetzt und noch dazu theilweise hohl ist; ja man spricht von dem specifischen Gewichte des Luftballons, sollte aber strenge in beiden Fällen von individuellem Gewichte reden. Daß diese Unterscheidung keinesweges eine bloße Spitzfindigkeit sei, sieht man daraus, daß der Mineraloge denjenigen einen Ignoranten schelten würde, der das specifische Gewicht des Bimssteines suchte, ohne ihn pulverisirt zu haben, während der Physiker ganz unbefangen die Bestimmung so vornimmt, wie sie denn auch in der Tabelle unten steht. Klar ist, in diesen Bestimmungen herrsche ein zwiefaches Princip, und der Name specifisches Gewicht sei nicht in allen Fällen brauchbar. — Brauchbar erscheint er nur in den Fällen, wo man auch Dichtigkeit sagen könnte, aber gerade für diese Fälle haben wir den guten Namen Dichtigkeit und bedürfen keines anderen, wir müssen also einen anderen Namen suchen, der blos die Fälle begreift, wo man nicht Dichtigkeit sagen kann, oder einen, der alle Fälle begreift und also ganz in die Stelle des jetzt gebrauchten Namens tritt. Oersted hat ein dänisches Wort gebildet, das allgemein in seinem Vaterlande angenommen ist, nämlich Vaegtfylde (etwa Gewichtfülle). Auch wir könnten dieses Wort gebrauchen, da wir mindestens das Adjectiv gewichtvoll in metaphorischem Sinne gebrauchen, allein das Hauptwort klingt uns etwas fremdartig. Minder fremdartig und sehr gut zu gebrauchen wäre Inhaltsschwere, das gleichfalls metaphorisch gebraucht wird; allein es muß dem Physiker anstößig sein, da das specifische Gewicht kein Verhältniß der Schwere, sondern ein Verhältniß des Gewichtes bezeichnet. Nicht blos aus diesen Gründen, sondern auch, weil das einfache Wort stets dem zusammengesetzten vorzuziehen ist, habe ich das gute Wort Wucht gewählt, das die Sprache des Lebens zur Bezeichnung des fraglichen Begriffes gebraucht. — Daß ein neues Wort vonnöthen, habe ich bewiesen, wie brauchbar dieses sei, wird man sehen, wenn man die §§. über Schwimmen und Luftballon nachliefet. Wer das Wort gebraucht, lasse sich nicht dadurch abschrecken, das Einem zuerst etwas fehlt, wenn man einer Last ledig geworden ist. Ein großer Vortheil ist, daß man nun 2 Verhältnisse bezeichnet, z. B. am Bimsstein: Wucht = 0,9 — 1,647. Dichtigkeit = 2,2. L. M.

Gleichfalls sieht man ein, daß wenn man sich eine gegebene Menge oder ein gegebenes Gewicht Materie über einen größeren oder kleineren Raum ausgedehnt denkt, natürlich auch die Dichtigkeiten der dadurch gebildeten Körper im umgekehrten Verhältnisse größer oder kleiner werden, und man kann also auch die Dichtigkeiten der gebildeten Körper vergleichen, indem man blos gleiche Gewichte von ihnen abwägt, wo denn das Verhältniß der Dichtigkeiten das umgekehrte der Raumgehalte dieser Körper ist.

Man sieht also, daß die Dichtigkeiten der Körper bei gleichem Raumgehalte sich verhalten wie ihre Gewichte, und bei gleichem Gewichte umgekehrt wie ihre Raumgehalte, und folglich beweiset man leicht durch ein ähnliches Verfahren, wie in §. 25, daß im Allgemeinen die Dichtigkeiten der Körper in dem Verhältnisse zu einander stehen, das zusammengesetzt ist aus dem geraden Verhältnisse ihrer Gewichte und dem umgekehrten ihrer Raumgehalte.

Um mit Leichtigkeit die Dichtigkeiten verschiedener Stoffe verglei- 98
chen zu können, ist es nothwendig, einen Stoff zu wählen, mit dem man alle andern vergleichen kann, und in Verhältniß, zu welchem man ihre Dichtigkeit bestimmt. Hiezu wendet man vollkommen reines (destillirtes) Wasser an, dessen Dichtigkeit man = 1 setzt. Giebt man also eines Körpers Dichtigkeit zu 5 an, so will das sagen, daß sie fünfmal so groß ist, als die des Wassers, oder daß ein gewisses Maaß dieses Körpers fünfmal so viel wiegt, als dasselbe Maaß Wasser, oder daß ein beliebiges Gewicht des Körpers einen fünfmal so kleinen Raum einnimmt, als dasselbe Gewicht Wasser einnehmen würde.

Will man aber das Wasser als Einheit für die Dichtigkeit be- 99
nutzen, so ist es schon aus dem Vorhergehenden einleuchtend, und wird später, wann die Methoden, Dichtigkeit und Wucht zu bestimmen, näher angegeben werden, noch deutlicher sein, daß man sehr genau das Gewicht eines bestimmten Maaßes Wasser kennen muß, welches auch den von den Regierungen angeordneten Gewichten zum Grunde liegt (§. 65).

Dasjenige Pfund, welches in Frankreich, Belgien, Holland, Dänemark und dem deutschen Zollverbande gebraucht wird, ist genau gleich einem halben französischen Kilogramm, und demzufolge wiegt ein Rheinländischer Kubikfuß (so wie Bessel ihn bestimmt hat) Wasser 61,82136 Pfund bei 4° Wärme.

Das Nähere über Maaß und Gewicht findet sich in der Beilage am Ende des Bandes.

100 Es ist noch ein anderer sehr wichtiger Umstand, auf den man hier Rücksicht zu nehmen hat, nämlich daß in Folge der ausdehnenden Kraft der Wärme dasselbe Gewicht Wasser nicht immer denselbigen Raum einnimmt; man muß deshalb genau ihren Einfluß auf das Wasser kennen, um Bestimmungen der Dichtigkeit bei verschiedenen Wärmegraden auf einen bestimmten Wärmegrad, den man als Ausgangspunkt setzt, zurückführen zu können.

Die folgende Tabelle giebt die Veränderungen des Wassers von 0° bis 30° des hunderttheiligen Thermometers *) an. Wärmegrade über 30° sind nicht angegeben, weil man selten Versuche bei höheren Temperaturen anstellt.

In dieser Tabelle ist zugleich außer dem Raumgehalte die Dichtigkeit angegeben.

Wärmegrad.	Raumgehalt.	Dichtigkeit.	Wärmegrad.	Raumgehalt.	Dichtigkeit.
0°	1,0000000	1,0000000	15°	1,0007189	0,9992816
1	0,9999499	1,0000501	16	1,0008704	0,9991303
2	0,9999148	1,0000853	17	1,0010337	0,9989674
3	0,9998943	1,0001057	18	1,0012085	0,9987930
4	0,9998884	1,0001117	19	1,0013946	0,9986073
5	0,9998967	1,0001033	20	1,0015918	0,9984107
6	0,9999191	1,0000809	21	1,0018000	0,9982032
7	0,9999553	1,0000447	22	1,0020188	0,9979852
8	1,0000052	0,9999948	23	1,0022482	0,9977569
9	1,0000686	0,9999315	24	1,0024878	0,9975184
10	1,0001451	0,9998549	25	1,0027375	0,9972700
11	1,0002347	0,9997654	26	1,0029970	0,9970119
12	1,0003371	0,9996631	27	1,0032662	0.9967444
13	1,0004520	0,9995482	28	1,0035449	0,9964677
14	1,0005794	0,9994209	29	1,0038327	0,9961819
			30	1,0041296	0,9958874

Aus dieser Tabelle sieht man zugleich, daß das Wasser zwischen 0° und 4° eine Ausnahme von der allgemeinen Regel macht, nach

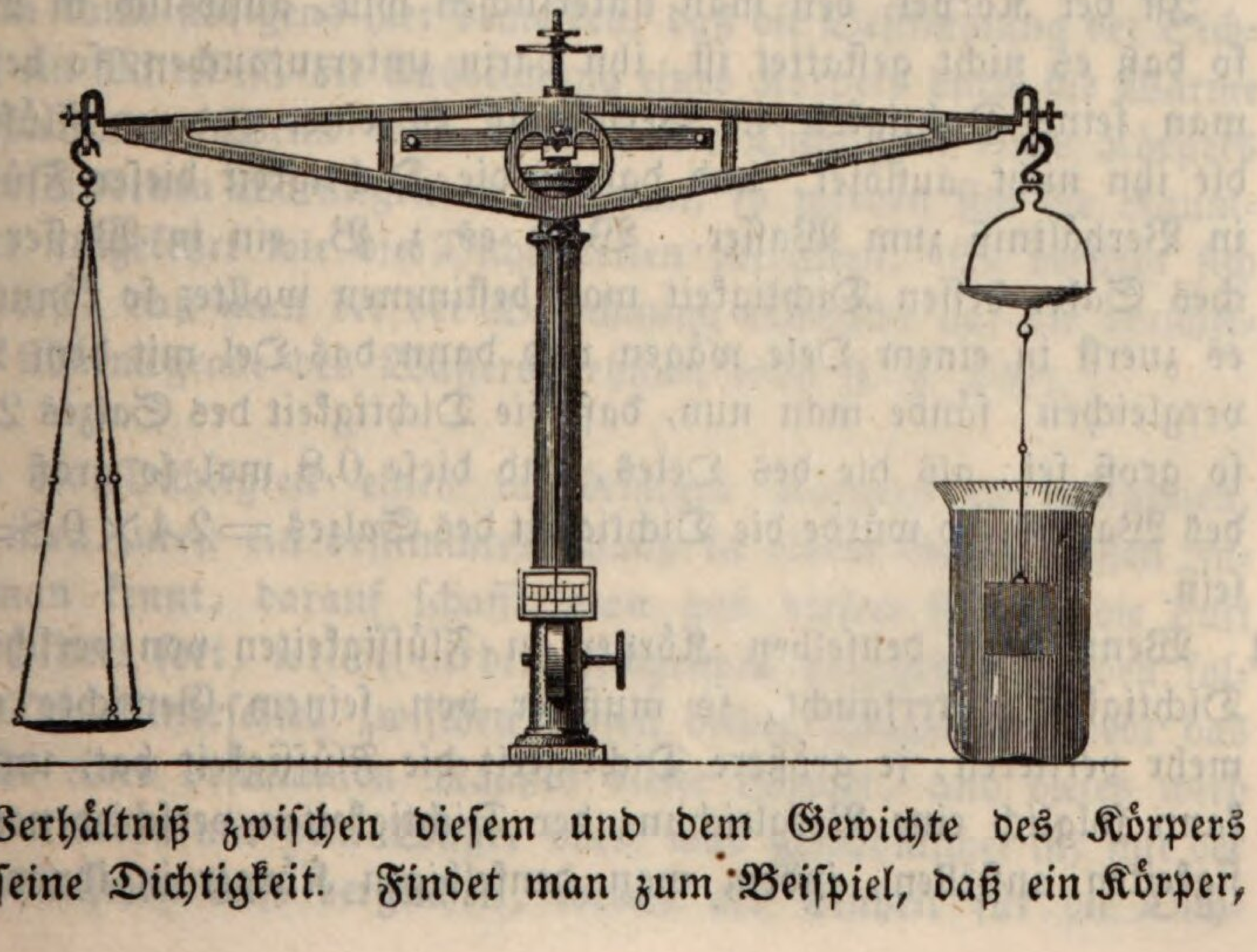
*) Alle Wärmeangaben in dem Folgenden sind nach dieser Thermometereintheilung gemacht, wenn keine andere ausdrücklich bemerkt ist. Ist von verschiedenen Thermometern die Rede, so wird dies durch ein C hinter der Zahl bezeichnet, so wie das Reaumure'sche durch ein R, das Fahrenheit'sche durch ein F. Zum Beispiel: 12° R = 15° C = 59° F.

welcher die Wärme alle Körper ausdehnt, daß dieses sich bei der Abkühlung nur zusammenzieht, bis es zu 4° gekommen ist, wo es seine größeste Dichtigkeit hat. Darnach dehnt es sich bei weiterer Abkühlung aus. Diese Eigenthümlichkeit findet sich nicht allein beim Wasser, sondern noch bei verschiedenen anderen Flüssigkeiten in der Nähe des Wärmegrades, bei welchem sie in den festen Zustand übergehen oder, wie es heißt, krystallisiren.

Bei sehr genauen Wägungen muß man auch noch darauf Rück- 101
sicht nehmen, daß jede Wägung eine Berichtigung in Folge des Umstandes bedarf, daß die umgebende Luft so viel von dem Gewichte eines Körpers trägt, als das Maaß Luft wiegt, das von ihm verdrängt wird. Im Folgenden wird sich zeigen, wie man diese Berichtigung vornehmen kann, die sich im Verhältniß zu dem gesuchten Gewichte bei den leichtesten Körpern, z. B. leichten Holzarten auf $1/400$ und bei dem schwersten Metall auf $1/4000$ belaufen kann, Größen, welche bedeutend genug sind, um bei feinen Wägungen noch in Betracht zu kommen.

Wenn man nun die Dichtigkeit eines festen Körpers bestimmen 102
will, so wägt man denselben sowohl außerhalb des Wassers, als auch untergetaucht im Wasser mit Hülfe der in §. 96 beschriebenen Waage; der Gewichtsverlust bei der Wägung im Wasser giebt das Gewicht des mit Wasser gefüllten Volumens des Körpers, und

Fig. 51.



das Verhältniß zwischen diesem und dem Gewichte des Körpers giebt seine Dichtigkeit. Findet man zum Beispiel, daß ein Körper,

der 24 Quentchen wiegt, im Wasser gewägt, 4 Quentchen verliert, so ist seine Dichtigkeit = 6.

103 Wenn der Körper, dessen Dichtigkeit man bestimmen will, eine geringere Dichtigkeit hat als das Wasser, so verbindet man ihn mit einem anderen, der eine größere hat, und dessen Gewichtsverlust im Wasser man kennt. Wenn man nun von dem Gewichtsverlust beider Körper im Wasser dasjenige abzieht, was von dem dichteren Körper herrührt, so erhält man den Verlust des anderen Körpers.

Man könnte auch folgende Methode anwenden, womit man den für Auffindung des Gewichtsverlustes nöthigen Berechnungen entgeht: man bringt unter der Waageschale einen kleinen Korb von Metalldraht an, der durch ein Gewicht im Wasser gehalten wird, und setzt das Ganze in Gleichgewicht, ehe man die anderen Wägungen beginnt; darauf wägt man den zu untersuchenden Körper erst in der Schale, und dann eingeschlossen in den Korb, wodurch er unter Wasser gehalten wird. Das Gewicht, das man dann auf die Waageschale legen muß, um wieder Gleichgewicht hervorzubringen, giebt das Gewicht des Maaßes Wasser an, das der Körper verdrängt. Wenn man z. B. ein Stück Holz, das ein Loth wiegt, unter Wasser gebracht hätte, und nun zwei Loth auf die Waageschale legen müßte, um Gleichgewicht hervorzubringen, so würde die Wucht dieser Holzart = $\frac{1}{2}$ sein.

Ist der Körper, den man untersuchen will, auflöslich in Wasser, so daß es nicht gestattet ist, ihn darin unterzutauchen, so bestimmt man seine Dichtigkeit in Verhältniß zu einer anderen Flüssigkeit, die ihn nicht auflöset, und darauf die Dichtigkeit dieser Flüssigkeit in Verhältniß zum Wasser. Wäre es z. B. ein in Wasser lösliches Salz, dessen Dichtigkeit man bestimmen wollte, so könnte man es zuerst in einem Oele wägen und dann das Oel mit dem Wasser vergleichen; fände man nun, daß die Dichtigkeit des Salzes 2,4 mal so groß sei, als die des Oeles, und diese 0,8 mal so groß als die des Wassers, so würde die Dichtigkeit des Salzes $= 2{,}4 \times 0{,}8 = 1{,}92$ sein.

104 Wenn man denselben Körper in Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit untertaucht, so muß er von seinem Gewichte um so mehr verlieren, je größere Dichtigkeit die Flüssigkeit hat, und man kann folglich eine Vergleichung der Dichtigkeiten verschiedener Flüssigkeiten anstellen, indem man denselbigen Körper in ihnen wägt,

da das Verhältniß der Dichtigkeiten gleich dem Verhältnisse der Gewichtsverluste ist; diese sind ja nämlich nichts Anderes als die Gewichte desselbigen Maaßes verschiedener Flüssigkeiten. Verliert zum Beispiel ein Körper durch das Wägen in Wasser 100 Gran und durch das Wägen in Schwefelsäure 185 Gran, so ist die Dichtigkeit dieser Schwefelsäure gleich 1,85.

Die Dichtigkeit flüssiger Körper wird entweder auf die, im vori- 105
gen §. angeführte Weise bestimmt, oder allgemeiner dadurch, daß man denselbigen Raum erst mit Wasser und dann mit der zu untersuchenden Flüssigkeit anfüllt und wägt; hiezu gebraucht man eine Flasche von Glas mit wohl eingeschliffenem Stöpsel, welche man sehr genau mit der Flüssigkeit anfüllt.

Diese Flasche könnte auch benutzt werden, um die Dichtigkeit fester Körper zu bestimmen; man wägt den Körper, bringt ihn dann in die Flasche, füllt diese mit Wasser und wägt das Ganze; durch diese Wägungen und das bekannte Gewicht der Wassermasse, welche die Flasche füllt, kann man das Gewicht des Wassers berechnen, dessen Stelle der Körper einnimmt. Da man bei diesen Versuchen öfter die Flasche in die Hand nehmen und sie abtrocknen muß, so verändert sich leicht während des Versuches der Wärmegrad des Körpers, den man untersucht, und es ist deshalb von großer Wichtigkeit, genau auf diesen Acht zu geben, um seinen Einfluß berechnen zu können.

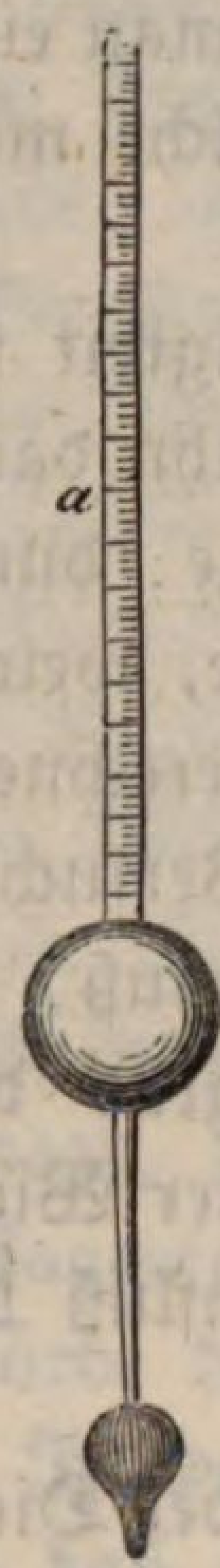
Man kann übrigens hier bemerken, daß die Bestimmung der Dichtigkeit ein Mittel ist, die Ausdehnung eines Körpers durch die Wärme zu bestimmen. Wenn man nämlich die Dichtigkeit eines Körpers bei verschiedenen Wärmegraden bestimmt, so werden sich die Raumgehalte umgekehrt wie die Dichtigkeiten verhalten. Es versteht sich von selbst, daß man bei der Berechnung Rücksicht auf die verschiedenen Wärmegrade des Wassers nehmen muß (s. §. 100).

Um die Dichtigkeit eines luftförmigen Körpers zu bestimmen, 106
wägt man zuerst ein bestimmtes Maaß in einem Gefäß, dessen Inhalt man kennt, darauf schafft man aus diesem Raume die Luft durch Mittel fort, welche in dem Folgenden angegeben werden sollen. Der Unterschied zwischen diesen beiden Wägungen giebt das Gewicht eines bestimmten Maaßes dieser Luftart, und dieses wird dann entweder mit dem Wasser oder, was gewöhnlicher ist, mit der atmosphärischen Luft verglichen, welche als Einheit für die Dich-

tigkeit der Gase gesetzt wird. (Mehr hierüber in dem Abschnitt von der Luft.)

107 Um eine Dichtigkeit zu bestimmen, werden auch die sogenannten Senkwaagen (Aräometer) benutzt. Diese haben veränderliches oder unveränderliches Gewicht. Die Senkwaage mit unveränderlichem Gewichte, welche zur Bestimmung der Dichtigkeiten blos von Flüssigkeiten gebraucht werden kann, hat folgende Einrichtung (Fig. 52).

Fig. 52.



Ein hohler Körper, der von der Flüssigkeit getragen werden kann, endigt sich in einen kleineren desgleichen, der mit einem sehr schweren Stoffe angefüllt ist, z. B. mit Quecksilber, Bleischrot, welcher dazu dient, dem Instrument eine senkrechte Stellung zu geben; der obere hohle Körper trägt einen eingetheilten Stiel a. Dieses Geräth wird in einer Flüssigkeit um so tiefer sinken, je weniger dicht sie ist, und man wird also, indem man es in verschiedene Flüssigkeiten senkt, und beobachtet, wie tief es sinkt, verschiedene Raumgehalte mit dem gleichen Gewichte haben, woraus man das Verhältniß der Dichtigkeiten dieser Flüssigkeiten berechnen kann, welches das umgekehrte der Raumgehalte ist. Der Stiel wird entweder in gleich große Grade eingetheilt, und muß dann genau cylindrisch sein, auch muß man das Verhältniß zwischen den Graden und der Größe des ganzen Instrumentes kennen, oder auch bestimmt man die Grade durch Versuche und giebt die Dichtigkeit unmittelbar auf dem Maaßstabe an.

Dieses Instrument wird nicht gern zu genauen Zahlbestimmungen gebraucht, dagegen wird es viel im praktischen Leben angewendet, und wird dann im Allgemeinen nur mit Rücksicht auf eine bestimmte Flüssigkeit verfertigt, welche, je nachdem sie mehr oder minder von dem wirksamen Bestandtheile enthält, eine verschiedene Dichtigkeit zeigt; so zum Beispiel für Salzauflösungen, Säuren, Branntweine u. s. w. Darnach erhält es dann verschiedene Namen, wie Salzspindel, Branntweinprobe u. s. w. Die Senkwaage pflegt dann auf der Eintheilung anzugeben, wie viele Theile des wirksamen Bestandtheiles die Flüssigkeit enthält, und die Beschaffenheit dieses wirksamen Bestandtheiles bestimmt, ob die Senkwaage in der Flüssigkeit tiefer sinken oder höher steigen soll, als im reinen Wasser; so wird die Senkwaage in Salzauflösungen und in

den meisten Säuren höher steigen, als bis zu dem Zeichen, zu dem es im Wasser hinabsinkt, wogegen sie in Branntwein und anderen weingeistigen Flüssigkeiten tiefer sinken wird.

Die Senkwaage mit veränderlichem Gewicht oder, wie sie auch 108
heißt, die Fahrenheit'sche oder gemeine Senkwaage hat die Einrichtung, daß man das in die Flüssigkeit getauchte Instrument durch aufgelegte Gewichte zwingt, bis zu einem bestimmten Punkte hinabzusinken, und also stets denselben Raum einzunehmen. Die Figur 53 zeigt diese Einrichtung. A ist ein hohler Körper, der sich nach unten zu in eine mit Quecksilber oder Schrot gefüllte Kugel B und nach oben in einen dünnen Stiel endigt, der wiederum eine kleine Schale D trägt. Letztere ist bestimmt, die aufgelegten Gewichte aufzunehmen. Auf dem Stiel ist ein Zeichen C, bis zu welchem man das Instrument niederzusinken zwingt. Kennt man nun das Gewicht des Instrumentes, z. B. = 700 Gewichtstheile, und weiß, daß, um es bis zu dem Zeichen in reines Wasser einzusenken, ein weiteres Gewicht von 300 Gewichtstheilen nöthig ist, so wiegt das Maaß Wasser, das von der Senkwaage verdrängt wird, 1000 Gewichtstheile. Senkt man nun dieselbe in eine andere Flüssigkeit, und bringt sie durch eine Belastung von 449 Gewichtstheilen dazu, bis an das Zeichen hinabzutauchen, so wiegt dasselbe Maaß dieser Flüssigkeit $700 + 449 = 1149$ Gewichtstheile, und ihre Dichtigkeit ist also $= 1{,}149$.

Fig. 53.



Fig. 54.



Durch eine unbedeutende Veränderung kann diese 109
Senkwaage auch zur Bestimmung der Dichtigkeit fester Körper brauchbar gemacht werden. Man setzt nämlich blos oberhalb der Kugel B (Fig. 54) eine kleine Schale. Nun wägt man zuerst den Körper, dessen Dichtigkeit man bestimmen will, und auch dies kann auf der Senkwaage geschehen; man weiß nämlich, wie viel Belastung nöthig ist, um sie bis zu dem Zeichen niederzudrücken; und wenn man also durch den Körper und einige Gewichte sie dahin bringt, so kann man daraus berechnen, für wie viele Gewichtstheile der Körper in

die Stelle tritt, und folglich, wie viel er wiegt. Darauf bringt man den Körper in die kleine untere Schale, und die Gewichtstheile, welche man nun auf's Neue oben auflegen muß, geben den Gewichtsverlust des Körpers im Wasser an, wodurch man also die Stücke hat, die zur Bestimmung seiner Dichtigkeit erfordert werden. Wenn also ein Körper 54,6 Gewichtstheile wöge, und im Wasser 5 Gewichtstheile verlöre, so würde die Dichtigkeit dieses Körpers sein $= \frac{54{,}6}{5} = 10{,}92$.

Um auch feste Körper, die leichter als Wasser sind, auf dieser Waage bestimmen zu können, muß man sie auf irgend eine Weise an die Schale befestigen. Diese Verbesserungen der gemeinen Senkwaage verdankt man Nicholson, weshalb die so verbesserte meistens nach ihm benannt wird.

Bei allen diesen Versuchen, wo Körper in Flüssigkeiten untergetaucht werden, muß man sich sorgfältig davor hüten, daß nicht Luftblasen an dem eingetauchten Körper sitzen bleiben, da dieser dadurch gehoben und so die Wägung ungenau gemacht wird; man schafft sie am leichtesten mit der Fahne einer reinen Schreibfeder fort.

110 Das folgende Verzeichniß, zu dessen Abfassung Schumacher's Jahrbuch für 1841 benutzt worden ist, giebt die Dichtigkeit einiger der wichtigsten und bekanntesten Stoffe an.

a) Feste Körper.

Alabaster	2,6 — 2,876	Baryum	4,000
Alaun	1,720	Baryt	4,732
Amethyst	2,653	Basalt	2,0 — 3,310
Anhydrit	2,927	Bergkrystall	2,658
Anthracit	1,4 — 1,694	Bernstein	1,060
Antimon	6,7 — 6,860	Beryll	2,718
Antimonglanz-Spießglanz	4,493	— orientalischer	3,549
Antimonsilber	9,820	Bimsstein	0,9 — 1,647
Apatit	3,1 — 3,235	Blei	11,389
Arragonit	2,947	Bleiglanz	7,3 — 7,759
Arsenik	5,6 — 5,789	Bleioxyd (geschmolzen)	9,500
Arseniksäure	3,734	Bleiweiß	3,156
Arsenige Säure	3,720	Bleizucker	2,4 — 2,745
Asbest	2,1 — 2,800	Bolus, armenischer	1,4 — 2,000
Asphalt	1,104	Borax	1,720
Augit	3,279	Borsäure	1,5 — 1,830

Braunkohle	1,280
Butter	0,943
Calomel	7,0 — 7,140
Campher	0,991
Caoutschouk	0,925
Chalcedon	2,608
Chlorkalk	2,040
Chlorsilber	5,548
Chrom	5,900
Chrysoberyll	3,743
Chrysolith	3,340
Colophonium	1,075
Copal	1,0 — 1,140
Diamant	3,5 — 3,550
Eis	0,926
Eisen (geschmiedet)	7,788
— (gegossen)	7,207
— (gegossenes, reines)	7,844
— (gewalzt)	7,600
Eisendraht (geglüht)	7,600
— (ungeglüht)	7,631
Elfenbein	1,8 — 1,917
Feldspath	2,4 — 2,627
Fette, verschiedene	0,9 — 1,000
Flintstein	2,6 — 3,000
Flußspath	3,144
Glas (Bouteillen-)	2,732
— (Krystall-)	2,5 — 2,892
— (englisch Flint-)	3,3 — 3,442
— (französisch Flint-)	3,179
— (Frauenhofer's Flint-)	3,779
Glimmer	2,5 — 3,348
Gold (gediegen)	14,6 — 19,099
— (gegossen)	19,258
— (gehämmert)	19,362
Granat (gemeiner)	3,7 — 3,847
— (edler)	3,9 — 4,220
Granit	2,5 — 3,063
Graphit	2,144
Guajakharz	1,205
Gummi arabicum	1,452
Gyps	1,9 — 2,927
— (krystallisirt)	2,332
Gypsspath, Marienglas	1,8 — 2,332
Holzarten:	
Ahorn (lufttrocken)	0,54 — 0,760
— (frisch gefällt)	0,904
Apfelbaum	0,71 — 0,793
Aesche	0,67 — 0,845
Birke (lufttrocken)	0,5 — 0,640
— (frisch gefällt)	0,8 — 0,857
Birnbaum	0,66 — 0,732
Buche	0,6 — 0,854
Buchsbaum (brasil.)	1,031
— (französ.)	0,912
— (holländ.)	1,0 — 1,328
Ceder (amerikan.)	0,561
— (indianisch)	1,315
Eiche	0,61 — 0,850
Eichenkernholz	1,170
Ebenholz (amerikan.)	1,331
— (spanisch)	0,800
Erlen (lufttrocken)	0,49 — 0,680
— (frisch gefällt)	0,79 — 0,800
Föhren	0,34 — 0,550
— (frisch gefällt)	0,54 — 0,894
Kork	0,240
Linde	0,559
Lärche	0,565
Mahagoni (afrikan.)	0,945
— (Cuba-)	0,563
— (Domingo-)	0,767
Nußbaum (deutsch)	0,660
— (virginisch)	0,827
Pappel (schwarze)	0,38 — 0,557
— (weiße)	0,53 — 0,810
Roßkastanie	0,551
— (frisch gefällt)	0,861
Steineiche	0,72 — 0,764
— (frisch gefällt)	0,82 — 1,100
Hornblende	2,92 — 3,410
Jaspis (gemeiner)	2,573
— (ägyptische)	2,615
Indigo	0,769
Jod	4,948
Iridium	18,7 — 19,500
— (gediegen)	21,9 — 23,646
Kadmium	8,636
Kali	1,708
Kalium bei 15°	0,865
Kalk (gebrannter)	1,842
Kalkspath	2,723
Kieselerde	2,660
Knochen	1,656

Kobalt	8,5 — 8700
Kochsalz	2,078
Kreide	1,8 — 2,657
— (reine)	2,695
Kupfer (reines, gegossenes)	8,897
— (geschmiedet und gewalzt)	8,9 — 9,047
Kupferdraht (geglühter)	8,391
— (ungeglühter)	8,623
Kupfervitriol	2,247
Labrador	2,702
Lava	2,3 — 2,880
Magnesia	3,200
Magneteisenstein	5,154
Mangan	8,013
Marmor	2,7 — 2,837
Meerschaum	1,200
Mehl (Waizen=)	1,560
Mergel	2,4 — 2,600
Messing (gegossen)	7,8 — 8,440
— (gehämmert)	8,508
Messingdraht (geglüht)	8,428
— (ungeglüht)	8,376
Meteoreisen	7,6 — 7,830
Molybdän	8,600
Natrium bei 15°	0,972
Natron	1,536
Neusilber	8,556
Nickel (geschmiedet)	8,660
— (gegossen)	8,279
Obsidian	2,350
Opal (gemeiner)	2,0 — 2,144
— (edler)	1,7 — 2,114
Opium	1,336
Osmium	10,000
Palladium (geschmiedet)	11,300
— (gewalzt)	11,800
Perle (orientalische)	2,617
Pech (weiß)	1,111
Phosphor	1,770
Platin	19,5 — 21,740
Porcellan	2,393
Porphyr	2,4 — 2,800
Quarz	2,654
Quecksilber (festes)	14,4 — 15,612
Rhodium	11,000

Rubin (orientalischer	4,0 — 4,283
Salmiak	1,4 — 1,600
Salpeter	1,9 — 2,101
Sandstein	1,9 — 2,699
Sapphir (brasilian.)	3,131
— (oriental.)	4,0 — 4,830
Schwefel (rein)	1,98 — 2,050
Schwefelkies	5,099
Schwerspath	4,4 — 4,580
Selen	4,310
Serpentin	2,4 — 2,894
Silber	10,428
— (gegossen)	10,105
— (gehämmert)	10,448
— (gewalzt)	10,551
Silberdraht	10,491
Smaragd	2,718
Stahl	7,795
Stahl (Guß=)	7,919
Stearin	0,968
Steinkohle	1,2 — 1,510
Strontianerde	3,4 — 3,932
Strontium	4,0 — 5,000
Sublimat	5,403
Tellur	6,1 — 6,343
Thon	1,8 — 2,000
Thonschiefer	2,7 — 2,880
Titan	5,280
Tungstein	6,040
Turmalin	3,0 — 3,190
Uran	9,000
Wachs	0,967
Wallrath	0,943
Wismuth	9,654
— (gehämmert)	9,883
Wolfram	17,2 — 17,600
Yttererde	4,842
Ziegelstein	1,4 — 2,215
Zink	6,915
— (gewalztes)	7,200
Zinn	7,291
— (gewalztes)	7,3 — 7,475
Zinnober	8,092
Zirkonerde	4,300
Zucker (weißer)	1,606

b) Flüssigkeiten.

Ammoniakflüssigkeit, gesättigt bei 18°,75	0,875
Bier	1,034
Blut bei 15°	1,055
Honig	1,450
Kochsalzlösung, gesättigt bei 18°,75	1,208
Kreosot bei 20°	1,037
Milch	1,031
Oele, fette:	
Baumöl bei 12°	0,919
Leinöl bei 12°	0,940
Mandelöl bei 15°	0,918
Mohnöl bei 15°	0,925
Olivenöl bei 15°	0,918
Ricinusöl bei 12°	0,971
Rüböl bei 15°	0,913
Oele, flüchtige:	
Bittermandelöl	1,043
Cajeputöl bei 9°	0,978
Caneelöl	1,035
Citronenöl	0,847
Nelkenöl bei 15°,6	1,066
Steinöl bei 12°,5	0,781
Terpenthinöl bei 10°	0,872
Quecksilber bei 0°	13,598
Säuren in ihrem concentrirtesten Zustande:	
Ameisensäure	1,117
Blausäure bei 7°	0,706
Essigsäure bei 15°,55	1,063
Flußsäure	1,061
Salpetersäure bei 12°	1,522
Salzsäure bei 15°	1,192
Schwefelsäure (englische) bei 13°,33	1,850
— (nordhäuser)	1,896
— (wasserfreie) bei 20°	1,970
Schwefelkohlenstoff	1,265
Seewasser	1,02 — 1,040
— des todten Meeres	1,226
Thran	0927
Urin	1,011
Wasser (destillirtes)	1,000
— (oxydirtes)	1,452
Wein:	
Burgunder	0,992
Champagner	0,962
Hochheimer bei 15°,55	0,989
Madeira	1,038
Malaga	1,015
Portwein	0,997
Weingeist, ganz wasserfreier bei 20°	0,792
Aether bei 20°	0,716
Benzoeäther bei 10°,5	1,054
Chloräther bei 12°,5	1,134
Essigäther bei 7°	0,866
Salpeteräther bei 4°	0,886

c) Luftarten.

Die atmosphärische Luft als Einheit gesetzt.)

Ammoniak	0,597
Arsenikgas	10,600
Arsenikwasserstoff	2,695
Atmosphärische Luft	1,000
Brom	5,540
Chlor	2,470
Chlorwasserstoff	1,247
Cyan	1,806
Cyanwasserstoff	0,941
Jodgas	8,712
Jodwasserstoff	4,446
Kohlenwasserstoff	0,941
Kohlensäure	1,524
Phosphorgas	4,580
Quecksilbergas	6,976
Sauerstoff	1,103
Schwefelgas	6,617
Schwefelwasserstoff	1,191
Schwefelsäuregas	3,000
Schweflige Säure	2,247

Stickstoff	0,976	Aethergas	2,586
Stickstoffoxyd	1,039	Benzoeäthergas	5,409
Stickstoffoxydul	1,520	Chloräthergas	3,443
Wassergas	0,624	Essigäthergas	3,067
Wasserstoff	0,0691	Salpeteräthergas	2,626
Weingeistgas	1,613		

111 Die Entdeckung der Gesetze für den Gewichtsverlust der Körper im Wasser, und die daraus folgenden Vorschriften für die Bestimmung der Dichtigkeit oder Wucht verdankt man Archimedes, der im dritten Jahrhunderte vor Christus in Syrakus lebte. Man sagt, er sei dazu angereizt worden durch den Verdacht, daß eine goldene Krone, die ein Künstler für ein Götterbild verfertigt hatte, verfälscht sei, und sei durch die Bemerkung, wie sein Körper im Bade durch das Wasser gehoben werde, auf die Entdeckung geleitet. Man macht sehr ausgebreitete Anwendungen von der Kenntniß der Dichtigkeit der Körper. Die Auffindung der Dichtigkeit ist oft das leichteste Mittel, um Metalle, besonders Metallmischungen, z. B. Gold von Tomback, reines Gold von dem mit Kupfer oder Silber versetzten, das reinere Zinn von dem mit Blei versetzten u. s. w. zu unterscheiden. Münzverfälschungen werden oft leicht durch die Dichtigkeit entdeckt. In der Mineralbeschreibung gehört sie zu den sehr brauchbaren Kennzeichen. Ihre Anwendung zur Prüfung von Salzauflösungen, Säuren, weingeistigen Flüssigkeiten ist schon oben besprochen. Man würde sich jedoch täuschen, wenn man annähme, daß die Dichtigkeit zusammengesetzter Körper sich unmittelbar aus dem der Bestandtheile berechnen ließe; denn Stoffe, welche eine chemische Verbindung mit einander eingehen, erleiden dadurch oft eine Zusammenziehung, zuweilen eine Ausdehnung. Will man daher die Kenntniß der Dichtigkeit anwenden, um das Mengenverhältniß der Bestandtheile aufzufinden, so muß man entweder das Gesetz kennen, nach welchem sie ausdehnend oder zusammenziehend auf einander wirken, oder durch eine Reihe von Versuchen eine Tabelle darüber zusammengestellt haben. Die in §. 107 benannten Senkwaagen, die für eine oder die andere besondere Flüssigkeit bestimmt sind, theilt man nach Proben mit Mischungen in verschiedenem Verhältniß, wodurch man oft zugleich Tabellen zu bilden veranlaßt wird.

Durch Wägen im Wasser kann man auch den Raumgehalt eines Körpers bestimmen; da nämlich der Gewichtsverlust im Wasser

gleich dem Gewichte der Wassermenge ist, die den Raum des Körpers einnehmen würde, und man das Gewicht eines Kubikfußes Wasser kennt, so ist die Rechnung leicht. Kennt man den Raumgehalt eines Körpers und seine Dichtigkeit, so kann man daraus eben so leicht sein Gewicht finden. Nimmt zum Beispiel ein Körper zwei Drittel Kubikfuß ein, und hat 7,2 mal die Dichtigkeit des Wassers (z. B. Gußeisen), so ist sein Gewicht $= \frac{2}{3} \times$ Gewicht eines Kubikfußes Wasser $\times 7{,}2 = \frac{2}{3} \times 61{,}83136 \times 7{,}2 = 296{,}790528$ Pfund.

Wenn ein fester Körper auf einer Flüssigkeit schwimmt, und nun 112
in Gleichgewicht gekommen ist, so kann dieses von verschiedener Art sein. Es ist nämlich beständig, wenn der Körper, nachdem er ein wenig aus seiner Stellung gebracht ist, zu dieser wieder zurückzuwenden strebt; es ist unbeständig, wenn derselbe dann eine andere Stellung einnimmt, anstatt zu seiner vorigen zurückzukehren, und es ist gleichgültig, wenn der Körper sich eben so leicht in einer jeden von der ersten abweichenden Stellung erhält.

Um einsehen zu können, welche Art von Gleichgewicht stattfinde, muß man aufmerksam auf die Kräfte sein, welche dabei wirken. Das Gewicht des festen Körpers kann in seinem Schwerpunkt vereinigt gedacht werden, und wirkt also in der Richtung seiner Falllinie; die Gegenwirkung der Flüssigkeit geschieht durch den aufwärts gehenden Druck sämmtlicher unterliegenden Theile, der in einer Richtung wirkt, die der Fallrichtung des Schwerpunktes der verdrängten Flüssigkeit entgegengesetzt und mit einer Kraft, die dem Gewichte der durch den festen Körper verdrängten Flüssigkeit gleich ist. Darnach wird einleuchtend sein:

daß ein auf einer Flüssigkeit schwimmender Körper in Gleichgewicht ist, wenn die Linie des aufwärts gehenden Druckes durch seinen Schwerpunkt geht, und daß dieses Gleichgewicht beständig ist, wenn der Schwerpunkt des Körpers lothrecht unter dem Schwerpunkt der Flüssigkeitsmasse liegt, die er verdrängt, und um so beständiger, je tiefer er darunter liegt.

Wenn dagegen der Schwerpunkt des Körpers über dem Schwerpunkt der ausgetriebenen Masse liegt, so wird Gleichgewicht sein, sobald sie sich in derselben senkrechten Linie befinden, aber es muß dann näher untersucht werden, von welcher Art dies Gleichgewicht

ist, indem man betrachtet, was da stattfinden muß, wenn der Körper aus seiner Stellung gebracht wird.

Fig. 55.

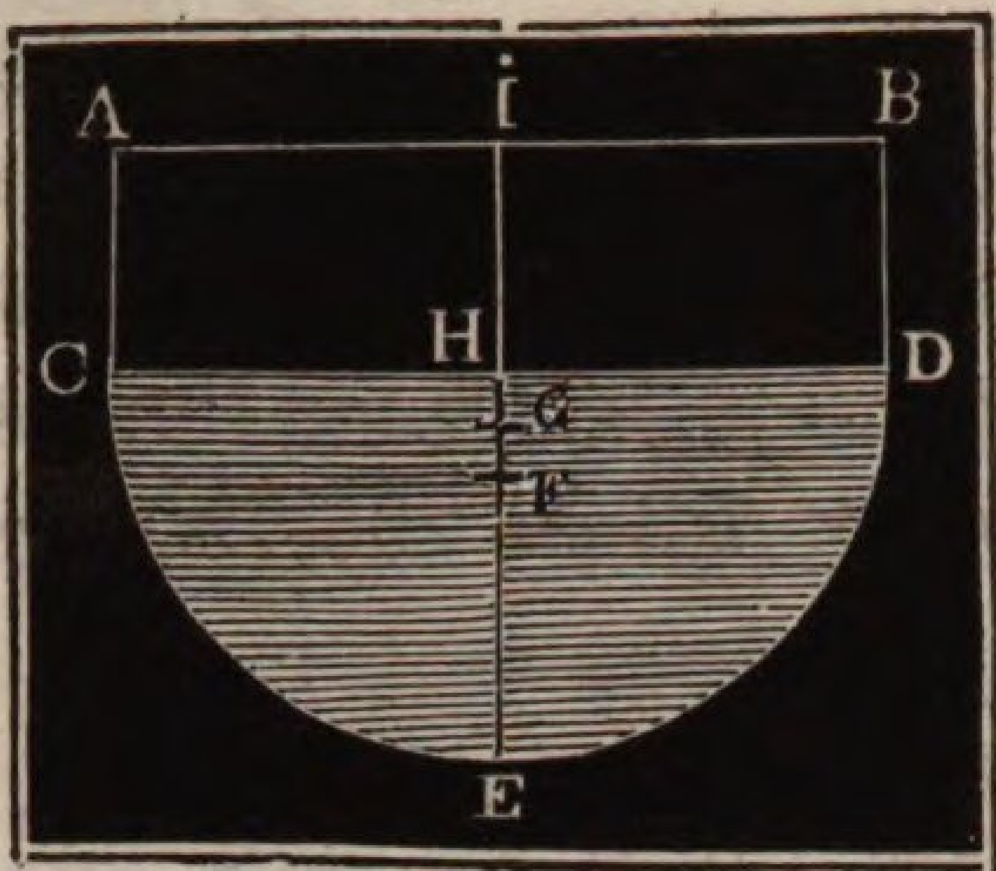
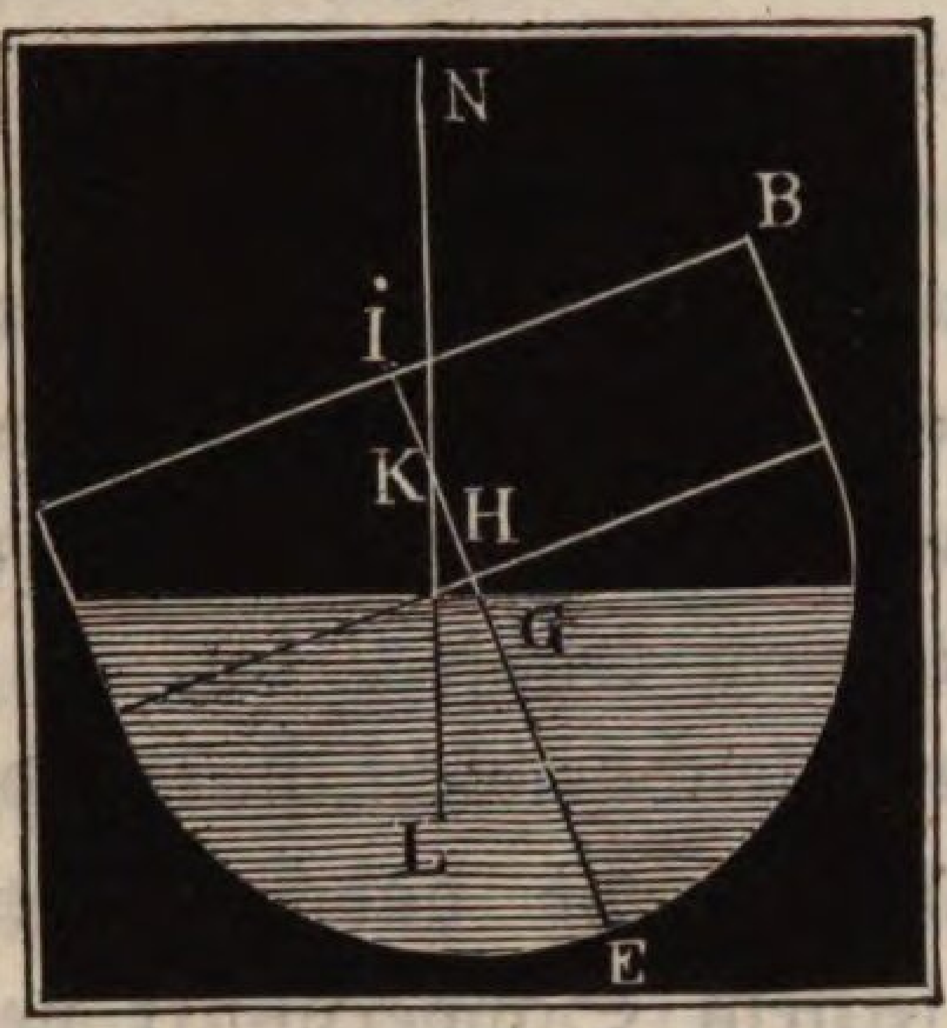


Fig. 56.



Sei AEB ein Körper, der in einer Flüssigkeit bis CD einsinkt; sei der Schwerpunkt der durch den Körper verdrängten Flüssigkeitsmasse in F und der des Körpers in G, so ist klar, daß Gleichgewicht vorhanden sein wird, da die Richtung des aufwärts gehenden Druckes durch den Schwerpunkt des Körpers geht. Denkt man sich aber die Stellung des Körpers ein wenig verändert, wie in der nebenstehenden Figur 56, so wird sein Schwerpunkt fortfahren, in G zu sein, aber die Linie des aufwärts gehenden Druckes geht nicht mehr durch denselben, sondern schneidet die Axe der Schwere IE in einem Punkte K. Da nun jeder Punkt eines Körpers, der mit einem Punkte von LN zusammenfällt, als ein Unterstützungspunkt betrachtet werden kann, so folgt daraus, daß der Körper nach derjenigen Seite von LN fallen wird, auf welcher der Schwerpunkt liegt, also in diesem Falle in seine vorige Stellung zurückfallen muß; wenn dagegen der Schwerpunkt oberhalb K läge (was leicht möglich wäre, wenn der obere Theil ABCD entweder größer, oder aus einem dichteren Stoffe wäre, als der andere), so müßte der ganze Körper nach der andern Seite fallen; und das, was früher zu oberst war, müßte dann die unterste Stelle einnehmen. — Fiele endlich der Schwerpunkt in K selbst, so wäre der Körper auch in Gleichgewicht in seiner neuen Stellung. Dieser Punkt K, wo die Linie des aufwärts gehenden Druckes die Axe der Schwere schneidet, heißt das *Metacentrum* (Umfallspunkt). Aus den vorstehenden Betrachtungen folgt:

daß das Gleichgewicht beständig ist, wenn der Schwerpunkt des Körpers unter dem Umfallspunkte liegt, unbeständig, wenn er über demselben liegt, und endlich gleichgültig, wenn Schwerpunkt und Umfallspunkt zusammenfallen.

Man sieht hieraus leicht ein, daß es bei der Bauart und Ladung

der Schiffe von äußerster Wichtigkeit ist, die Lage des Schwerpunktes vortheilhaft zu bestimmen, und daß ein Schiff um so steifer steht, je tiefer der Schwerpunkt unter dem Umfallspunkt liegt, um so nachgiebiger, je kleiner der Abstand zwischen beiden ist; gleicherweise kann man hieraus den Nutzen des Ballastes einsehen, und des Verfahrens, wornach man den schwersten Theil der Last zu unterst legt, u. s. w.

Dieselben Gesetze, welche für das Sinken und Steigen fester Kör- 113
per in Flüssigkeiten gelten, gelten natürlich auch mit den aus der Natur der Sache folgenden Veränderungen für flüssige Körper. Eine Flüssigkeit sinkt oder steigt in einer andern, je nachdem sie mehr oder minder dicht als diese ist, und nach dem Umschütteln ordnen sie sich ihren Dichtigkeiten gemäß, so weit sie sich nicht etwa mischen lassen. So wird zum Beispiel Wasser in den meisten Oelen untersinken, und wenn man auf den Boden eines Glases mit Wasser eine kleine Flasche mit einer gefärbten weingeistigen Flüssigkeit, z. B. rothem Wein, setzt, so wird man den Wein allmählig durch das Wasser aufsteigen und sich auf die Oberfläche des Wassers legen sehen; es wird dann dasselbe Ansehen haben, als wenn Rauch bei stillem Wetter in der Luft aufsteigt, was gleichfalls auf demselben Naturgesetze beruht, da der warme Rauch eine geringere Wucht hat, als die atmosphärische Luft.

Hier kann man noch einige allgemein bekannte Erfahrungen und Versuche anführen, die durch die im Vorhergehenden dargestellten Gesetze erklärt werden. Ein Ei, das in süßem Wasser untergeht, treibt auf einer starken Salzauflösung, wegen ihrer größeren Dichtigkeit; man könnte leicht die Stärke der Salzauflösung so bestimmen, daß sie genau dieselbe Dichtigkeit hätte, wie das Ei, so daß es an jeder Stelle in der Auflösung, wohin man es brächte, schweben bleiben würde. Wenn man oben auf die Salzauflösung eine andere Flüssigkeit von geringerer Dichtigkeit als diese, und die sich nicht mit der Salzauflösung vermischt, z. B. Oel, ausgießt, so wird das Ei im Oele sinken und auf der Salzauflösung treiben, so daß es auf der Gränze beider Flüssigkeiten bleibt.

Die cartesianischen Teufel sind kleine, hohle, gläserne Puppen, die am unteren Theile des Leibes eine Oeffnung haben, durch die man ein wenig Wasser hineinbringt, theils um sie im Wasser aufrecht stehend zu machen, theils um ihre Wucht so zu bestimmen, daß sie nur sehr wenig kleiner ist, als die des Wassers. Darauf

setzt man sie in ein hohes Glas mit Wasser, welches nach oben zu entweder durch einen Stempel oder durch Blase geschlossen werden kann. Durch diese drückt man auf die Oberfläche des Wassers; der Druck theilt sich auch der Luft in den Tauchern mit, welche dadurch in einen kleineren Raum zusammengedrückt wird, so daß jene mehr Wasser aufnehmen können, wodurch sie schwerer werden und zu Boden sinken. Wenn der Druck aufhört, so wird die Luft sich wieder ausdehnen und das eingedrängte Wasser austreiben, und die Puppen werden wieder steigen.

114 Die hier erklärten Grundsätze lassen sich auch auf das Schwimmen der Menschen und Thiere anwenden. Die meisten Menschen haben geringere Wucht als das süße Wasser, sinken aber so tief darin, daß das Wasser Mund und Nase ihnen versperrt, so daß die Athmungsorgane bald die nöthige Luft vermissen. Wenn nun diese Organe die gewohnten Bewegungen des Einathmens machen, so wird Wasser eingezogen und der Körper, der dadurch schwerer wird, sinkt. Nicht alle Theile des Menschen haben gleiche Wucht, sondern der Theil, den man eigentlich Leib nennt und der die Brusthöhle sammt dem Magen enthält, hat die geringste, Arme, Beine und Kopf die größeste. Daß die Beine schwerer sind als süßes Wasser, sieht man daraus, daß ein Mensch von gewöhnlichem Bau, der darin bis an die halbe Nasenlänge einsinkt, aufrecht bleibt. Legt er den Kopf zurück, so daß ein größerer Theil des Hinterkopfes vom Wasser getragen wird, so kommen Nase und Mund über die Oberfläche, und man bedarf nicht mehr, um auf dem Wasser zu treiben, falls man nicht eine Wucht hat, die die gewöhnliche übersteigt. Bei den meisten Menschen sind selbst Arme und Beine leichter als Salzwasser, der Kopf dagegen schwerer. Das geringe Uebergewicht des Kopfes, der bei weitem nicht so fern vom Unterstützungspunkt (dem Schwerpunkt des verdrängten Wassers) wirkt, als der Schwerpunkt der Beine, kann den Menschen nicht bedeutend aus seiner Stellung bringen. Liegt der Mensch im Wasser auf dem Bauche, so bleibt zwar ein kleiner Theil des Körpers oberhalb des Wassers, aber dieses sperrt Nase und Mund, wenn er nicht durch eine Beugung des Halses und durch die Ausstreckung der Arme vor dem Kopfe, den untersten Theil des Kopfes über dem Wasser halten kann, was jedoch ohne weitere Bewegungen kaum glücken wird, falls man nicht durch eine sehr geringe Wucht begünstigt ist. Legt man sich dagegen im Wasser auf den Rücken, so

kann man leicht durch eine rückwärts gerichtete Beugung des Kopfes bewirken, daß das Gesicht über dem Wasser bleibt. Am allerbequemsten erreicht man dies, wenn man die Arme über dem Kopf zusammenschlägt, und die Brust etwas heraushebt. Um dem Körper eine möglichst beständige Lage zu geben, bringt man dabei die Kniee so weit von einander, als es sich ohne Zwang thun läßt. Die meisten Menschen können sich auf diese Weise in der obersten Wasserfläche halten, ohne irgend Bewegung zu machen.

Wenn man einathmet, so wird die Brusthöhle erweitert, und der Körper hebt sich etwas mehr aus dem Wasser; athmet man aus, so muß es sich natürlich umgekehrt verhalten. Die meisten Menschen, welche nicht schwimmen können, machen, wenn sie ins Wasser fallen, eine Bewegung, wodurch sie selbst ihre Rettung verhindern; sie lassen nämlich die Arme nicht unter dem Wasser bleiben, wo diese von demselben getragen werden, und also helfen würden, den Kopf über dem Wasser zu halten; sondern sie heben dieselben aus dem Wasser, wodurch der Kopf, wenn er auch sonst sich oben halten könnte, untersinken muß. Die Stellung des Kopfes bei den meisten vierfüßigen Thieren nöthigt sie dazu, denselben über Wasser zu haben, wenn sie da hinein kommen, und das macht, daß sie mit viel geringerer Anstrengung, als der Mensch, sich über dem Wasser halten; besonders wird bei dem Menschen, wenn er auf dem Bauch im Wasser liegt, der Nackenmuskel stark angestrengt.

Je weniger Knochenmasse und je mehr Fett ein thierischer Körper enthält, desto geringer ist seine Wucht. Beim Menschen wird man daher unter Kindern und Frauenzimmern viele finden, die nur eine geringe Wucht haben. Auch eine hohe Brustwölbung vermindert die Wucht des Menschen bedeutend. Einzelne Menschen haben sich durch eine so geringe Wucht ausgezeichnet, daß nicht blos ihr ganzer Kopf, sondern auch ein Theil der Brust über dem Wasser blieb. Um es den Menschen von größerer Wucht möglich zu machen, sich ohne eigentliche Schwimmkunst über dem Wasser zu halten, hat man verschiedene Einrichtungen ersonnen, die alle darauf ausgehen, den Menschen mit einem Körper von geringerer Wucht zu verbinden. Man kann hiezu entweder hohle, aufgeblasene Körper gebrauchen, wie z. B. Blasen, Beutel von Seidenzeug, das vorher durch einen Firniß für Wasser undurchdringlich gemacht ist, Federspulen u. s. w., oder man kann einen leichten Körper wie Kork gebrauchen. Das Letztere ist sicherer, weil die Beschädigung eines aufge-

blasenen Beutels den Ausgang für die ganze Luft öffnet. Man hat solchen Einrichtungen nach ihrer Beschaffenheit die Namen Schwimmjacken, Schwimmharnisch u. s. w. gegeben. Man hat sie gewiß meistens größer als nöthig gemacht, denn da nur wenig fehlt, daß die meisten Menschen sich mit Mund und Nase über Wasser halten können, so würde man vielleicht oftmals den Zweck blos durch eine aufgeblasene luft- und wasserdichte Halsbinde erreichen, die zu größerer Sicherheit in verschiedene Räume getheilt sein könnte.

Aber Alles, was die Menschen unternehmen, um sich ohne eigentliche Kraftanstrengung über Wasser zu halten, kann doch nicht die Schwimmkunst ersetzen. Diese wird jedoch sehr leicht erlernt, wenn man sich erst die vollkommene Ueberzeugung erworben hat, daß man auf dem Wasser treiben kann. Man gewöhnt sich dann oft durch einen einzigen Versuch daran, die Bewegungen zu machen, welche das Schwimmen fordert, wogegen man oft lange Zeit zubringen muß, ehe man es lernt, wenn man mit ängstlicher Ungewißheit beginnt; die Art und Weise, wie hiebei Hände und Füße bewegt werden müssen, lernt man am besten durch Sehen. Es muß daher die Bemerkung genügen, daß man dabei, nachdem man die Hände unter der Brust genähert und verbunden vorwärts gestoßen hat, mit diesen das Wasser in eine ab- und auswärtsgehende Bewegung setzt, indem der Körper durch die Gegenwirkung gehoben und vorwärts bewegt wird; die Füße zieht man langsam zu sich und stößt sie hurtig wieder von sich.

Man sieht nun ein, weshalb man so leicht in Gefahr kommt, wenn man in tiefem Wasser watet; je höher nämlich das Wasser an dem Körper reicht, desto mehr wird dieser getragen und verliert von dem Gewicht, womit er auf dem festen Grunde stehen sollte; wenn das übrig gebliebene Gewicht des Körpers sehr unbedeutend ist, so kann die geringste Bewegung im Wasser ihn umwerfen. Man sieht nun auch leicht, daß man, um einen Menschen zu retten, der ins Wasser gefallen ist, nur eine sehr unbedeutende Kraft anzuwenden braucht, um seinen Kopf oder einen andern Theil seines Körpers über Wasser zu bringen. Wer dagegen in der falschen Meinung steht, daß er sogleich eines Menschen ganzes Uebergewicht zu heben hat, beginnt mit einer allzu großen Anstrengung, und bringt gleich einen großen Theil des Menschen über Wasser, aber verliert nun selbst das Gleichgewicht und wird ins Wasser niedergezogen durch das Gewicht, welches er glaubte ohne Hülfe gehoben

zu haben; durch diese Unvorsichtigkeit sind Viele umgekommen. — Wenn ein Mensch oder ein Thier im Wasser umkommt, so wird der Körper mit Wasser gefüllt und sinkt deshalb; nach einiger Zeit geräth er in Fäulniß, es entwickelt sich Luft in den Eingeweiden, wodurch der Körper aufgeblasen wird, und wieder an die Oberfläche des Wassers steigt. Hier setzt sich die Verwesung fort, bis der Körper berstet; dann dringt das Wasser in alle Höhlungen ein, und der Körper sinkt für immer. Die Fische bedienen sich bei dem Schwimmen besonders des Schwanzes, den sie so bewegen, daß dadurch das Wasser sie vorwärts stößt; die Flossen dagegen dienen besonders, um die Bewegung zu steuern; doch können sie auch einige Bewegung selbst hervorbringen, da sie so eingerichtet sind, daß sie, wenn sie vorwärts bewegt werden, dem Wasser nicht eine so große Oberfläche darbieten, als wenn sie rückwärts gehen. Die Fische sind noch mit einem eigenen Organ, der Schwimmblase, ausgerüstet, welche längs dem Rückgrate liegt und mit Luft gefüllt ist; diese muß durch ihre geringe Wucht in Vergleich mit den anderen Theilen des Körpers bewirken, daß der Schwerpunkt des Fisches tiefer zu liegen kommt, wodurch sein Gleichgewicht im Wasser beständiger wird.

Einfluß der Zusammenhangskraft auf das Gleichgewicht der Flüssigkeiten.

Daß Flüssigkeiten auch Zusammenhang besitzen, ist schon früher 115
bemerkt worden (§. 20). Ein solcher findet nicht blos Statt zwischen gleichartigen Theilen, sondern auch zwischen ungleichartigen. Nicht blos zwei Tropfen Wasser, zwei Tropfen Weingeist laufen zusammen, wenn sie einander genähert werden, sondern auch ein Tropfen Wasser mit einem Tropfen Weingeist, ein Tropfen Quecksilber mit einem Tropfen geschmolzenem Zinn. Doch giebt es auch ungleichartige Flüssigkeiten, wo sich keine Zusammenhangskraft äußert; so läuft ein Wassertropfen nicht mit einem Oeltropfen, ein Quecksilbertropfen nicht mit einem unmetallischen Tropfen zusammen. Betrachtet man die Stoffe, die einander gegenseitig anhangen, näher, so zeigt sich, daß zunächst alle Stoffe, welche sich chemisch mit einander verbinden, auch gegenseitiges Anhangen zeigen. Dagegen giebt es auch nicht wenige Fälle, wo Stoffe, die keine chemische

Verbindung eingehen, doch ein bedeutendes gegenseitiges Anhaften zeigen, wie zum Beispiel Wasser, Weingeist, Oele gegen Glas, Porcellan und manche Steinarten; nichtsdestoweniger scheint jedoch das Anhaften eine beginnende chemische Wirkung zu sein, welche blos in manchen Fällen die Hindernisse nicht überwinden kann.

116 Wenn eine Flüssigkeit mit einem festen Körper in Berührung gebracht wird, so übt derselbe, seiner Natur zufolge, verschiedene Wirkungen auf die Flüssigkeit aus, indem diese bei der Trennung bald ein geringeres, bald ein größeres Anhaften an den festen Körper zeigt, je nachdem der feste Körper im Stande ist, mit größerer oder geringerer Kraft die Zusammenhangskraft der Flüssigkeit zu überwinden. So wird ein Wassertropfen auf einer Wachsplatte seine Gestalt beibehalten, so weit nicht die Schwere diese verändert (§. 87), wogegen derselbe auf einer Glasplatte auslaufen wird; wenn man Wasser aus einem weiten Glase ohne Rand ausgießt, so läuft es längs der Außenseite herab, weshalb man, wenn man nichts verschütten will, es längs einer Glasstange herablaufen läßt, die man an den Rand des Glases hält.

117 Da diese Kraft, womit des festen Körpers Theile auf die der Flüssigkeit wirken, sich als ein Bestreben, sich diese näher zu bringen, zeigt, so wird sie passend als eine Anziehungskraft bezeichnet; aber ihre Wirkungen zeigen sich nur in einem so geringen Abstande, daß sie in jedem endlichen oder meßbaren Abstande durchaus unmerklich sind, und man kann daher sagen, daß sie eine Anziehungskraft ist, welche nur in dem unendlich kleinen Abstande, oder was dasselbe ist, in der Berührung wirkt. Deshalb wird das allerfeinste Fetthäutchen, womit eine Glastafel überzogen ist, bewirken, daß das Wasser nicht daran haften kann; ein Wassertropfen, der sonst mit Leichtigkeit auf Papier ausläuft, wird darauf stehen bleiben, wenn es mit Oel getränkt ist; aus einem Glase, dessen Rand mit Oel oder Fett bestrichen ist, kann man das Wasser ausgießen, ohne etwas zu verschütten, da die Anziehung nun gehoben ist.

118 Die Kraft, womit ein Körper, der in engster Berührung mit der Oberfläche einer Flüssigkeit ist, diese anzieht, wird leicht durch folgende Versuche gezeigt werden können: Man hängt eine Scheibe aus einem festen Stoff unter einer Waageschale auf, und zwar so, daß ihre unterste Fläche vollkommen horizontal ist, worauf man durch Gegengewichte in der anderen Schale das Ganze in Gleichgewicht setzt. Darauf bringt man die unterste Fläche der Scheibe

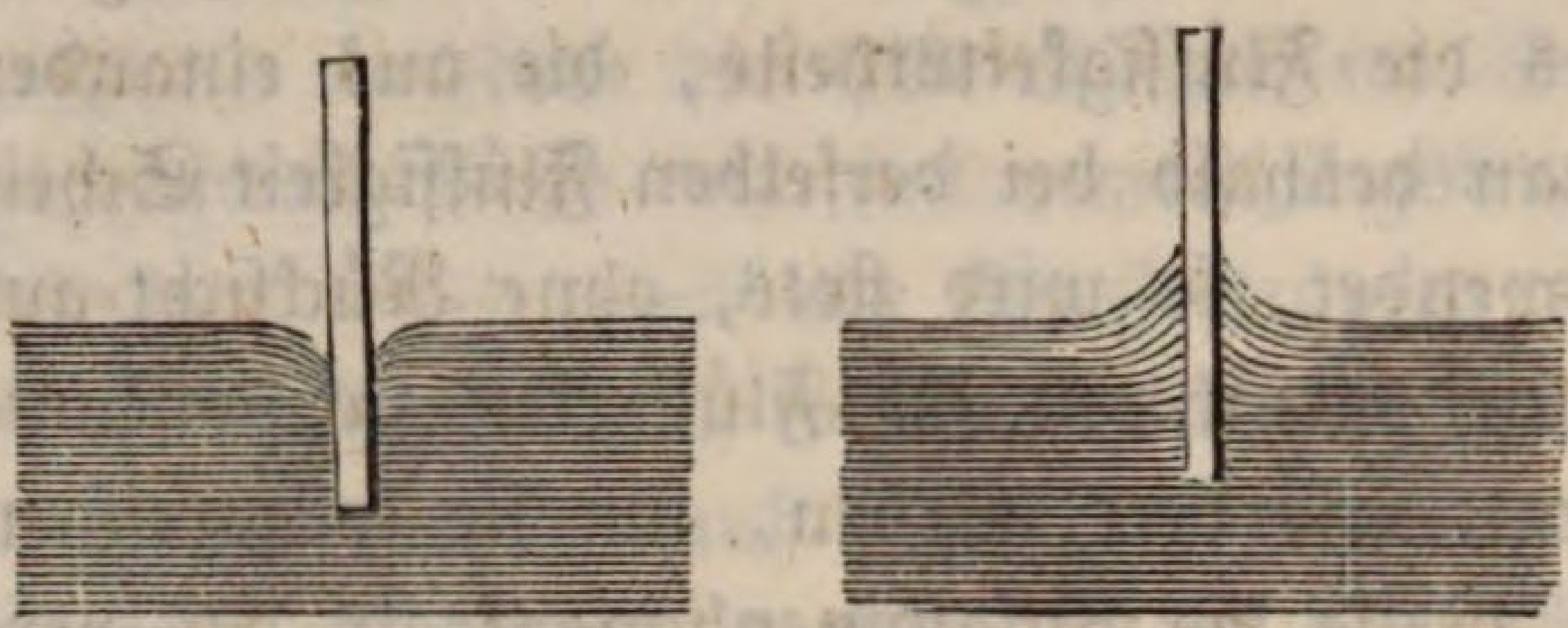
in Berührung mit der Oberfläche einer Flüssigkeit, und wenn man dann mehrere Gewichte auf die andere Schale legt, so sieht man zuerst, daß die Scheibe zwar ein wenig gehoben wird, daß aber die Flüssigkeit mit folgt, und sich auch ein wenig hebt, woraus also folgt, daß die feste und die flüssige Masse einander mit einer gewissen Kraft festhalten, oder einander anziehen. Legt man noch mehr Gewichtstheile auf, so reißt die Scheibe von der Flüssigkeit los. Es ist aber hier nicht immer die Scheibe, die von der Flüssigkeit losreißt, denn sie führt oft ein Häutchen von Feuchtigkeit mit sich, und dann sind es die Flüssigkeitstheile, die aus einander gerissen werden. Wenn man deshalb bei derselben Flüssigkeit Scheiben von gleicher Größe anwendet, so wird stets, ohne Rücksicht auf den Stoff, woraus sie bestehen, wenn nur die Flüssigkeit sie vollkommen befeuchtet, dieselbe Kraft erfordert werden, um sie loszureißen. Man könnte also auf diese Weise die Zusammenhangskraft der verschiedenen Flüssigkeiten bestimmen, auch sind in der Absicht mannigfaltige Versuche von verschiedenen Physikern angestellt; aber zufolge der eigenthümlichen Schwierigkeiten, mit welchen diese Versuche verknüpft sind, stimmen die Resultate nicht gut zusammen; als Beispiel wollen wir hier blos einige Versuche von Gay-Lussac mit einer Scheibe von ungefähr 52 Linien Durchmesser anführen, wo er fand, daß, um diese vom Wasser loszureißen, ein Gewicht von 59,40 Grammes erfordert wurden; 31,08 Grammes, um es von Weingeist loszureißen, dessen Dichtigkeit war = 0,8196, dann 34,10 Gr. für Terpenthinöl von der Dichtigkeit 0,8695.

Der Umstand, daß der Stoff und die Dicke der Scheibe gleichgültig ist, und daß es nur auf die Größe der Oberfläche und ihre Fähigkeit, sich von der Flüssigkeit befeuchten zu lassen, ankommt, stimmt auch damit überein, daß die Anziehung, welche hier wirkt, ihren Einfluß nur in unendlich kleinem Abstande zeigen kann, denn sonst müßte natürlich die Dicke und der Stoff der Scheibe eine Veränderung in der Kraft bewirken, welche erfordert wird, um sie loszureißen. Wenn die Scheibe, ehe sie mit der Flüssigkeit in Berührung gebracht wird, vollkommen trocken ist, so wird sie, wenn auch sonst dazu fähig, doch nicht vollkommen ohne die Hülfe einer Reibung oder eines Druckes befeuchtet werden; denn jede Oberfläche pflegt theils mit einem dünnen Lufthäutchen, theils mit allerlei zufällig daran haftenden fremden Theilen überzogen zu sein. Diese

müssen zuerst fortgeschafft werden, ehe man eine vollkommene Berührung zu Wege bringen kann.

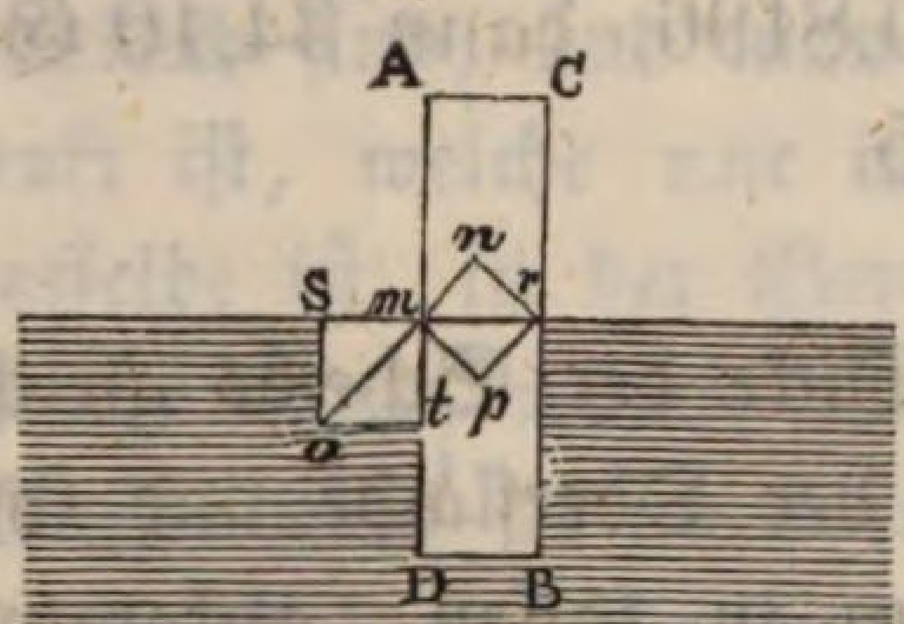
119 Senkt man in eine Flüssigkeit eine Platte lothrecht ein, so daß ein Theil der Platte über derselben steht, so wird man sehen, daß die Flüssigkeit an der Berührungslinie beinahe niemals mit ebener Oberfläche steht, sondern entweder mit ausgewölbter (convex) oder eingewölbter (concav) Oberfläche, wie in der nebenstehenden Figur 57.

Fig. 57.



Dies beruht auf dem Verhältniß zwischen der Anziehung der Theile des festen und des flüssigen Körpers und der gegenseitigen Anziehung der letztern, so zwar, daß wenn jene grade halb so groß ist als diese, die Flüssigkeit in der Nähe der Berührungslinie mit dem festen Körper eine ebene Oberfläche darbieten wird; ist sie mehr als halb so groß, so wird die Oberfläche ausgewölbt, ist sie weniger als halb so groß, so wird sie eingewölbt. Man nehme an, daß Gleichgewicht hergestellt sei, indem die Flüssigkeit auf beiden Seiten des festen Körpers mit ebener Oberfläche steht, so stelle m (Fig. 58) einen kleinen

Fig. 58.

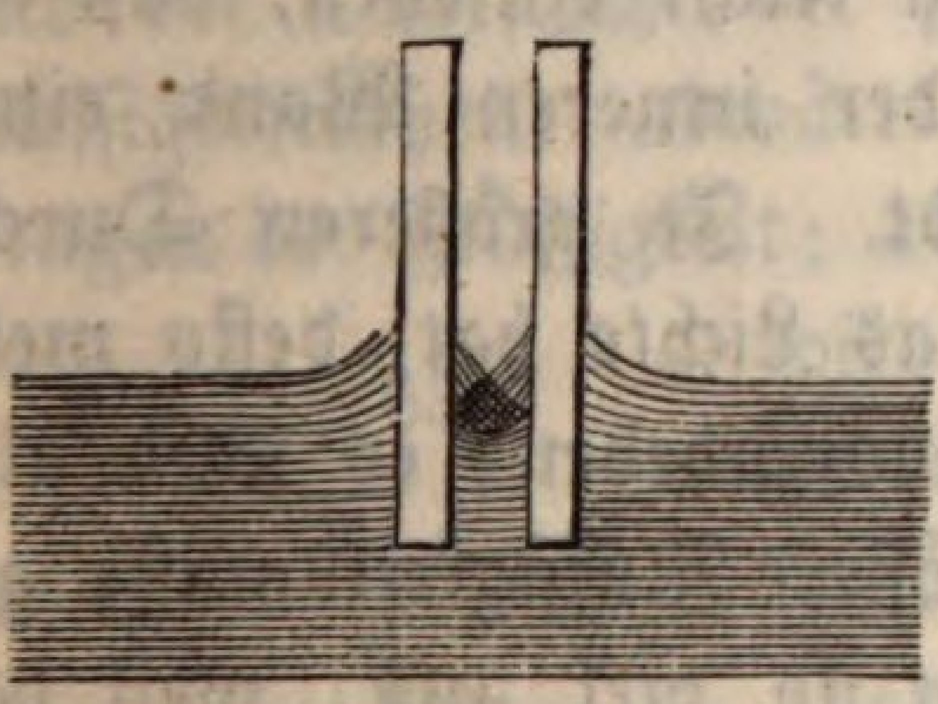


Theil der Flüssigkeit in Berührung mit dem festen Körper ABCD vor, und om sei die Summe derjenigen Kräfte, womit m von der Flüssigkeit angezogen wird. Die Anziehungen, welche der obere und untere Theil der Platte ausüben, werden durch mn und mp vorgestellt, und nun kann man leicht das angeführte Gesetz beweisen, daß im Gleichgewichtsfalle $mn = \frac{1}{2}\, mo$ sein muß, weil dadurch mr, welches die Diagonale in dem Parallelogramm der Kräfte mn und mp ist, gleich mit ms wird, nämlich mit dem Theil der Kraft mo, der bei ihrer Auflösung in ms und os, m von dem festen Körper wegzuziehen strebt. Man hat nämlich $ms = \frac{mo}{\sqrt{2}}$ und $mr = mn\sqrt{2}$. Wenn nun $ms = mr$, so ist $\frac{mo}{\sqrt{2}} = mn \cdot \sqrt{2}$ oder $mo = 2\, mn$.

Hieraus sieht man denn also ein, weshalb eine Flüssigkeit in einem Gefäße fast nie mit einer ganz ebenen Oberfläche steht, sondern fast immer eine kleine Abweichung davon hat, dergestalt, daß die Oberfläche sich entweder ein wenig gegen die Wände des Gefäßes emporhebt, oder abwärts sich von ihnen wegbeugt, je nachdem die Anziehung derselben gegen jeden Theil der Flüssigkeit größer oder kleiner ist, als die Hälfte der Anziehung, welche ein Theil der Flüssigkeit auf den anderen ausübt.

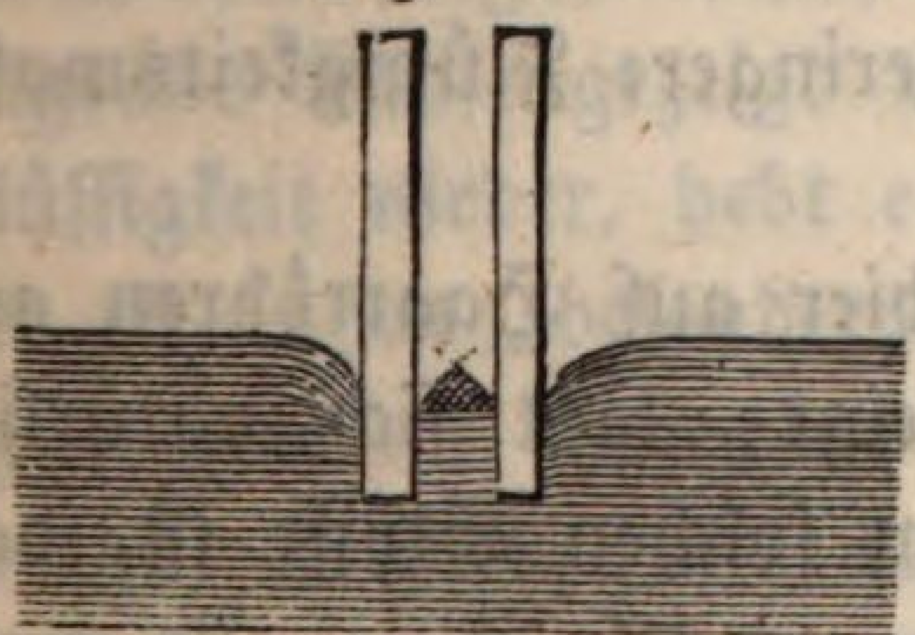
Wenn man eine Glasplatte ins Wasser steckt, so wird dieses in 120
Folge der Anziehung des Glases sich gegen dasselbe erheben mit eingewölbter Oberfläche; hat man zwei solche Glasplatten ins Wasser gesteckt und nähert sie einander, so wird das Wasser zwischen ihnen aufsteigen in demselben Verhältniß, als man sie einander nähert. Dies gründet sich darauf, daß jede der beiden Platten, ohne Rücksicht auf die Nähe der anderen, dieselbe Menge Wasser emporhebt, so daß das Wasser, welches von der einen gehoben wird, theilweise mit dem zusammenfallen müßte, das von der anderen gehoben wird, wenn die Wassersäule nicht höher würde. Das Wasser muß daher in die Höhe steigen, und zwar um so mehr, je kleiner die Breite des Zwischenraumes wird (Fig. 59). Die Höhen weichen jedoch ein klein wenig davon ab, weil das Wasser zwischen beiden Platten nicht mit einer ebenen, sondern mit einer eingewölbten Oberfläche steht, und man also keine einfache Höhe zu messen hat. Dasselbe Gesetz gilt natürlich auch für Platten von anderen Stoffen und für andere Flüssigkeiten, wenn ihr Verhalten zu einander so beschaffen ist, daß die Flüssigkeit in der Nähe der Platte mit eingewölbter Oberfläche steht; so wird z. B. Weingeist zwischen zweien Glasplatten, Quecksilber zwischen zweien Zinnplatten steigen.

Fig. 59.



Steckt man dagegen zwei, mit einem 121
Fetthäutchen überzogene Glasplatten ins Wasser (Fig. 60), so wird dies bei der Berührung sich etwas von ihnen wegbeugen und mit einer ausgewölbten Oberfläche stehen; nähert man nun die Platten einander, so wird das Wasser zwischen ihnen

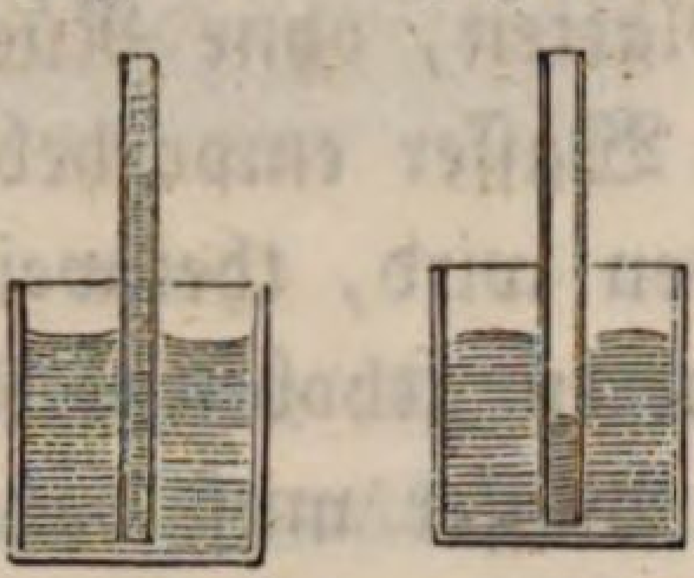
Fig. 60.



in demselben Maaße tiefer stehen, als die Platten einander näher kommen. Dies gründet sich gleichfalls darauf, daß die Niederdrückung bei jeder Platte ohne Rücksicht auf die Nähe der anderen denselben Raum einnimmt, und also an Tiefe zunehmen muß, je mehr sie an Breite abnimmt. Das Wasser steht hier zwischen den Platten mit einer ausgewölbten Oberfläche, was auch hier eine kleine Abweichung von dem angeführten Gesetze zu Wege bringt, welches übrigens auch für alle anderen Fälle gilt, wo Platten in Flüssigkeiten gesetzt werden, die in ihrer Nähe mit ausgewölbter Oberfläche stehen, wie z. B. Quecksilber zwischen Glasplatten.

122 In sehr engen Röhren werden die Flüssigkeiten gleichfalls entweder höher oder tiefer stehen, als außenvor (Fig. 61 und 62); solche

Fig. 61. Fig. 62.



Röhren nennt man Haarröhren, ohne daß man jedoch damit diese Benennung auf Röhren von so kleinem Durchmesser, wie ein Haar, einschränkt, vielmehr bezeichnet man damit Röhren von solcher Enge, daß die oben besprochene Wirkung, die Haarröhrenwirkung, sich darin auf augenfällige Weise zeigt. Werden Haarröhren von einem solchen Stoffe, der die Flüssigkeit zum Steigen bringt, in diese gesetzt, so wird sie um so höher stehen, je enger die Röhre ist. Zufolge des Vorhergehenden wird man leicht einsehen, daß der Grund davon der ist, daß jeder Punkt der inneren Wand einer Haarröhre gleichviel von der Flüssigkeit hebt. Je größeren Durchmesser, und folglich je größeren Umkreis das Lichte hat, desto mehr Theile sind also da, um die Flüssigkeit emporzuheben; es wird also in der weiteren Haarröhre wirklich eine größere Flüssigkeitsmasse gehoben, in der Höhe aber füllt diese nicht so viel aus, weil das Lichte einer Röhre wie das Quadrat des Durchmessers wächst. Hat z. B. eine Röhre einen dreimal so großen Durchmesser, als eine andere, so werden darin freilich dreimal so viel Flüssigkeitstheile gehoben werden, aber da die Röhre neunmal so viel aufnehmen kann (bei gleicher Länge), so wird nur ein Drittheil der Höhe erfüllt, welche in dem engeren Rohr durch die geringere Flüssigkeitsmasse erfüllt wird.

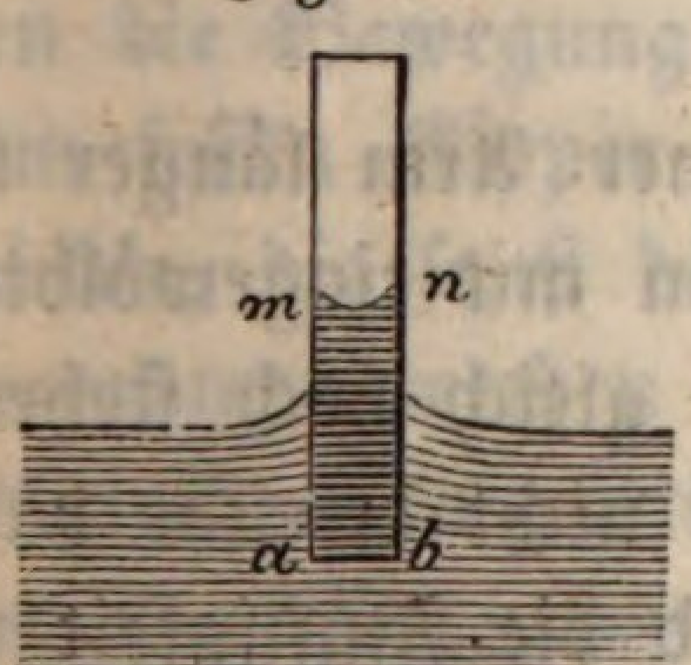
Dieselbe Erklärungsweise, welche man hier auf Haarröhren angewendet hat, in denen die Flüssigkeit steigt, läßt sich natürlich auch anwenden, wenn die Röhre aus einem solchen Stoffe ist, daß die Flüssigkeit darin sinken muß, so daß man also ganz allgemein

sagen kann, daß die Höhen, bis zu denen dieselbe Flüssigkeit in verschiedenen Haarröhren aus demselben Stoffe steigt oder sinkt, ungefähr in dem umgekehrten Verhältnisse der Halb- oder Durchmesser der Röhren stehe.

Man wird aus dem Obigen eingesehen haben, daß die Haar- 123
röhrwirkung erst dann vollständig eintritt, wenn die Flüssigkeit das Innere des Rohrs vollkommen befeuchtet hat, indem nämlich dadurch ein Häutchen gebildet wird, welches alle übrige Flüssigkeit aufwärts zieht; denn die Anziehungskraft des Haarröhrchens erstreckt ihre Wirkung nicht über dies Häutchen hinaus. Man kann folglich hieraus, wie aus den früher besprochenen Versuchen über die Zusammenhangskraft, mit den Platten, den Schluß ziehen, daß der Stoff, aus dem das Haarröhrchen besteht, gleichgültig ist, und daß also dieselbe Flüssigkeit gleich hoch in gleich weiten Haarröhrchen von verschiedenen Stoffen stehen wird, wenn sie zu ihnen nur so große Anziehung hat, daß sie dieselben vollkommen befeuchten kann.

Das, was also eigentlich wirksam ist, in den Haarröhrchen die 124
Stellung der Flüssigkeit zu verändern, die sie nach den Gesetzen der Schwere einnehmen muß, sind die Theile des Rohres, die sich an den Enden der Flüssigkeitssäule befinden, welche darin gehalten wird, denn jeder Punkt des Rohres, der einen merklichen Abstand unterhalb der Oberfläche der Flüssigkeit im Rohre hat, zieht eben so viele Flüssigkeitstheile abwärts, als aufwärts, und wirkt also nicht zum Tragen der Flüssigkeit; aber der oberste Berührungsring mn (Fig. 63) wird das Wasser im Glase heben, und ebenso der unterste ab, wogegen die Zusammenhangskraft der Flüssigkeit strebt, sie abwärts zu ziehen. Wenn man also auf eine oder die andere Weise die Verhältnisse hiebei verändert, zum Beispiel dadurch, daß man die Wirkung des Zusammenhangs der Flüssigkeit bei ab aufhebt, so wird auch die Höhe, bis zu welcher die Flüssigkeit im Rohre steigen kann, sich bedeutend vermehren. Dies kann auf folgende Weise gezeigt werden. Man taucht ein Haarrohr in eine Flüssigkeit nieder, hebt es in einer schrägen Stellung auf und trocknet es außen, besonders beim Ende, sorgfältig, dann wird die Flüssigkeit, wenn man das Rohr wieder in eine lothrechte Stellung bringt, streben, aus der unteren Oeffnung herauszudringen, und dadurch eine kleine kugelförmige Wölbung bilden; diese aber wird

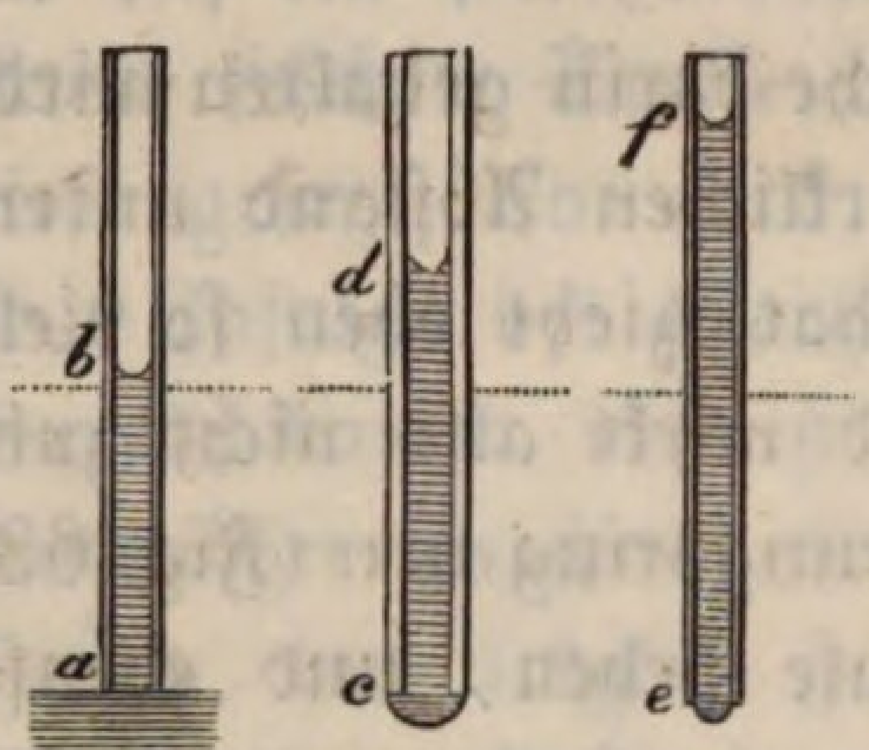
Fig. 63.



durch die Anziehungen des untersten Röhrenendes zurückgehalten werden, und die Röhre wird nun eine doppelt so hohe Wassersäule tragen können, da die Anziehung der Flüssigkeit unten gehoben ist.

Trocknet man dagegen die Röhren außen nicht ab, so wird sich am Ende derselben ein Tropfen bilden, dessen Durchmesser so groß ist, als der Durchmesser des äußeren Umfangs der Röhre, und er wird also auf die Flüssigkeit in der Röhre wirken, wie eine umgebende Flüssigkeit; aber an dem unteren Ende der Röhre wird nun die Flüssigkeit von zweien Kräften gehoben, nämlich den Anziehungen des inneren und des äußeren Umkreises der Röhre, und die Röhre wird nun also außer der vorigen Wassersäule noch so viel Wasser heben können, als ihr äußerer Umfang zu heben im Stande ist. Die Höhe der Flüssigkeit im Rohr wird dann gleich der Summe der Höhen sein, zu denen die Flüssigkeit in zweien eingetauchten Röhren steigen würde, deren eine mit dem inneren, die andere mit dem äußern Umkreis der besprochenen Röhre gleichen Durchschnitt hätte.

Fig. 64.



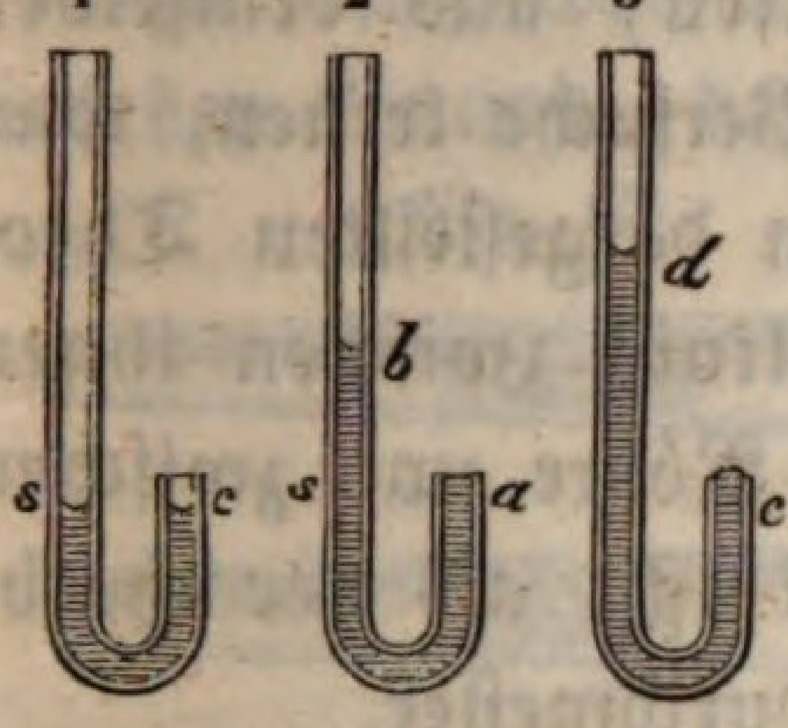
Diese Verhältnisse sind in der nebenstehenden Figur 64 anschaulich dargestellt. Durch die Haarröhrenkraft bei b wird das Wasser um a b gehoben; durch die Kraft der Innenwand bei d und der Außenwand bei c wird es um c d gehoben; endlich durch die zwiefache Kraft der Innenwand sowohl bei f, als bei e wird das Wasser um e f gehoben, welches gleich 2 a b.

125 Füllt man eine gebogene Haarröhre, deren einer Arm länger ist als der andere, mit einer Flüssigkeit, welche darin mit eingewölbter Oberfläche steht, so wird diese in beiden Röhren gleich hoch stehen, so lange sie das Ende des kürzeren Armes noch nicht erreicht hat; und wenn dieser noch nicht ganz voll ist, so wird die Flüssigkeit in diesem so gut wie in dem längeren Arm mit eingewölbter Oberfläche stehen, wie in der Fig. 65 (1). Gießt man darauf mehr Flüssigkeit in den längeren Arm, so wird sie in dem kürzeren allmählig ihre Einwölbung bei c verlieren, und eine ebene Oberfläche a zu erhalten streben; und im Augenblicke, wo dieses geschieht, wird man sehen, daß die Höhe s b (2), um welche die Flüssigkeit in dem längeren Arm vermehrt worden ist, genau der Höhe gleich ist, zu der sich die Flüssigkeit heben würde, wenn eine Haarröhre von gleichem

Durchschnitt in sie eingetaucht wäre; denn es ist offenbar, daß die Flüssigkeitsmasse, die den halbkugelförmigen Raum der früheren Einwölbung erfüllt, mehr abwärts als aufwärts gezogen wird, und überhaupt durch die Anziehung der Röhre in denselben Gleichgewichtszustand versetzt ist, als ob sie einen Theil einer großen Wasserfläche ausmachte. Ist der Rand des kürzeren Theils der Röhre trocken, so kann man noch mehr Flüssigkeit hineinbringen, so daß sie die ausgewölbte Oberfläche bei c (3) zeigt, und nun wird die über den Rand der Röhre gehobene Flüssigkeit durch dessen Anziehung abwärts gezogen, bis die Auswölbung ungefähr eben so groß ist als vorhin die Einwölbung, und dann wird die Höhe d über c doppelt so groß als sb sein.

Fig. 65.

1 2 3



Beobachtet man die Höhe, bis zu welcher eine Flüssigkeit bei ver- 126
schiedenen Wärmegraden in einem Haarröhrchen steigt, so wird man sehen, daß die ausdehnende Kraft der Wärme eine Verminderung der Kraft bewirkt, womit die Theile der Flüssigkeit einander anziehen, so daß die Flüssigkeit bei höheren Wärmegraden zu einer geringeren Höhe steigt, als bei tieferen. Man findet auch, daß Stoffe von geringerer Dichtigkeit gemeiniglich tiefer in Haarröhren stehen als die dichteren, z. B. Weingeist tiefer als Wasser.

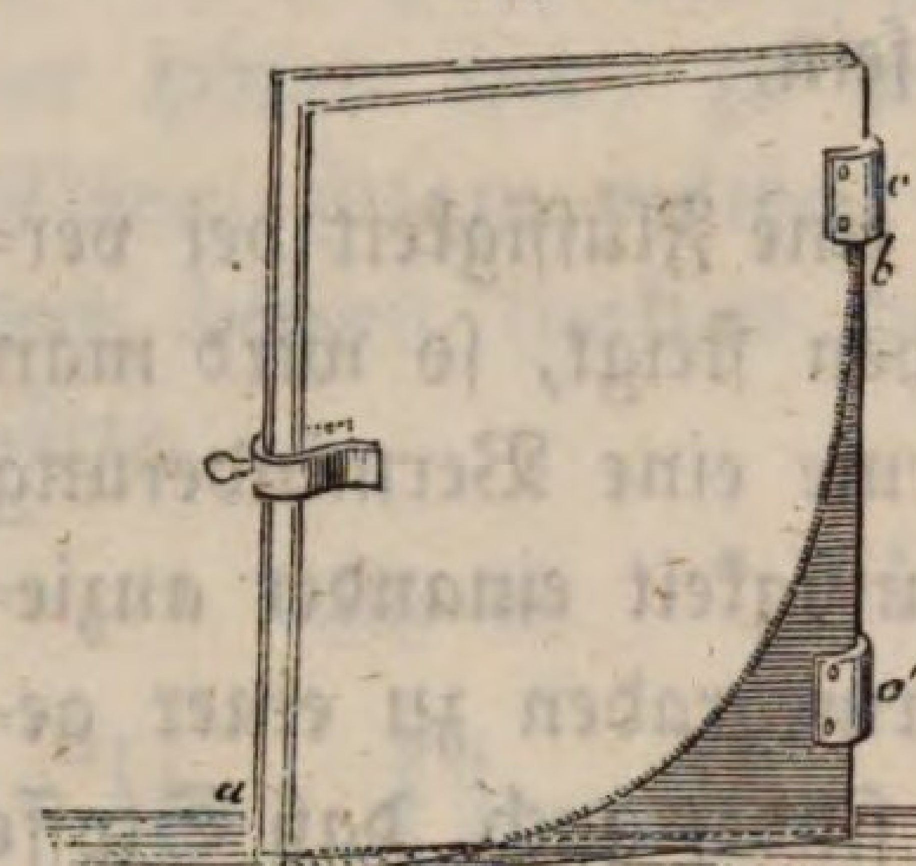
Setzt man eine Flüssigkeit in einer Röhre in Bewegung, welche 127
nicht vollkommen damit angefeuchtet ist, so wird der Widerstand, den die Bewegung der Flüssigkeit in den Berührungspunkten mit dem festen Körper leidet, kleine Veränderungen in der Stellung bewirken, die sonst der Haarröhrenkraft zufolge von der Flüssigkeit eingenommen werden würde. Bewegt man z. B. Quecksilber in einer Glasröhre aufwärts, so wird seine Oberfläche stärker als sonst ausgewölbt sein, weil seine Theile in der Mitte der Oberfläche leichter steigen können, als an den Seiten, wo sie sich gegen das Glas reiben; aus demselben Grunde wird die Oberfläche weniger ausgewölbt oder gar eingewölbt sein, wenn das Quecksilber in einem Glasrohr sinkt. Indem man schwach an die Röhre klopft, wenn das Quecksilber zur Ruhe gekommen ist, hebt man diesen Widerstand auf und bringt das Quecksilber in seine rechte Stellung. Es ist von Wichtigkeit bei genauen Beobachtungen, z. B. am Barometer, immer diese Vorsicht anzuwenden, weil man sonst leicht Gefahr

läuft, Fehler zu begehen, die bei genauen Bestimmungen nicht unbedeutend sind.

128 Vergleicht man die beiden Höhen, zu denen eine Flüssigkeit in einem Haarröhrchen und zwischen zweien Platten, aus demselben Stoff wie jenes, aufsteigt, so wird man durch Versuche lernen, was man übrigens auch nach der im Vorhergehenden dargestellten Theorie mathematisch beweisen kann, daß das Verhältniß zwischen ihnen so ist: die Flüssigkeit steht gleich hoch in der Röhre und zwischen den Platten, wenn der Abstand dieser so groß ist, als der Halbmesser der Röhre, oder halb so groß als ihr Durchmesser.

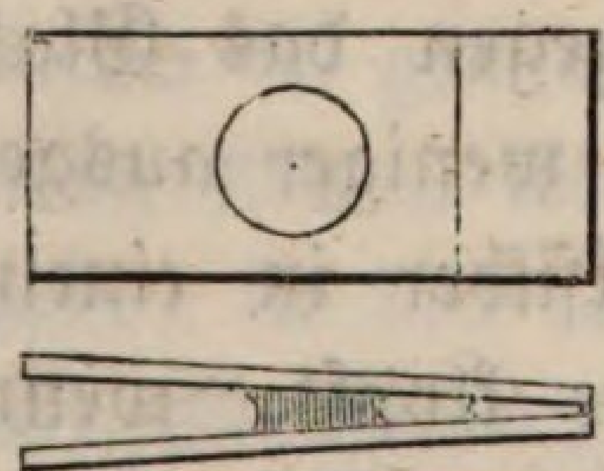
129 Wenn zwei durch die Gehänge c und c′ (Fig. 66) verbundene Platten, die einen sehr spitzen Winkel mit einander bilden, in eine Flüssigkeit getaucht werden, welche sie vollständig befeuchtet, und man ihre Durchschnittslinie senkrecht auf der Oberfläche des Wassers stehen läßt, so wird die Flüssigkeit zwischen denjenigen entsprechenden Punkten der Platten, die einander am nächsten liegen, am stärksten steigen, und ihre Theile werden folglich bei b der Durchschnittslinie zunächst am höchsten stehen, und von da an allmählig abnehmend sich der Oberfläche in demselben Verhältniß nähern, als der Abstand zwischen den Platten, also auch der Abstand von der Winkelkante größer wird. Die Flüssigkeit wird also eine Krümmung zwischen den Platten bilden, von der Eigenschaft, daß die Höhen sich umgekehrt wie die Abstände verhalten. Eine Linie, welche diese Eigenschaft hat, nennt man eine Hyperbel.

Fig. 66.



130 Giebt man den Platten eine liegende Stellung, und bringt einen Tropfen zwischen sie, der beide Platten berührt und befeuchtet, so wird sich der Tropfen gegen die Winkelkante hin mit einer Geschwindigkeit bewegen, die von der Größe des durch die Platten gebildeten Winkels abhängt. Läßt man die obere Platte horizontal sein, so kann man durch Neigungsveränderung der unteren Platte ein solches Verhältniß treffen, daß die Kraft, welche die Flüssigkeit gegen die Kante hinzieht, dem Theil der Schwere gleich wird, der sie auf der Schiefebene abwärts zieht, so daß der Tropfen an seinem Platze bleibt.

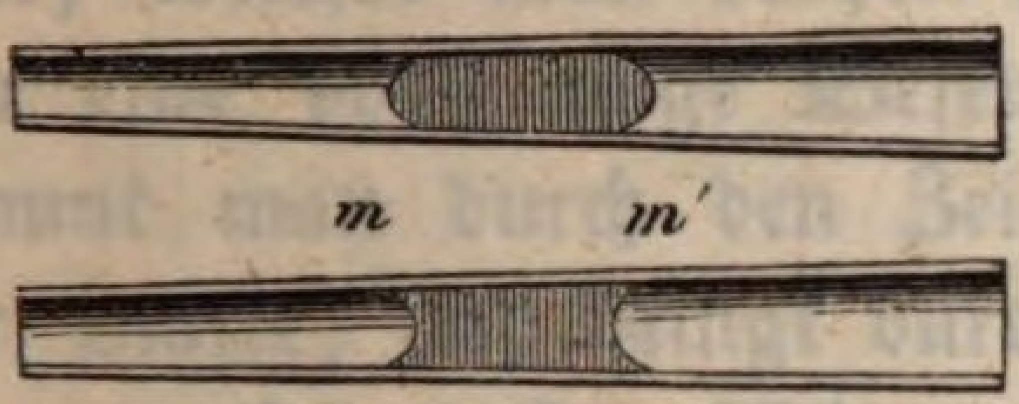
Fig. 67.



Wölbt sich die Flüssigkeit von den Platten weg, so wird sich der Tropfen von der Winkelkante entfernen.

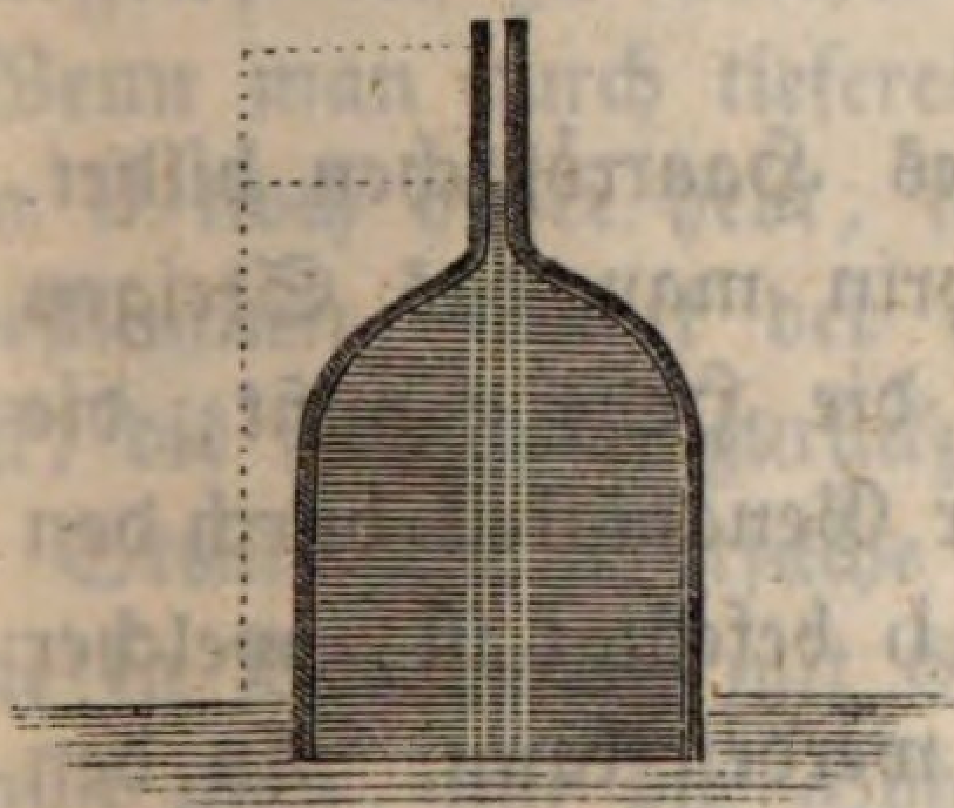
Aus dem, was über Platten gesagt worden ist, wird man leicht 131
einsehen können, daß kegelförmige Haarröhren ein gleiches Verhalten zeigen werden, so daß ein Tropfen mm′ in einem kegelförmigen Haarröhrchen, das in waagerechter Stellung liegt, sich der Spitze nähern wird, wenn die Röhre von einem solchen Stoffe ist, daß die Flüssigkeit darin mit eingewölbter Oberfläche steht, und im entgegengesetzten Falle sich von ihr entfernen wird, wie es die Figur durch die Richtung des Pfeiles andeutet.

Fig. 68.



Bei lothrecht stehenden Haarröhren, mag nun die Flüssigkeit in 132
ihnen sinken oder steigen, hängt die Höhe der Flüssigkeit nur von dem Durchmesser des Rohrs am obersten Berührungskreis der Flüssigkeit und des Rohrs ab. Ueber oder unter diesem Ringe hat die Weite der Röhre keinen Einfluß. So wird in einer Glocke, die sich in ein feines Rohr endigt, die ganze Flüssigkeitsmasse in derselben Höhe über dem Wasserspiegel gehalten werden, als ob der Durchschnitt der Röhre überall derselbe wäre, als in dem Punkt, wo die Flüssigkeitssäule aufhört. Schließt man also ein weites Glasrohr oben mit einer Platte, welche eine ganz kleine Oeffnung hat, so wird diese Oeffnung als ein ganz kurzes Haarröhrchen eine eben so lange Flüssigkeitssäule tragen, als die, welche in einem längeren Haarröhrchen von demselben Durchmesser gehoben werden könnte. Ist die Platte von Kupfer oder einem anderen Metall, zu dem das Quecksilber große Anziehung äußert, so kann man auch dieses getragen sehen, was man natürlich nicht in Haarröhren sehen kann, die ganz von Metall sind. Setzt man ein so bedecktes Rohr mit einem anderen in Verbindung, so daß sie communicirende Röhren bilden, so wird man sich auch leicht davon überzeugen können, daß eine bedeutende Kraft nöthig ist, eine Flüssigkeit durch die enge Oeffnung hinauszudrücken.

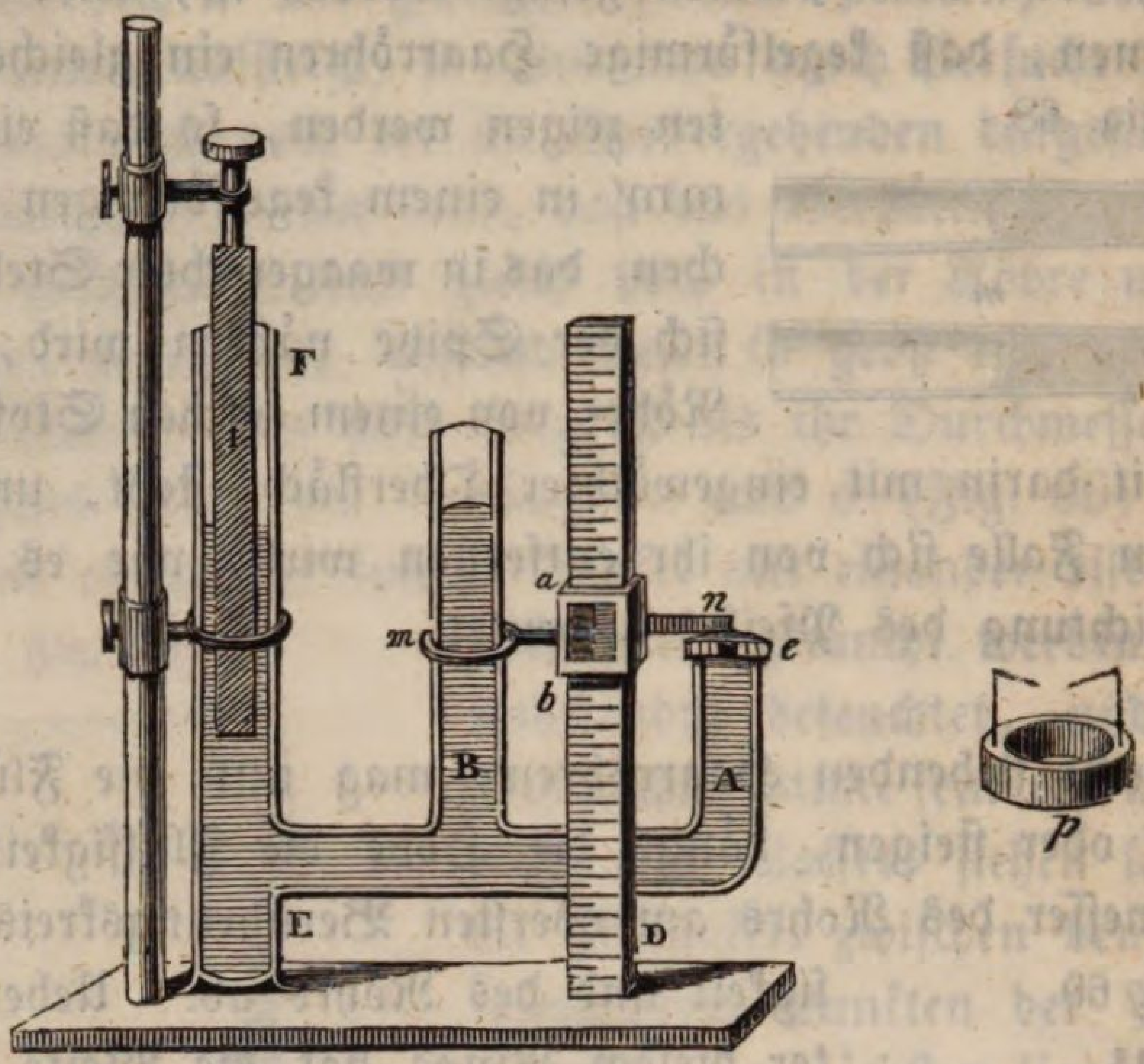
Fig. 69.



Um solche Versuche auszuführen, habe ich ein eigenes Instrument 133

erdacht, wie es die folgende Figur 70 zeigt. A ist eine Röhre, bestimmt, bei e mit einer Platte bedeckt zu werden, die durch eine

Fig. 70.



feine, in ihr befindliche Oeffnung ein kurzes Haarröhrchen bildet. B ist eine mit A communicirende Röhre, worin man das Steigen oder Sinken der Flüssigkeit in Bezug auf die Höhe e mißt; die Stellung der Flüssigkeit kann man mit großer Genauigkeit durch den Ring m bestimmen, der an einen Nonius ab befestigt ist, welcher an dem Maaßstab CD auf- und abgeschoben werden kann. An den Nonius ist ferner ein Visir n befestigt, dessen unterster Rand eine gerade Linie mit dem oberen Rand des Ringes bildet. Dies wird benutzt, um die Höhe des Randes, auf dem die Platte ruht, und also des untersten Punktes der Haarröhre in der Platte zu bestimmen; wenn man dann zugleich die Länge des Haarröhrchens, oder die Dicke der Platte kennt, so hat man auch die Höhe des obersten Punktes. Die Flüssigkeit in der Röhre B wird zum Steigen und Fallen gebracht, indem man die Stange J in einer damit communicirenden Röhre EF hebt und senkt, und damit dieses so ebenmäßig geschehe, daß man mit dem Ringe m die Bewegung der Flüssigkeit in B verfolgen könne, so wird die Stange durch eine Schraube auf- und abbewegt; p ist eine mit Gewicht beschwerte Kappe, die auf die Platte gesetzt wird, um sie fest gegen die Röhre A zu drücken, falls man Versuche anstellt, bei denen die Flüssigkeit höher

als e zu stehen kommt, und also leicht durch ihren Druck die Platte von der Röhre losheben könnte.

Versuche stellt man nun hiermit folgendermaßen an: Der ganze Apparat sei mit der Flüssigkeit, die man benutzen will, z. B. Quecksilber, angefüllt, und die Platte, womit A bedeckt ist, sei von Kupfer, welches man vorher sorgfältig mit Quecksilber einreiben muß, um eine vollständige Befeuchtung damit herzustellen. Darauf bestimmt man durch den Zeiger n die Höhe des untersten Punktes der Platte, und bringt durch eine abwärts gerichtete Bewegung der Stange J das Quecksilber zum Steigen in den Röhren A und B, bis es e erreicht und das Haarröhrchen angefüllt hat. Nun hebt man die Stange wieder und das Quecksilber wird dann sinken in B, aber dagegen in A stehen bleiben, bis es in B so tief gesunken ist, daß die Haarröhrchenkraft bei e die Quecksilbersäule nicht länger tragen kann. Verfolgte man nun mit dem Ringe die Bewegung des Quecksilbers in B bis zu dem Augenblicke, da die Quecksilbersäule die Platte fahren läßt, so kann man also damit die Höhe messen, bis zu welcher die Haarröhre das Quecksilber heben kann. Wenn man durch tieferes Niederdrücken der Stange J die Flüssigkeit in B noch höher hebt, so kann man in ähnlicher Weise die Kraft bestimmen, womit der obere Rand des Haarröhrchens im Stande ist, die Flüssigkeit zurückzuhalten.

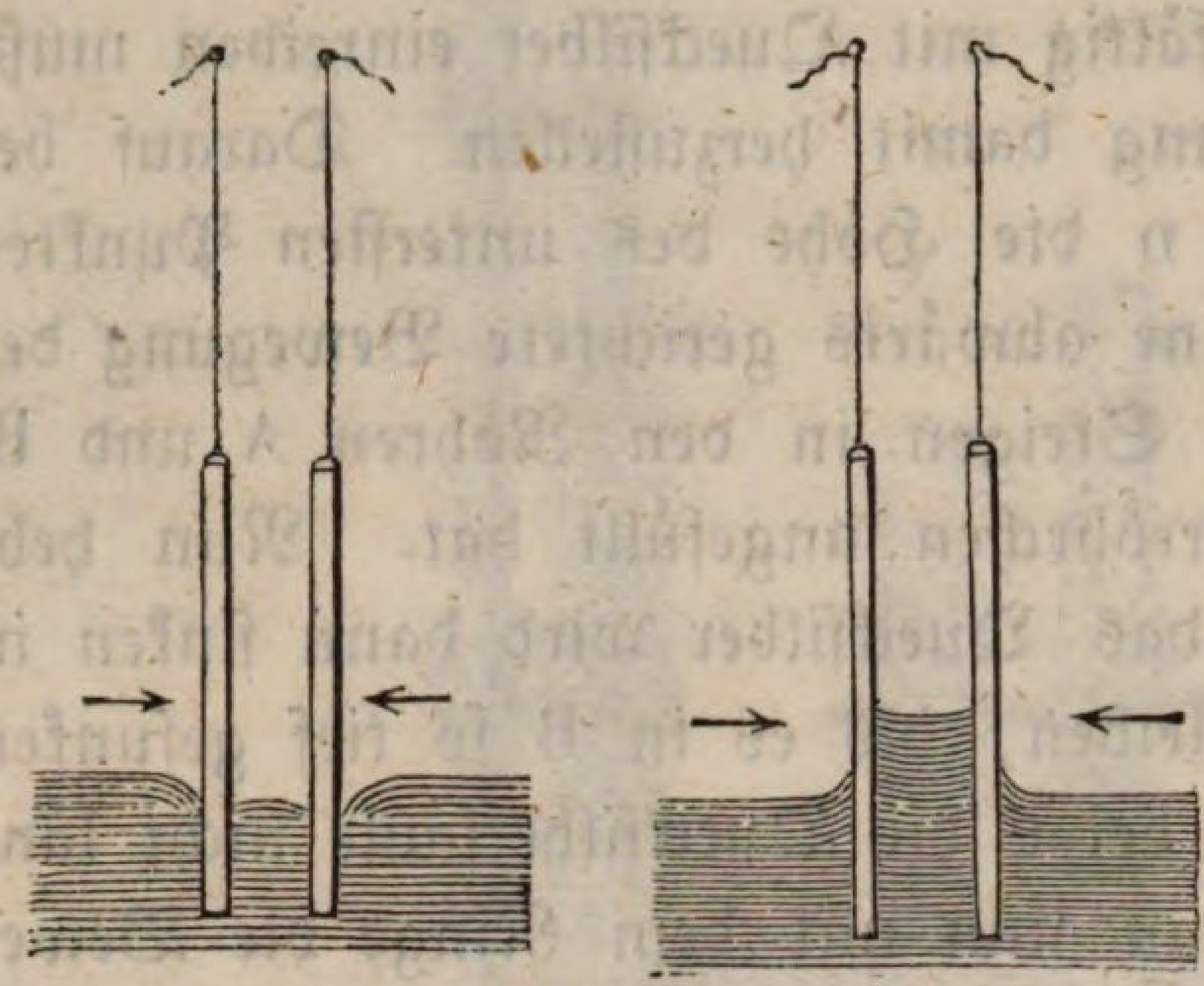
Stellt man Versuche mit Wasser oder anderen Flüssigkeiten an, die in Berührung mit Glas eine eingewölbte Oberfläche bilden, so muß man, um die Höhe der Flüssigkeit in B genau beobachten zu können, die Innenwand der Röhre mit einem Stoffe einreiben, der bewirkt, daß die Flüssigkeit mit ausgewölbter Oberfläche zu stehen kommt, weil sonst das kleine Häutchen von Flüssigkeit, das an der Innenwand des Rohres hinaufgezogen wird, eine genaue Einstellung des Ringes verhindern würde. Die Veränderung der Flüssigkeitshöhe in B, welche durch die Haarröhrchenkraft zu Wege gebracht werden könnte, kann, wenn man die Röhre weit genug nimmt, so klein gemacht werden, daß man durchaus nicht Rücksicht darauf zu nehmen braucht.

Anstatt die Höhe der Flüssigkeit im Rohre EF durch Heben und Senken der Stange zu verändern, kann man die Veränderung auch hervorbringen, indem man mit Hülfe eines engen zweibeinigen Hebers Wasser hineinleitet. (Der Heber wird später abgehandelt.)

Werden zwei leichte Platten aus demselben Stoffe nahe bei ein- 134

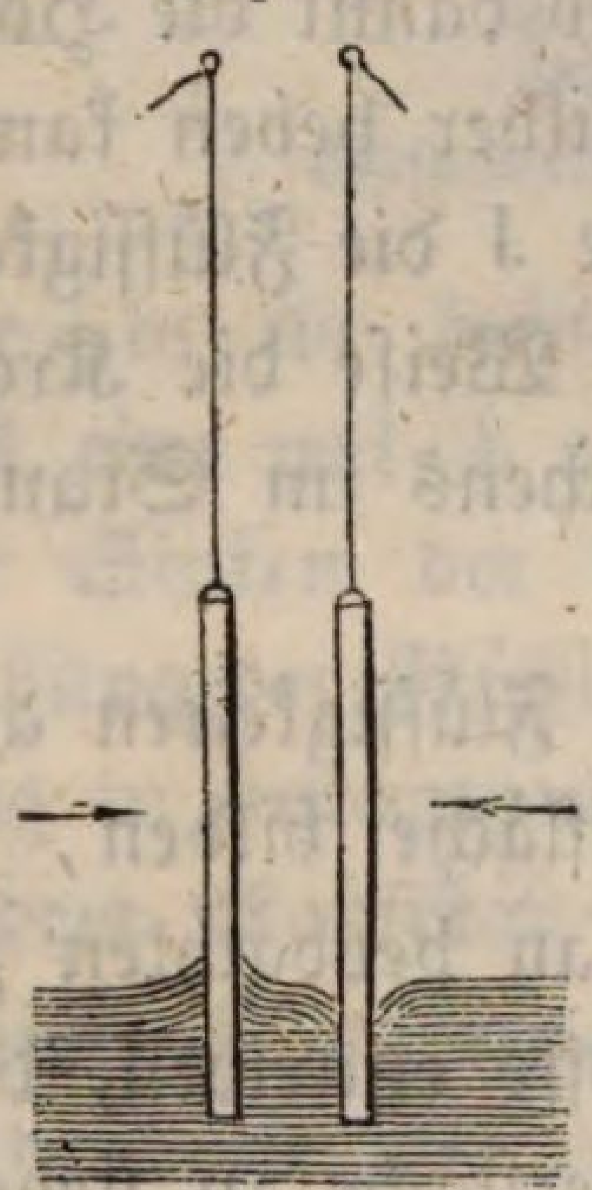
ander aufgehängt, so wird die Dazwischenkunft einer Flüssigkeit bewirken, daß sie sich einander nähern, und zwar findet dies Statt, mag nun die Flüssigkeit von der Art sein, daß sie zwischen den Platten höher steht, oder von der Art, daß sie tiefer steht (Fig. 71).

Fig. 71.



Steht sie zwischen den Platten tiefer als außenvor, so sieht man leicht ein, daß die Platten stärker von außen als von innen gedrückt werden, und folglich sich einander nähern müssen; steht sie dagegen höher, so liegt der Grund der Annäherung in der gegenseitigen Anziehung der Platten und der Flüssigkeit, indem die Flüssigkeitstheile die Platten eben so stark anziehen, als sie von ihnen angezogen werden, wovon die unausbleibliche Folge eine Annäherung ist.

Fig. 72.



Sind dagegen die Platten von verschiedenem Stoffe, so daß die Flüssigkeit bei der einen mit ein-, bei der andern mit ausgewölbter Oberfläche steht, so werden sie sich von einander entfernen, weil die entgegengesetzten Kräfte, welche die entgegengesetzten Wölbungen hervorbringen, in die gleiche Wirkungssphäre gekommen sind (Fig. 72).

Fig. 73.

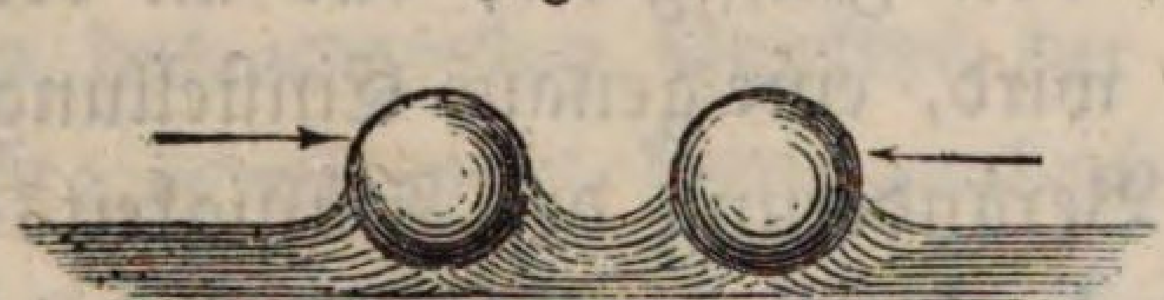


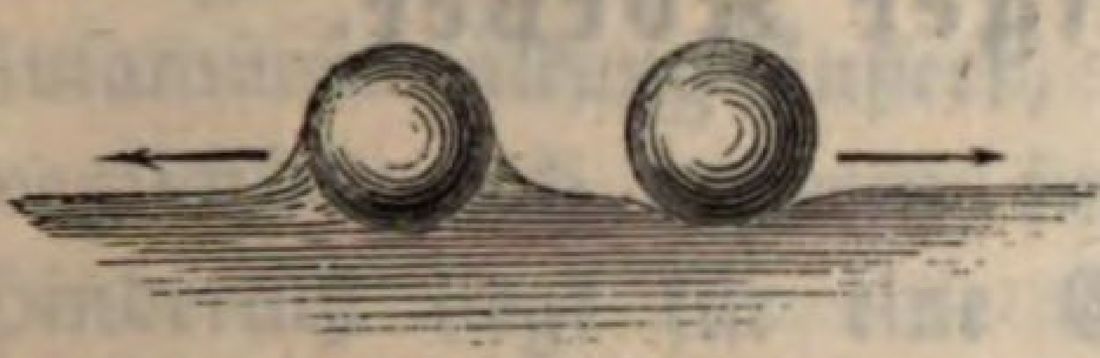
Fig. 74.



Hieraus erklärt sich also, weshalb kleine leichte Körper, die auf einer Flüssigkeit schwimmen, und so beschaffen sind, daß sie beide von ihr befeuchtet werden oder nicht, einander anziehen, wenn sie sich einigermaßen nahe kommen, wogegen sie sich von einander zu entfernen streben, als ob sie sich abstießen, wenn der eine von der Flüssigkeit befeuchtet wird, der andere nicht. — Hohle Glaskugeln, welche in einem gläsernen Gefäße auf Wasser schwimmen, werden sich deshalb den Seiten des Glases oder einem

ins Wasser getauchten Glasstabe nähern, vorausgesetzt, daß alle Theile gehörig befeuchtet sind. Ist dagegen das Glas trocken und so ge-

Fig. 75.



füllt, daß das Wasser mit ausgewölbter Oberfläche steht, so werden die Glaskugeln sich von den Seiten entfernen und sich auf die Höhe des Wasserspiegels begeben; ebenso werden sie sich von einem ins Wasser gesteckten Glasstabe entfernen, wenn derselbe mit Fett oder Oel bestrichen ist.

Mannigfaltige Erscheinungen des täglichen Lebens können mit Hülfe 135
der Haarröhrchenkraft erklärt werden, deren Wirkungen sich sehr häufig zeigen, da alle zusammenhängenden feinen Zwischenräume Haarröhren bilden; daher saugen loses Papier, Schwamm, Holz, sehr poröse Steine, Sand u. s. w. Wasser und andere Flüssigkeiten, zu denen sie Anziehung haben, ein; die Dochte in Licht und Lampen sind Beispiele davon, wie die Haarröhrchenkraft das Oel durch die feinen Zwischenräume derselben hebt. Sind die Theile in einem Körper mit Oel oder Fett bezogen, so nehmen sie als Haarröhren nicht mehr Wasser oder wasserähnliche Flüssigkeiten auf, und darauf beruht es, daß man Leder, Tuch und andere solche Stoffe mehr oder minder wasserdicht machen kann, indem man sie mit Oel, Fett u. s. w. tränkt, wodurch ihre feinen Zwischenräume zwar nicht ganz verstopft, aber doch bedeutend weniger durchdringlich für Wasser gemacht werden. Durch die Fettigkeit, womit Haar, Flaum oder Wolle der Thiere, und besonders die Federn der Wasservögel getränkt sind, werden diese auch mehr oder minder unzugänglich für Feuchtigkeit.

Aus der Theorie der Haarröhren wird man ebenso auf der andern Seite einsehen können, daß überall, wo eine Flüssigkeit über die Mündung einer Röhre oder eines Gefäßes tritt, worin sie enthalten war, eine andere Ursache als die Haarröhrenwirkung sich finden muß, weil diese durch ihre Anziehung die Flüssigkeit zurückhalten wird, wenn sie über den Rand gehen will.

Gleichgewicht luftiger Körper.

136 Es ist schon früher gesagt, daß man unter luftigen Körpern solche versteht, für deren Ausdehnung man keine Gränze kennt, wenn der Druck, der auf sie ausgeübt wird, aufhört, woraus wieder folgt, daß sie eine deutliche Zusammendrückung durch eine sehr kleine Kraft zeigen. Man theilt die luftigen Körper in zwei Klassen, nämlich die eigentlichen Gase und die Dämpfe, aber zwischen ihnen ist kein wesentlicher Unterschied, sondern nur ein Gradunterschied; denn man pflegt diejenigen Körper Dämpfe zu nennen, welche zu Tropfen oder Krystallen durch eine Abkühlung verdichtet werden, die nicht weiter als bis zum Frostpunkt geht.

137 Die Haupteigenschaften der Luft, welche nur oberflächlich aus der täglichen Wahrnehmung bekannt sind, lassen sich bestimmter durch Versuche darstellen. Wenn man in einer am untern Ende verschlossenen überall gleich weiten Röhre einen gut schließenden, aber doch noch beweglichen Pfropfen (Stempel §. 93) niederschiebt, so wird man einen Widerstand fühlen, der um so stärker wächst, je kleiner der Raum ist, auf den die Luft eingeschränkt wird. Sobald man den Druck aufhören läßt, dehnt sich die Luft wieder aus und drängt den Stempel zurück.

138 Bringt man ein an beiden Enden offenes Glasrohr in eine Flüssigkeit, so wird diese, wie bekannt, innen und außen gleich hoch stehen (vorausgesetzt, daß die Röhre weit genug ist, und die Haarröhrenwirkung vernachlässigt werden kann). Läßt man aber die obere Oeffnung verschlossen sein, während das Rohr hinabgetaucht wird, so steigt die Flüssigkeit lange nicht so hoch im Rohr; es zeigt sich, daß die Luft zwar auf einen etwas kleineren Raum zusammengedrückt ist, daß sie diesen aber nun mit weit größerer Kraft erfüllt, so daß sie gegen die außen höher stehende Flüssigkeit Gleichgewicht halten kann. Wird etwas von der drückenden Flüssigkeit außerhalb der Röhre fortgenommen, so muß sich die Luft in der Röhre wieder ausdehnen, und wird so viel Flüssigkeit weggenommen, daß sie das Rohr blos mit der Oberfläche verschließt, so muß die Luft wieder ihren ersten Raum einnehmen.

In diesen Versuchen, die sich leicht vervielfältigen lassen, sieht 139
man deutlich die Ausdehnungskraft, welche die Luft mit allen Körpern gemeinschaftlich hat, und zufolge deren sie Widerstand gegen Zusammendrückung äußert, aber man sieht zugleich, daß in der Beweglichkeit und anderen innerlichen Verhältnissen der Theile kein Hinderniß liegt für eine Einschränkung derselben Menge Ausdehnungskraft auf einen engeren Raum (wo jeder Theil dann um so stärker wirkt), oder für eine Wiederausdehnung auf einen größeren Raum, wenn die einschränkende Wirksamkeit aufhört. Man bezeichnet dieses zwiefache Verhalten der Luft als Zusammendrückbarkeit und Ausdehnsamkeit. Das genaue Gesetz für dieselben kann erst in dem Folgenden dargestellt werden.

Auf dem Widerstande der Luft gegen Zusammendrückung beruht 140
die Einrichtung der Taucherglocke, durch welche man in Stand gesetzt wird, sich längere Zeit unter Wasser aufzuhalten und dort zu arbeiten. In ihrer größesten Einfachheit kann man sich dieselbe als einen hohlen unten offenen Körper denken, der ins Wasser gesenkt wird. Dieses kann wegen des Widerstandes der Luft nicht in den oberen Theil dringen, wo also ein oder mehrere Menschen sich aufhalten können. Da durch das Athmen die Luft eine Veränderung erleidet, welche sie unfähig macht, dasselbe ferner zu unterhalten, so ist es nothwendig, daß man für Zuführung frischer und Fortschaffung der verdorbenen Luft sorgt, wenn man sich längere Zeit darin aufhalten soll. Zu diesem Ende bringt man am oberen Theil der Tauchereinrichtung eine Oeffnung mit einer Sperrklappe an, die sich einwärts öffnen kann. Von dieser aus geht eine Lederschlange aufwärts zu dem Boote, das die Taucherglocke begleitet, und steht dort in Verbindung mit einer Pumpe, die in dem Folgenden beschrieben wird, und mit deren Hülfe man frische Luft zur Taucherglocke hinabpreßt; indem diese so jeden Augenblick einen reichlichen Zufluß von Luft empfängt, wird sie bald überfüllt werden, so daß jeden Augenblick eine bedeutende Luftmenge über den Rand der Oeffnung fortgehen muß. Daraus folgt, daß die durch Athmen verdorbene Luft nicht die Oberhand gewinnen kann. Die Taucherglocke wird meistens aus Eisen verfertigt, und man giebt ihr im Allgemeinen die Gestalt eines Kastens, dessen Boden aufwärts gewendet ist. Das nöthige Licht erhält man, indem oben dicke runde Glasplatten angebracht werden. Durch Hammerschläge giebt man von der Taucherglocke aus Signale zum Heben oder Senken, und

theilt den auf der Oberfläche des Wassers befindlichen Leuten durch voraus besprochene Zeichen Nachrichten mit; zuweilen schreibt man auch auf dünne Bleiplatten, die man an ein Stück Kork befestigt und darauf an die Oberfläche steigen läßt.

141 Die ganze Erdkugel, welche wir bewohnen, wird von einem Luftkreise umgeben, dessen untere Theile durch das Gewicht aller darüber liegenden zusammengedrückt werden; die Luft, welche wir in unseren Versuchen gebrauchen, ist also anzusehen als zusammengedrückt durch das Gewicht des ganzen Luftkreises.

142 Wenn man in einer Röhre mit Stempel, wie §. 137, beide Enden offen sein läßt, den Stempel bis an die unterste Oeffnung niederdrückt, diese unter eine Flüssigkeit bringt und den Stempel aufzieht, so folgt die Flüssigkeit dem Stempel nach in die Röhre.

Fig. 76.



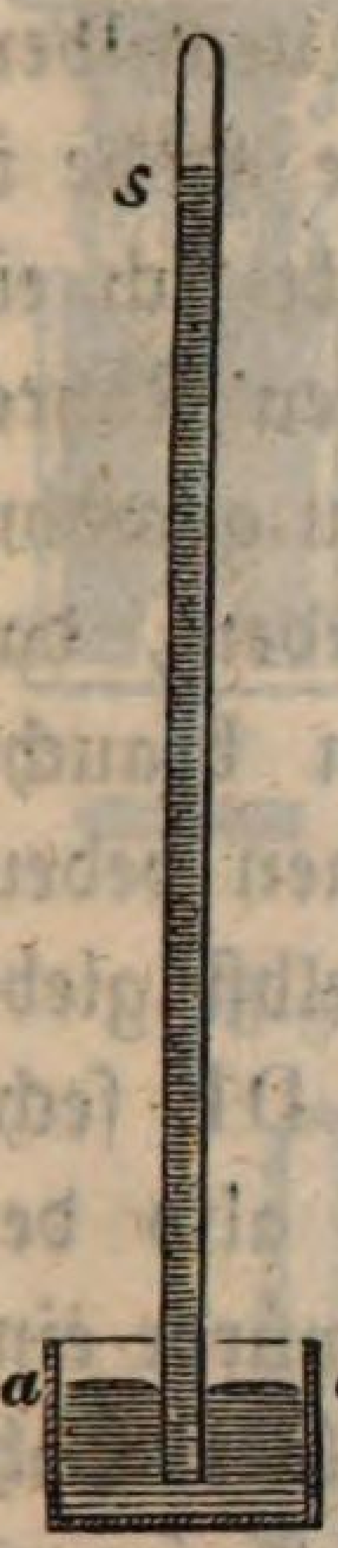
Setzt man, wie in nebenstehender Figur 76 zwei Röhren in Verbindung mit der Röhre, worin sich der Stempel bewegt, und taucht sie unter Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit, so wird man sehen, daß die Höhen, zu denen die Flüssigkeiten gehoben werden, sich umgekehrt wie ihre Dichtigkeiten verhalten. Dies deutet auf einen Druck gegen die Flüssigkeiten außenvor, der von der Luft herrühren muß. Wird die an beiden Enden offene Glasröhre (§. 138) in die Flüssigkeit hinabgedrückt, bis sie voll ist, wird dann die obere Oeffnung verschlossen und nun die Röhre heraufgezogen, doch nicht mehr, als daß die untere Oeffnung noch unter der Flüssigkeit bleibt, so wird sich die Röhre mit der Flüssigkeit gefüllt erhalten, wenn ihre Länge gewisse Gränzen nicht übersteigt. Dagegen sinkt sie augenblicklich, wenn man der Luft von oben her Zutritt giebt. Hat die Röhre eine hinreichende Länge und gebraucht man Quecksilber als Flüssigkeit, so wird man sehen, daß dieses in solchen Versuchen sich nicht höher als 28 bis 29 Zoll heben läßt. Der Theil der Röhre, welcher darüber bleibt, ist leer, er sei kurz oder lang. Es versteht sich, daß das Quecksilber zu dem gewöhnlichen Gleichgewichtspunkt herabsinkt, wenn man in den leeren Raum über dem Quecksilber eine hinreichende Menge Luft eindringen läßt.

143 Aus allen diesen Versuchen kann man schließen, daß es der Druck der Luft ist, welcher die Flüssigkeit in der Röhre trägt; ist diese Flüssigkeit von der Dichtigkeit des Quecksilbers, so vermag der Luftdruck, der nicht immer ganz gleich ist, nur ungefähr 29 rheinlän=

dische Zoll zu tragen. Da das Wasser 13,6 mal weniger dicht ist als das Quecksilber, so muß man schließen, daß davon 13,6 × 29 Zoll getragen werden, was auch in dem Folgenden bekräftigt wird. Gleichfalls wird sich im Folgenden zeigen, daß wenn man den hier besprochenen Versuch mit der Quecksilberröhre in einer großen Höhe über der Erde vornimmt, wo also ein großer Theil der Luft, deren Gewicht hier unten über der freien Oberfläche des Quecksilbers steht, darunter liegt: daß dann das Quecksilber tiefer stehen wird.

Da der Druck der Luft also eine Flüssigkeitssäule von bestimmter 144
Höhe trägt, wenn der Raum über dieser leer ist, so kann die Höhe der Flüssigkeit dienen, um die Größe des Luftdruckes zu messen. Ein Geräth, das hiezu benutzt wird, heißt Barometer (Fig. 77), und ein solches kann man sich auf folgende Weise verschaffen: man füllt eine am einen Ende zugeschmolzene, ungefähr 30 Zoll lange Röhre mit Quecksilber, wendet sie um und setzt sie in eine Schale mit Quecksilber, so wird die Höhe desselben in der Röhre die Größe des Luftdruckes angeben; der Druck, den die umgebende Luft auf eine gegebene Platte ausübt, wird also gleich dem Drucke einer darauf ruhenden Quecksilbersäule von der Höhe sein, die das Barometer in dem Augenblicke angiebt.

Fig. 77.



Da es in der Naturwissenschaft von Wichtigkeit ist, 145
den Druck der Luft genau bestimmen zu können, so muß man bei Verfertigung des Barometers große Sorgfalt anwenden, um seine Angaben zuverlässig zu machen, und sie mit Genauigkeit messen zu können. Die Röhre, welche man dazu benutzt, darf nicht zu eng sein, damit nicht der Reibungswiderstand und die Haarröhrenkraft zu großen Einfluß auf die Bewegung des Quecksilbers erhalten, und auf der andern Seite darf sie nicht zu weit sein, wenn es mit einiger Leichtigkeit soll versetzt werden können. Das Quecksilber, womit die Röhre gefüllt werden soll, muß gut gereinigt sein, und es ist deshalb zweckmäßig, zu guten Barometern Quecksilber zu gebrauchen, das durch Destillation gereinigt worden. Endlich muß man durch Auskochen des Quecksilbers in der Röhre für die Fortschaffung des Häutchens von Luft und Feuchtigkeit sorgen, welche beim Eingießen des Quecksilbers sich zwischen dieses und die Innenwand der Röhre setzt, weil diese sonst allmählig in den luftleeren Raum über dem Quecksilber steigen würden.

146 Die gewöhnlichste Gestalt, die man dem Barometer giebt, sieht man aus nebenstehender Figur 78. Die Röhre AB ist gebogen und endigt sich in einen birnförmigen Theil DE. Die Höhe der Quecksilbersäule, die der Luftdruck trägt, wird von mn an gemessen, da die beiden Quecksilbermassen Bm und Bn, welche sich unter der horizontalen Linie befinden, Gleichgewicht gegen einander halten. Durch diese Art die Höhe zu bestimmen, begeht man jedoch einen Fehler, wenn man einen festen Ausgangspunkt des Maaßstabes annimmt, denn der höchste Punkt des Quecksilbers in dem weiteren Theil, von wo aus die Höhe in der Röhre gerechnet wird, hebt oder senkt sich ein wenig bei jeder Veränderung in der anderen Röhre; aber dieser Fehler kann bei Barometern zu gewöhnlichem Gebrauche so sehr verringert werden, daß man auf ihn keine Rücksicht zu nehmen braucht, indem man nämlich dem weiteren Theil einen bedeutend größeren Durchmesser als der Röhre selbst giebt. Würde man so z. B. den Durchmesser von DE sechs mal so groß machen, als den der Röhre, also den Durchschnitt sechsunddreißig mal so groß, so würde eine Veränderung von einer Linie in der Quecksilber-Höhe des Barometers nur eine Verrückung des Anfangspunktes des Maaßstabes um 1/36 Linie bewirken, ein Fehler, der bei Barometerbeobachtungen, wie sie im täglichen Leben vorgenommen werden, durchaus nicht in Betracht kommen würde. In der Gestalt, wie man es im täglichen Leben anwendet, gleicht es der nebenstehenden Figur 79.

Fig. 78.

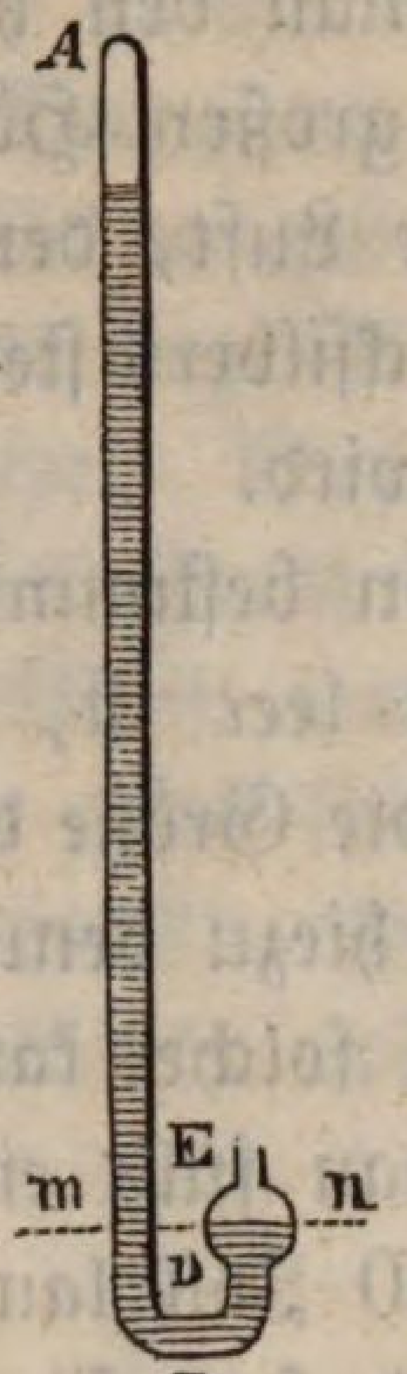
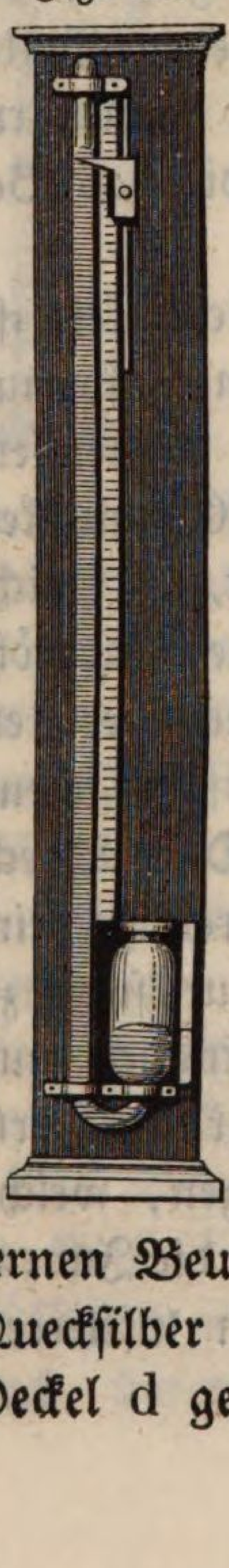


Fig. 79.

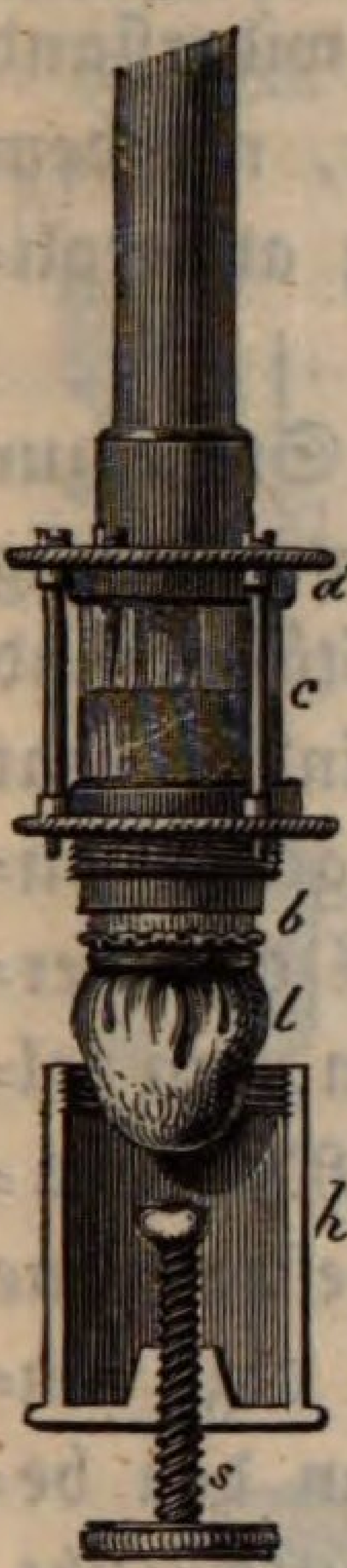


147 Zu genaueren Beobachtungen entgeht man diesem Fehler dadurch, daß man die Quecksilberfläche in dem weiteren Arm stets auf derselben Höhe erhält, und zwar folgendermaßen (Fig. 80):

Von d bis b geht eine weite Glasröhre, das Gefäß des Barometers, unten verschlossen durch einen ledernen Beutel l. Die Barometerröhre ist gerade und taucht in das Quecksilber des Gefäßes hinein, indem sie durch dessen metallenen Deckel d geht. Durch Metallstäbe ist mit dem Deckel d weiter un-

ten eine zweite Einfassung des Gefäßes befestigt; an diese schraubt

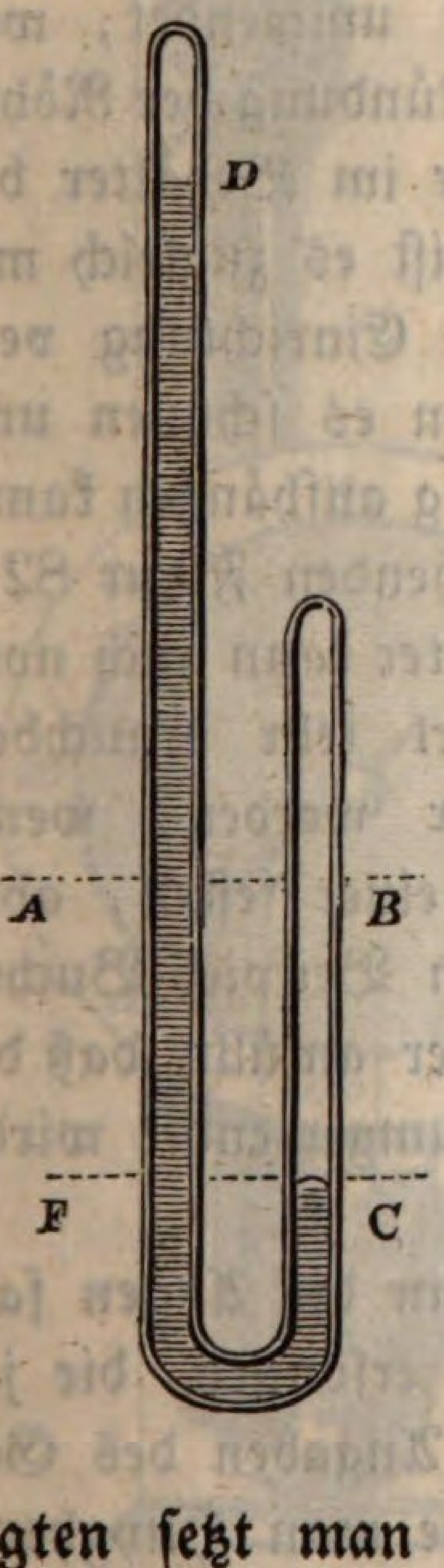
Fig. 80.



man die Hülse h, um den Lederbeutel zu schützen; durch den Boden dieser Hülse geht aber wieder die Schraube s, die gegen den Lederbeutel drückt, und also durch Heben und Senken eine Veränderung der Quecksilberoberfläche gestattet. Um nun in dem Gefäße bei jeder Beobachtung dasselbe Niveau zu haben, ist in dem Deckel eine feine elfenbeinerne Spitze angebracht, wie man in der Figur sieht, und vor jeder Beobachtung stellt man das Instrument so ein, daß diese Spitze genau die Oberfläche des Quecksilbers berührt, das dann sein Niveau bei c hat.

Eine genaue Messung der Höhe des Quecksilbers im 148
Barometer kann auch vorgenommen werden, wenn man diesem eine andere Gestalt giebt, indem man es nämlich aus einem gebogenen überall gleich weiten Rohre macht. Wenn man dann von einer willkürlichen waagerechten Linie AB (Fig. 81) aus die Quecksilber-Höhen C und D mißt, so wird die Summe dieser Abstände die Höhe der Quecksilbersäule FD geben. Bei diesem zweiarmigen oder Heber-Barometer entgeht man zugleich der Verpflichtung, Rücksicht auf die Haarröhrenkraft zu nehmen, welche hier, wo beide Arme gleich weit sind, gleich große Veränderungen in entgegengesetzten Richtungen hervorbringt, die also einander aufheben, wogegen man bei dem im vorigen §. beschriebenen Kapselbarometer, dessen einer Arm weiter ist als der andere, zu genauen Versuchen Rücksicht auf die durch die Haarröhrenkraft hervorgebrachte Veränderung nehmen muß, denn diese bewirkt, daß das Quecksilber etwas tiefer im Barometer steht. Der Unterschied ist um so größer, je enger die Barometerröhre ist, weshalb man ihn durch Vergleichung mit einem Heber-Barometer auffinden muß, wo man eine Größe erhält, die stets dieselbe bleibt, und die bei jeder Beobachtung als Berichtigung angebracht werden muß. Bei alle dem hier Gesagten setzt man voraus, daß die Beobachtungen nicht geschehen,

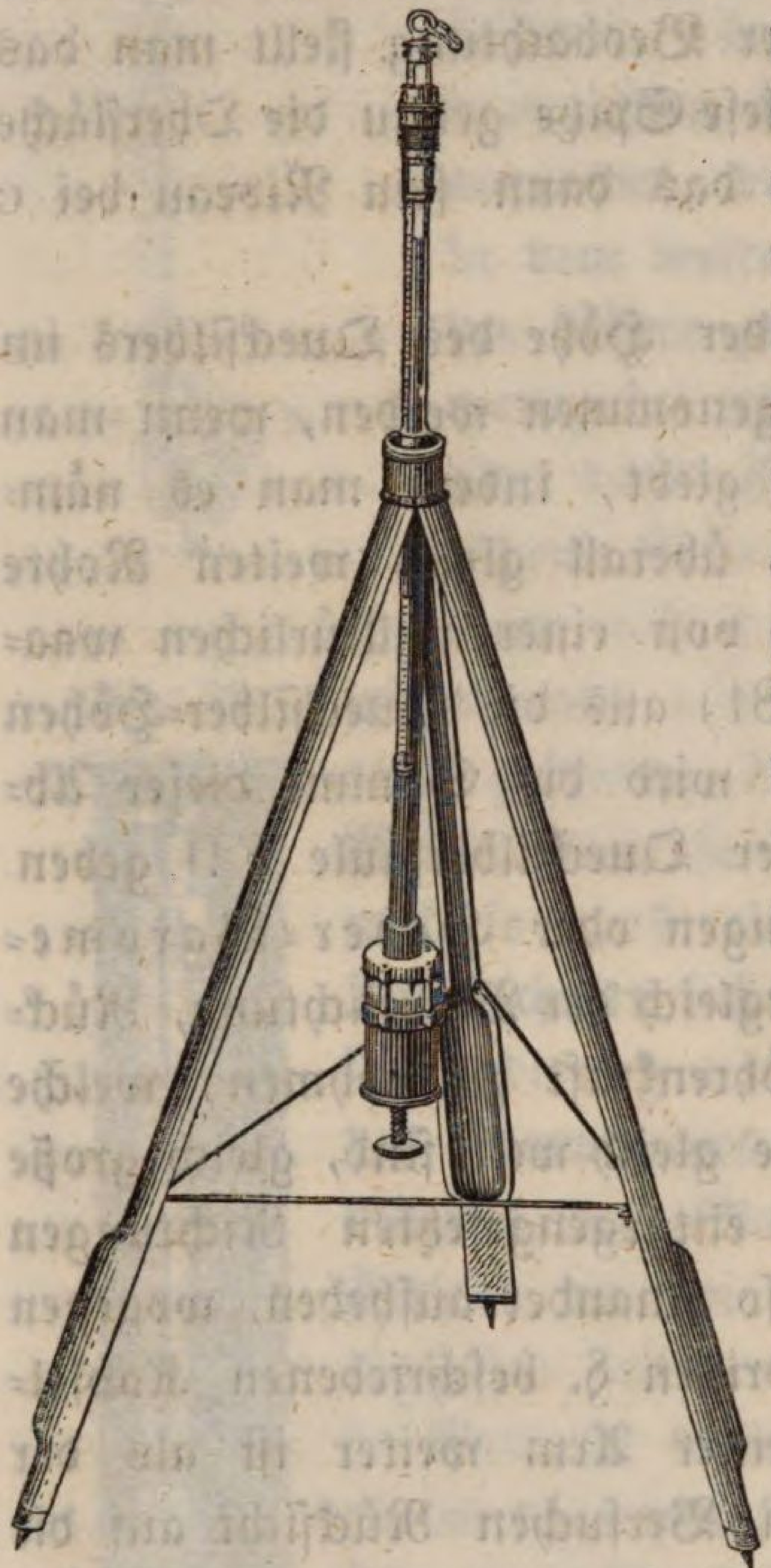
Fig. 81.



während das Quecksilber im Begriff ist, entweder zu steigen oder zu fallen — denn dann geschieht die Veränderung zuerst in der Mitte der gewölbten Quecksilberfläche, wo der Reibungswiderstand am geringsten ist — sondern daß man sie erst vornimmt, nachdem man durch kleine Stöße oder Schütteln die Abweichung ausgeglichen hat (§. 127).

149 Da es oft nothwendig ist, die Barometer von einer Stelle zur anderen zu bringen, und zwar häufig unter Umständen, wo sie Stößen und Erschütterungen ausgesetzt sind, so hat man verschiedene Einrichtungen ersonnen, um sie ohne Gefahr des Zerbrechens mitführen zu können; ein solches Barometer heißt ein Reisebarometer. Das in §. 147 beschriebene Kapselbarometer kann leicht dazu eingerichtet werden, wenn man den beweglichen Boden so hoch aufschraubt, daß das Quecksilber keinen Spielraum hat und es darauf umwendet, wodurch zugleich die Mündung der Röhre von dem Quecksilber im Behälter bedeckt wird. Dann ist es zugleich mit einer zweckmäßigen Einrichtung versehen, durch die man es schützen und an jedem Orte richtig aufhängen kann, wie in der nebenstehenden Figur 82.

Fig. 82.



Dasselbe Barometer kann auch noch auf eine andere Art sehr brauchbar zum Reisebarometer werden, wenn man anstatt des Glasbehälters eine Kapsel aus einer festen, aber doch für die Luft durchdringlichen Holzart, zum Beispiel Buchsbaum, anbringt, und diese so weit mit Quecksilber anfüllt, daß die Mündung der Röhre auch bedeckt ist, wenn sie umgewendet wird; dieses heißt Engelfield's Barometer.

150 Um die Veränderungen des Luftdruckes mehr in die Augen fallend zu machen, hat man manche Verbesserungen ersonnen, die jedoch alle einen oder den anderen Fehler in die Angaben des Geräthes bringen; die gewöhnlichsten sind die, welche man Huyghens-

und Hook verdankt. Die erste derselben besteht aus einem gebogenen Rohr mit zweien erweiterten Theilen von gleicher Weite. Von A bis B (Fig. 83) ist die Röhre mit Quecksilber angefüllt, und oben auf dieses ist in dem offenen Theil wieder eine andere minder dichte, gefärbte Flüssigkeit gegossen bis an C; wenn nun das Quecksilber in A steigt oder fällt, so wird es auch in B eben so viel steigen oder fallen, wogegen die Veränderungen nach einem weit größeren Maaßstabe in dem engeren Rohr sichtbar werden, indem die Flüssigkeit, die in dem weiten Rohr nur eine kleine Länge einnimmt, eine bedeutende Länge in dem engen Rohre einnehmen muß. Hook's Verbesserung besteht darin, daß er im offenen Theil der Röhre ein eisernes Gewicht anbringt, welches auf dem Quecksilber schwimmt. Um der Bewegung des Gewichtes hinreichenden Spielraum zu bieten, ist der Theil, worin es sich befindet, erweitert, was zur Folge hat, daß auch der verschlossene Theil eine entsprechende Erweiterung haben mußte. Von dem Gewichte aus geht eine Schnur über eine Rolle und trägt am andern Ende ein etwas geringeres Gewicht frei. An der Axe der Rolle ist ein langer Zeiger befestigt, dessen Endpunkt also einen langen Weg durchläuft, wenn die Rolle gedreht wird, während das Gewicht sich hebt oder senkt, je nach der Bewegung des Quecksilbers in der Röhre. Hiedurch erhält man zwar Veränderungen, die weit deutlicher zu sehen sind als sonst, aber man macht die Beobachtungen abhängig von allen Ungleichheiten, welche die Reibung, die Beugung des Fadens und der veränderte Spielraum der Quecksilberfläche mit sich führen.

Fig. 83.

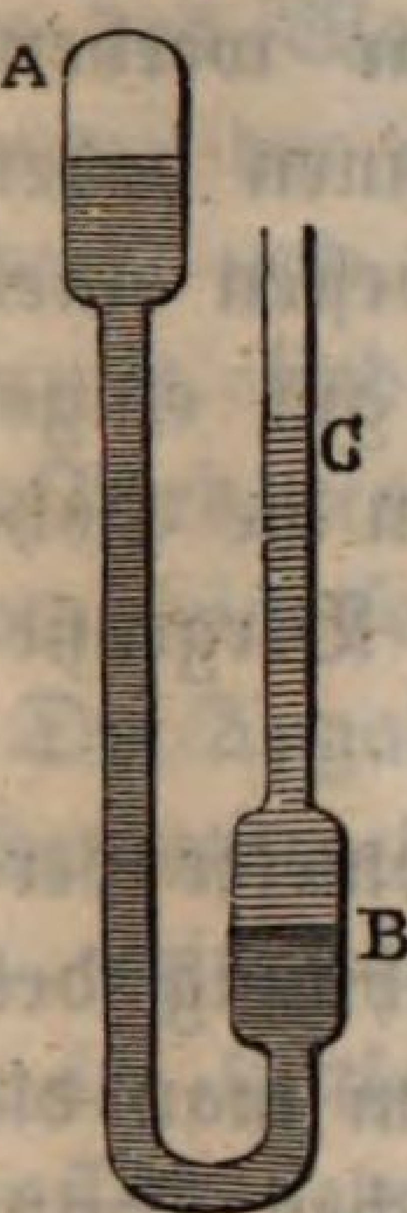
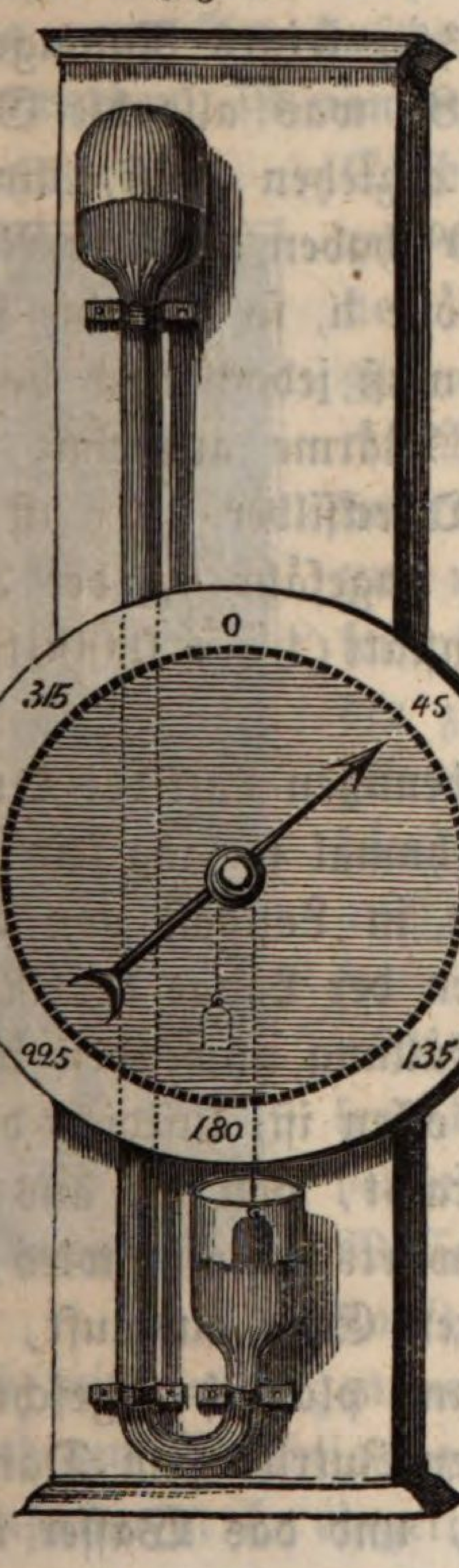


Fig. 84.



Man kann überhaupt bemerken, daß

die verschiedenen anderen Einrichtungen, die bei Barometern vorgeschlagen sind, um die Veränderungen sichtbarer zu machen, beinahe alle den Fehler haben, die Beweglichkeit des Quecksilbers zu vermindern, so daß kleine Veränderungen nicht bemerkbar werden, weshalb man zu wissenschaftlichen Zwecken, wo es auf einen hohen Grad von Schärfe und Genauigkeit ankommt, sich am besten eines Heber- oder Kapselbarometers bedient, das mit einem gut eingetheilten Maaßstabe und Nonius versehen ist, und wo man die Höhe der Quecksilbersäule durch ein mit Fadenkreuz versehenes Vergrößerungsglas beobachtet.

151 Jedes Barometer muß man auch mit einem Thermometer versehen, um die nöthigen Berichtigungen für die Ausdehnung des Quecksilbers in der Wärme vornehmen zu können, indem man die verschiedenen Beobachtungen nicht mit einander vergleichen kann, ohne sie auf einen bestimmten Wärmegrad zurückzuführen, wozu man den Gefrierpunkt des Wassers gewählt hat. Die Ausdehnung des Quecksilbers von 0^0 bis 100^0 beträgt $^2/_{111}$ seines Raumgehaltes, also für jeden Grad $^1/_{5550} = 0{,}00018$, was also die Größe ist, die man von der beobachteten Höhe abziehen muß, um die Höhe zu erhalten, die das Quecksilber bei 0^0 haben würde. Nennt man die beim Wärmegrade t beobachtete Höhe h, so wird die Höhe bei 0^0 sein $= (1 - t.0{,}00018)$ h. Man muß jedoch noch bemerken, daß auch der Maaßstab sich durch die Wärme ausdehnt, obgleich in viel geringerem Grade, als das Quecksilber. Er ist gewöhnlich von Messing, dessen Ausdehnung ungefähr $^1/_{10}$ der Ausdehnung des Quecksilbers ist, wodurch man anstatt $(1 - t.0{,}00018)$ h nun $(1 - t.0{,}000162)$ h erhält.

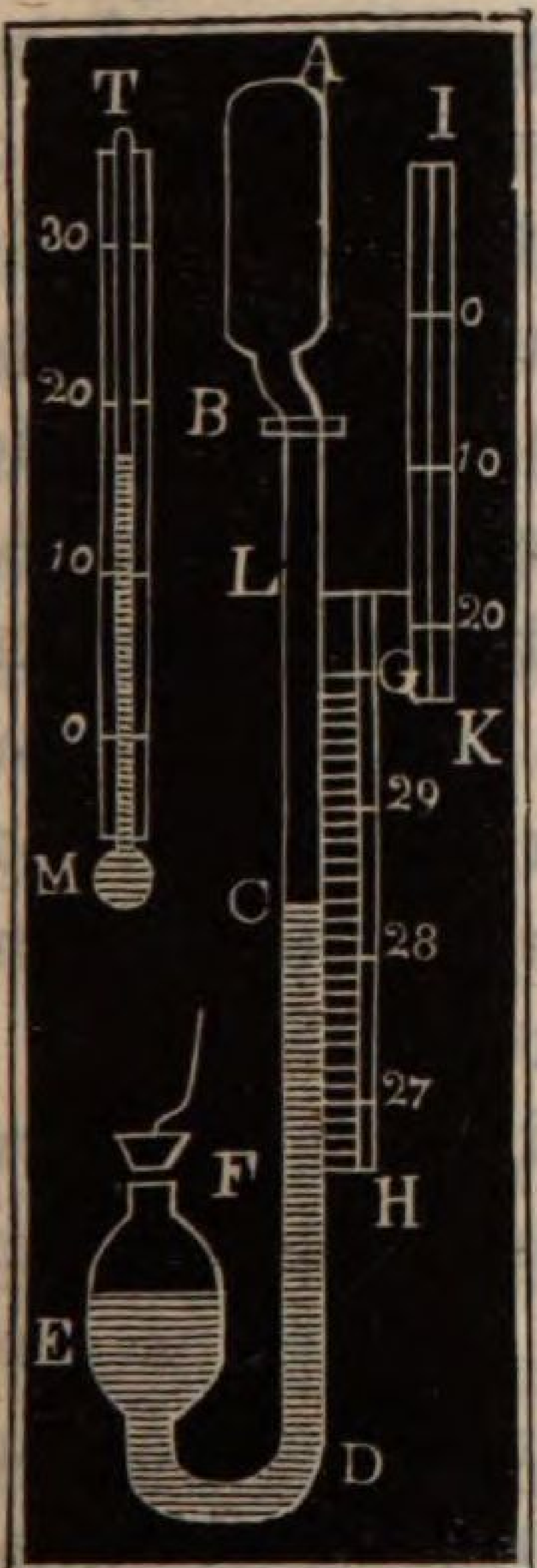
152 Wollte man zu einem Barometer Wasser benutzen statt des Quecksilbers, so müßte die Röhre ungefähr vierzehnmal so lang sein; ein solches Wasserbarometer ist in neuerer Zeit in London von Daniell ausgeführt worden. Da man wegen der Länge der Röhre nicht das gewöhnliche Verfahren bei der Füllung anwenden kann, so wird sie, während das andere Ende noch offen ist, luftdicht durch den Deckel eines kleinen Dampfkessels gebracht, von wo aus das Wasser durch die Kraft des Dampfes aufwärts gepreßt wird, so daß es die ganze Röhre füllt und am oberen Ende ausläuft, das sich in ein Haarröhrchen endigt, welches dann plötzlich zugeschmolzen wird. Darauf öffnet man der Luft den Zutritt zum Dampfkessel, der nun als Behälter benutzt wird, und das Wasser wird

dann in der Röhre sinken, bis es die dem Luftdruck entsprechende Höhe erreicht hat, was ungefähr 33 rheinländische Fuß sein werden. Das Wasser im Behälter wird mit einer Lage Oel bedeckt, um das Wasser zu verhindern, daß es verdampfe und Luft einsauge; der oberste Theil der Röhre wird mit einem Maaßstab versehen, und um Rücksicht auf den Einfluß der Wärme nehmen zn können, sind vor dem Zuschmelzen der Röhre Thermometer an drei verschiedenen Stellen angebracht, da die Wärme nicht in allen Höhen gleich sein kann.

Die Angaben dieses Wasserbarometers stimmen gut mit dem Quecksilberbarometer, nur muß man außer der Wärme, welche das Wasser weit stärker ausdehnt als das Quecksilber, auch Rücksicht auf die im luftleeren Raume entwickelten Wasserdämpfe nehmen, deren Einfluß sehr viel größer ist als der der Quecksilberdämpfe in dem gewöhnlichen Barometer, da das Wasser leichter verdampft als das Quecksilber.

Eine neue Art Luftdruckmesser, welche Sympiezometer ge- 153
nannt worden, ist von dem Engländer Adin ausgedacht (Fig. 85).

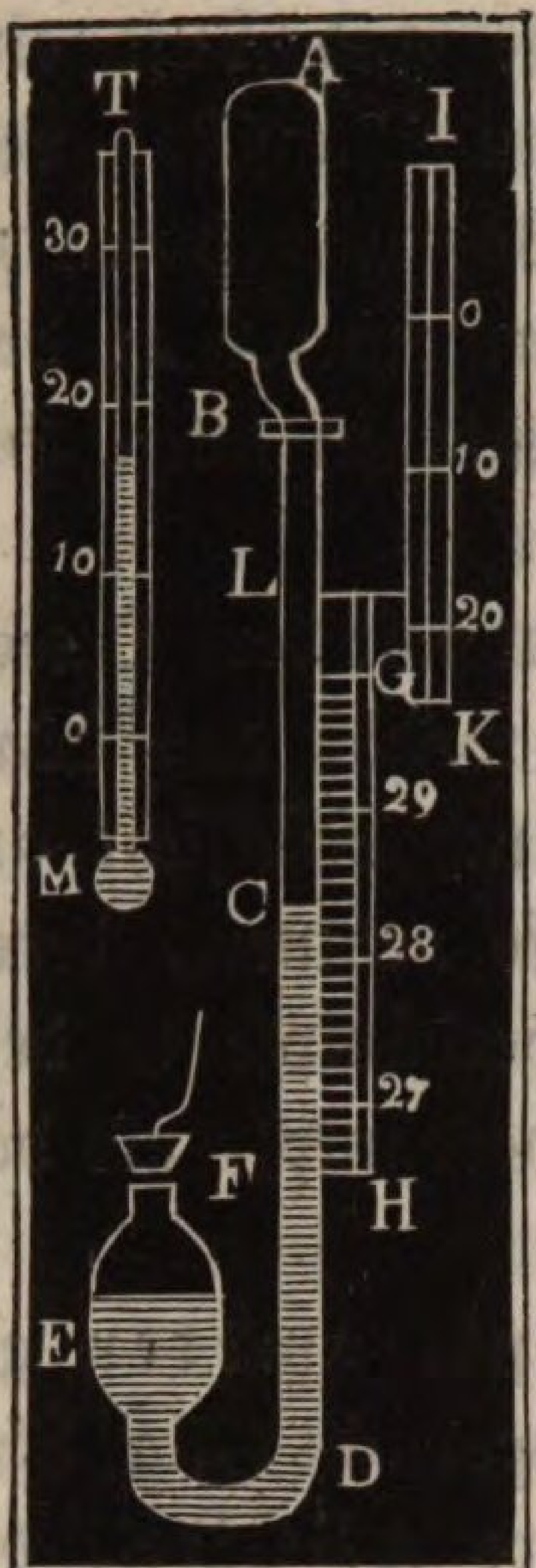
Fig. 85.



Es besteht aus einer Glasröhre ABCDE, deren oberster Theil A erweitert und sammt einem Theile der Röhre bis C mit Wasserstoffgas erfüllt ist; der gebogene Theil CDE ist mit Mandelöl gefüllt. Wenn der Luftdruck vermehrt wird, steigt das Oel in der Röhre BD, und wenn er sich vermindert, so wird das Wasserstoffgas durch seine Ausdehnungskraft es wieder zurück treiben. Das Geräth ist sehr empfindlich und wird theils aus diesem Grunde häufig am Bord der Schiffe angewendet, theils auch, weil das Oel beim Schwanken des Schiffes nicht in so gewaltsame Bewegung gesetzt wird, wie das Quecksilber; aber es hat den Fehler, daß die Wärmeveränderungen einen sehr bedeutenden Einfluß auf dasselbe haben, da das Wasserstoffgas wie jedes Gas sich für jeden Grad um 0,00367 ausdehnt, und das Instrument muß deshalb mit einem genauen Thermometer versehen sein, damit man die nöthigen Berichtigungen vornehmen kann. Im Allgemeinen ist das Instrument so eingerichtet, daß man ohne weitere Berechnung

die Quecksilberhöhe auf ihm ablesen kann, welche der Höhe des Oeles in Vereinigung mit dem vom Thermometer angegebenen Wärmegrade entspricht. Dies geschieht auf folgende Weise: GH ist ein beweglicher Maaßstab, der parallel mit einem eingetheilten Metallstreifen JK bewegt werden kann, auf welchem die vom Thermometer angegebenen Grade in umgekehrter Ordnung stehen, so wie es die Figur zeigt. Auf dem beweglichen Maaßstab ist ein Zeichen L, welches gerade vor den Grad auf JK gestellt wird, welchen das Thermometer angiebt, und der Punkt auf dem Maaßstabe, wobei C steht, wird dann die Quecksilberhöhe angeben, der die Höhe des Oeles entspricht.

Fig. 86.



154 Bedeutende Veränderungen im Luftdruck sind meistens von Wetterveränderungen begleitet; vermindert sich der Luftdruck, so folgt entweder Wind oder Regen, und wird er vermehrt, so erwartet man Trockenheit und beständiges Wetter. Dies hat Anlaß dazu gegeben, daß dem Barometer der Name Wetterglas beigelegt worden ist, und die gewöhnlichen Barometer geben auf dem Maaßstabe die Wetterverhältnisse an, die man als Begleiter der verschiedenen Quecksilberhöhen im Barometer ansieht; aber diese Angaben stimmen natürlich nicht immer mit der Wirklichkeit, da ja der Druck bei verschiedenen Wetterzuständen wie bei verschiedenen Winden, verschiedener Feuchtigkeit u. s. w. nicht dieselbe Bedeutung hat. Man hat demnach auf verschiedene Umstände Rücksicht zu nehmen, wenn man mit einiger Sicherheit das Wetter soll voraussagen können, aber eine umständlichere Anweisung dazu muß man in der Meteorologie suchen.

155 Der Druck der Luft auf eine gegebene Fläche ist gleich dem Druck einer darauf ruhenden Quecksilbersäule, deren Grundfläche die gegebene Fläche, deren Höhe die vom Barometer angegebene Höhe ist; will man aber im Allgemeinen den Druck der Atmosphäre auf eine gegebene Fläche bestimmen, so nimmt man nicht so genau Rücksicht auf die kleineren Veränderungen im Luftdrucke, sondern setzt diesen einer bestimmten Größe gleich, welche bei den Franzosen im Allgemeinen 760 Millimeter = 336,905 französische Linien (28″,0754) = 29,0581 rheinische Zoll = 29,9218 englische Zoll.

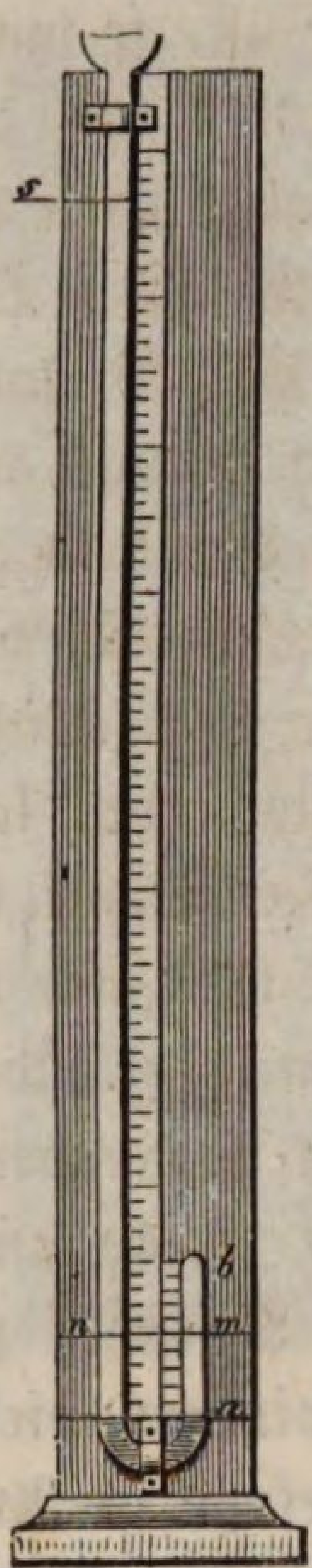
(Früher pflegte man fast immer die Mittelhöhe etwas kleiner zu setzen, nämlich 28 französische Zoll = 336‴ = 757^{mm},96. Die Engländer setzen den Mitteldruck = 30 englische Zoll = 761^{mm},986.) Da die Dichtigkeit des Quecksilbers bei 0° gleich 13,598 ist, so wird die Wassersäule, welche 760 Millimetern entspricht, = 13,598 × 29,0581 = 395,139 Zoll = 32,928 Fuß rheinisch, also eben so viele Kubikfuß, wenn die Grundfläche eine Quadratfläche ist. Da nun jeder Kubikfuß Wasser nach rheinischem Maaß 61,83136 Zollvereinspfunde (zu ½ Kilogramme) wiegt, so wird der Druck auf einen Quadratfuß = 2035,99 Pfund, und auf einen Quadratzoll 14,14 Pfund, auf einen Kreis, dessen Durchmesser ein Zoll ist, beträgt der Druck der Atmosphäre 11,10 Pfund. Der menschliche Körper, dessen Oberfläche ungefähr 15 Quadratfuß ausmacht, leidet also einen Druck von über 30000 Pfund. Dieser Druck ist uns unter gewöhnlichen Umständen unbemerkbar, theils weil wir in unserem ganzen Dasein daran gewöhnt sind, theils weil er über den ganzen Körper ausgebreitet ist, und die im Innern vorhandene Luft, vereint mit der Kraft, welche die Blutgefäße ausspannt, Gleichgewicht dagegen hält. Hebt man sich mit dem Luftschiff zu sehr großen Höhen, wo der Druck der Luft stark vermindert wird, so sprengt der innere Druck des Blutes die feinen Gefäße in Augen, Nase und Mund, was erst aufhört, wenn man wieder herab kommt. Durch den Druck der Luft wird auch der Kopf des Schenkelknochens im Hüftknochen festgehalten. Er wird an seiner Stelle gehalten, selbst wenn die damit verbundenen Sehnen und Muskeln fortgeschnitten werden.

Das Gesetz für die Zusammendrückung der Luft.

Jede Luftmasse nimmt ihren begränzten Raum durch ihre Aus- 156
dehnsamkeit (vermöge welcher sie beständig strebt, sich über einen größeren Raum auszubreiten) und durch den Druck ein, womit die umgebenden Körper gegen sie wirken. Man kann durch Versuche zeigen, daß die Räume, die eine Luftmasse unter verschiedenem Drucke einnimmt, in demselben Grade kleiner werden, als die drückenden Kräfte stärker sind, das heißt, sich umgekehrt wie die drückenden Kräfte verhalten. Dieses Gesetz wird gemeiniglich das **Mariotte'sche Gesetz** genannt.

157 Zu Versuchen hierüber kann man eine gebogene Glasröhre mit zweien parallelen, aber ungleich langen Armen benutzen, deren kürzerer Arm zugeschmolzen ist (Fig. 87). Die Röhre muß sorgfältig ausgemessen sein, damit man mit Genauigkeit die verschiedenen Räume bestimmen kann, welche die Luft einnimmt. Man sperrt zuerst mit einigen Tropfen Quecksilber die Luft in dem kürzeren Arme ein, und wenn die beiden Quecksilbergipfel in derselben waagerechten Linie a sind, wird die in ab eingeschlossene Luft einem Druck unterworfen sein, gerade so groß, wie ihn die Atmospähre zu derselben Zeit ausübt, was am Barometer gesehen wird. Die Atmosphäre drückt nämlich auf das Quecksilber im längeren Schenkel, und dieses theilt wieder bei a den Druck der eingesperrten Luft mit. Jetzt gießt man mehr Quecksilber in die offene Röhre, so wird das Quecksilber auch in der verschlossenen steigen. Ist es so hoch gestiegen, daß die Luft nur noch einen Raum mb = ½ ab einnimmt oder, mit anderen, Worten auf die Hälfte ihres vorigen Maaßes zusammengedrückt ist, so wird die Quecksilbersäule ns, die in dem offenen Rohr Gleichgewicht dagegen hält, bei der Messung sich gleich der Quecksilbersäule erweisen, welche der Druck der Atmosphäre zu derselben Zeit tragen kann; giebt das Barometer zum Beispiel 28 Zoll an, so wird ns, welches die Höhe über dem Punkte m ist, auch gleich 28 Zoll sein, denn die Atmosphäre fährt fort, auf das Quecksilber und dadurch auf die eingesperrte Luft zu drücken, die also einen Druck gleich zweien Atmosphären erleidet. So zeigt also der Versuch, daß der zwiefache Druck den Raumgehalt der Luft halb so groß macht.

Fig. 87.

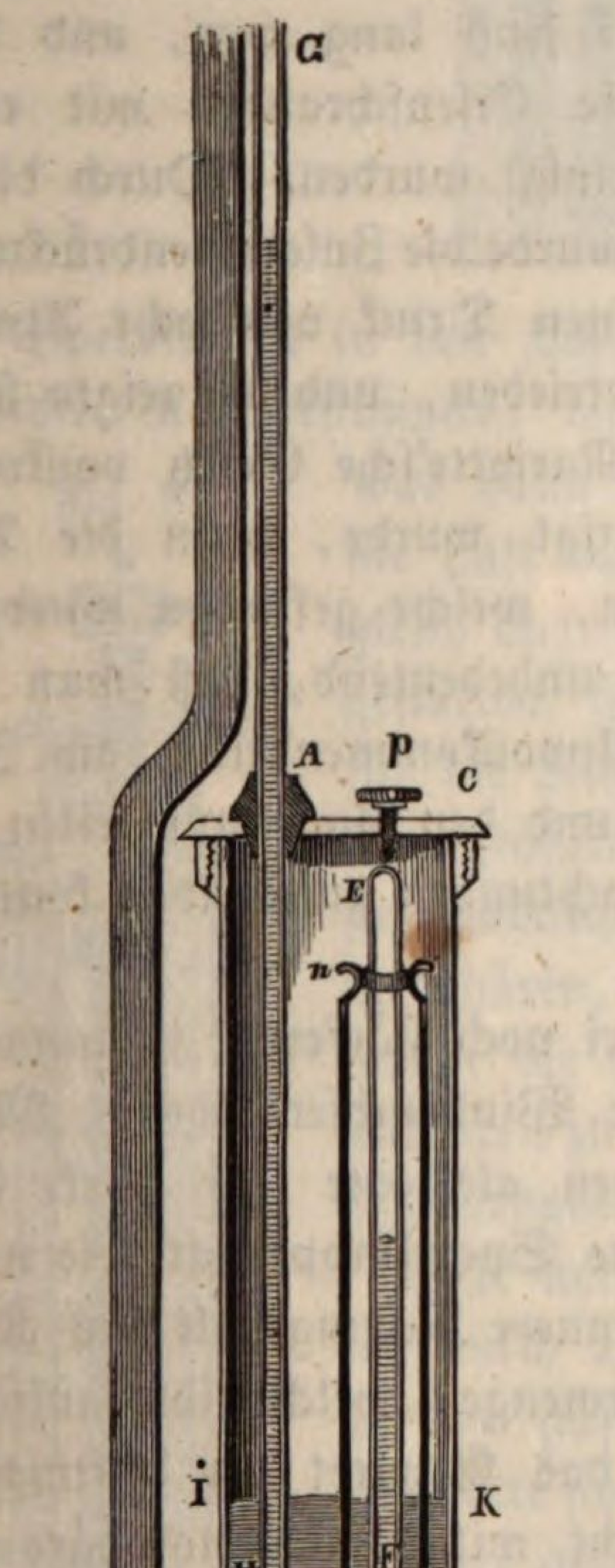


158 Dieses Verfahren darf nur bei schwachen Zusammendrückungen angewendet werden; bei größeren drückenden Kräften hört die Genauigkeit dieses Verhältnisses auf, und die Räume scheinen in stärkerem Verhältniß abzunehmen als die drückenden Kräfte wachsen, was wieder bei anderen Versuchen sich nicht als das richtige Gesetz erweiset. Es ist schon schwierig, den kurzen Arm der Röhre in allen seinen Theilen auszumessen, noch wichtiger aber ist, daß man der Stärke halber die Röhre eng machen muß. Während der Zusammendrückung wird das Quecksilber in der Mitte stark emporge-

trieben, folgt aber am Rande, wo der Reibungswiderstand groß ist, erst spät nach. Hiedurch entsteht eine zusammengedrückte Luftlage zwischen dem Quecksilber und der Innenwand der Röhre, und dieser Fehler hat um so größere Bedeutung, je größer der Luftdruck und je enger die Röhre ist.

Bei einem Versuche, den der Verfasser im Jahre 1823 im Ver= 159
ein mit Major Suensson vornahm, benutzte er einen Apparat, mit dem man den genannten Fehler vermeidet. Die Luft wird in einer oben zugeschmolzenen Röhre eingeschlossen, welche in einen starken Glascylinder eingesenkt wird, der unten Quecksilber enthält, um die Luft abzusperren, und nachher mit Wasser gefüllt wird. Bringt man nun einen Druck auf die Oberfläche des Wassers zu Wege, so wird dieser dem Quecksilber mitgetheilt, von dem es wiederum auf die eingesperrte Luft übergeht. Da die Glasröhre auf diese Weise gleich großen Druck von innen und von außen erleidet, so wird man sie hinreichend weit machen können, auch wird ihr Raumgehalt durch vermehrten Druck nicht verändert werden; gleichfalls wird sie viel leichter mit Genauigkeit ausgemessen und eingetheilt werden können. Das Nähere kann man aus der Figur 88 sehen. ABCD ist ein Cylinder von starkem Glase, oben versehen mit einem starken Messingring, auf den ein Deckel geschroben werden kann. EF ist ein oben zugeschmolzenes Glasrohr, welches genau eingetheilt worden; es wird durch den eisernen Ring n und die eiserne Schale m in lothrechter Stellung gehalten, die Schale enthält das Quecksilber, das nöthig ist, die Mündung der Röhre zu sperren, wenn sie hinein= und hinausgebracht wird.

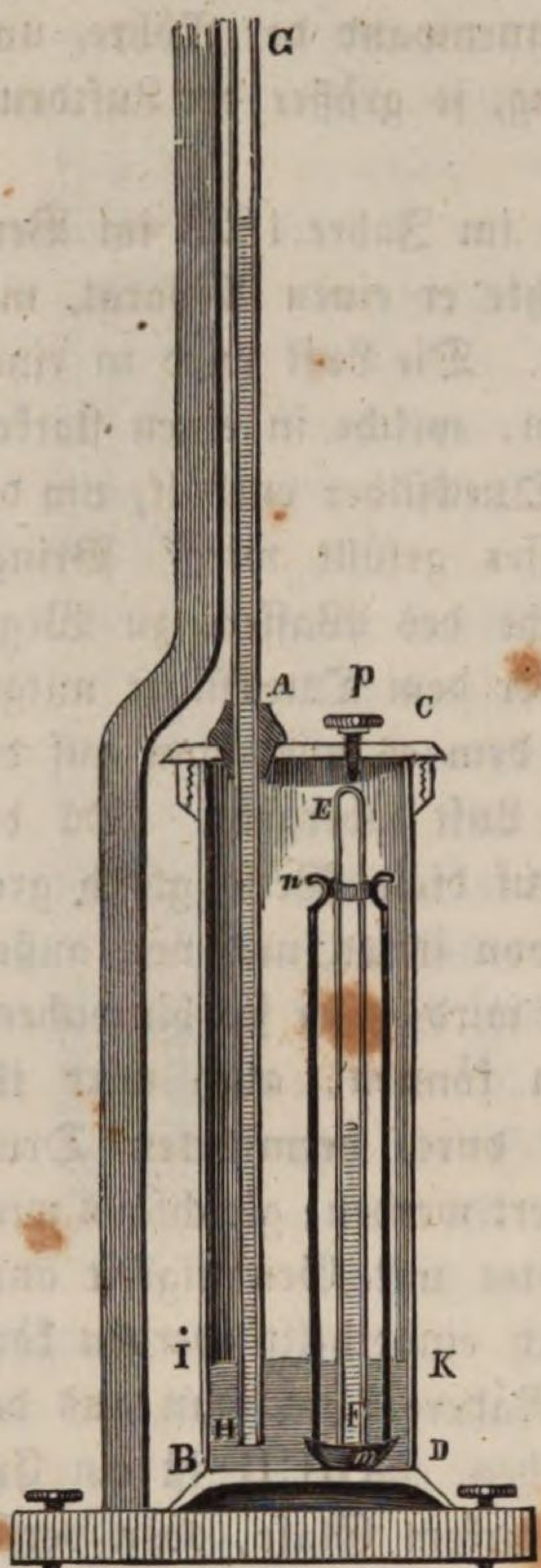
Fig. 88.



In den Cylinder ist Quecksilber bis zu einer Höhe von einigen Zollen bis

an die Linie IK gegossen. Die Röhre GH wird mit Hülfe eines dazu festgekitteten Metallringes in die Oeffnung im Deckel des Cylinders festgeschroben. Durch eine andere Oeffnung, die mit der Schraube p verschlossen werden kann, wird der Cylinder mit Wasser gefüllt. Gießt man nun Quecksilber in die Röhre GH, so wird man dadurch nach und nach die Luft in EF zusammendrücken. Um aber die Röhre GH für großen Druck lang genug zu machen, setzte man es aus mehreren zusammen, deren jede ungefähr 7 Fuß lang war, und die durch starke Eisenschrauben mit einander vereinigt wurden. Durch diese Versuche wurde die Zusammendrückung bis auf einen Druck von acht Atmosphären getrieben, und es zeigte sich, daß das Mariotte'sche Gesetz vollkommen bestätigt wurde, denn die Abweichungen, welche gefunden wurden, waren so unbedeutend, daß man sie nur den Unvollkommenheiten am Instrumente und den Ungenauigkeiten in den Beobachtungen zuschreiben konnte.

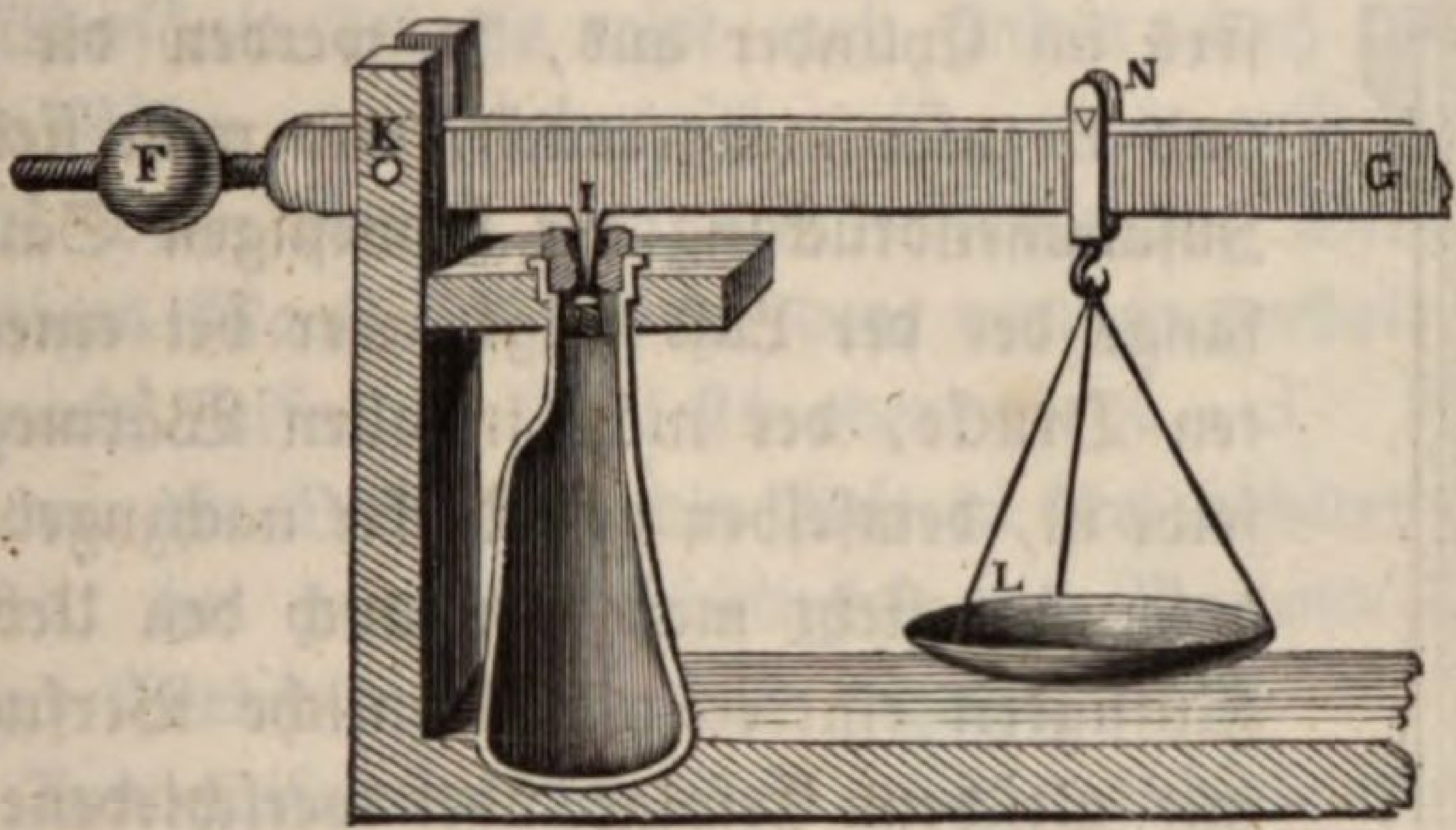
Fig. 89.



160 Um zu untersuchen, ob das Gesetz bei noch stärkeren Zusammendrückungen gelte, bediente ich mich der Windbüchsenkolben. Man kann sich einen solchen Windbüchsenkolben als eine sehr starke Eisenflasche vorstellen, deren Oeffnung eine Sperrklappe hat, die nach Innen zu aufgeht. Zuerst wird der innere Raumgehalt des Kolbens bestimmt, indem man die Wassermenge, welche ihn anfüllt, wägt; hieraus berechnet man wieder das Gewicht der Luftmasse, die ihn bei dem natürlichen Gleichgewicht mit der Atmosphäre erfüllt; dann bringt man Luft in den Kolben mit Hülfe eines Pumpapparates, der unten beschrieben werden wird, und durch Wägung kann man nun mit Leichtigkeit und Genauigkeit die Dichtigkeit der hereingebrachten Luft bestimmen. Der Kolben, der besonders zu

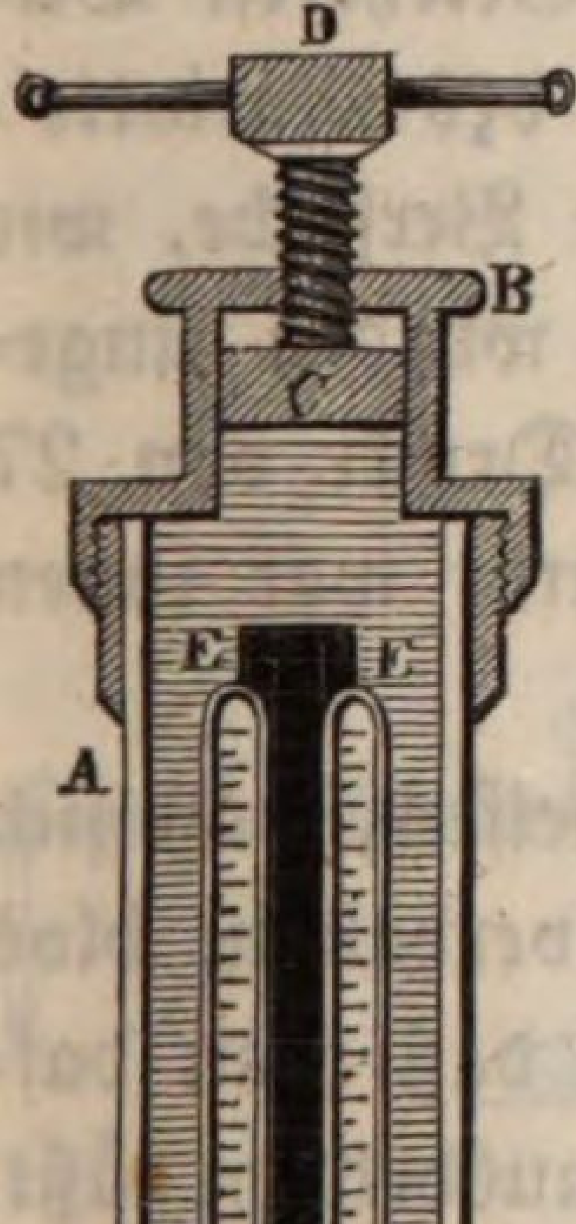
den Versuchen benutzt wurde, enthielt 0,891 Gramm Luft bei einem Druck von 336''',9, und in einem Versuche wurde die Zusammendrückung so weit gebracht, daß die Luft im Kolben 101,2 Gr. wog, so daß sie also mehr als 110 mal war verdichtet worden. Um nun die drückende Kraft zu bestimmen, welche angewendet worden war, wurde das Verfahren benutzt, daß man einen einarmigen Hebel FG (Fig. 90), dessen Ruhepunkt in K ist, mit einer Spitze I

Fig. 90.



die Sperrklappe in den Kolben drücken ließ, und mit einem Laufgewichte NL bestimmte, wie große Kraft hiezu erfordert wurde, was dann die Größe der Kraft giebt, mit welcher die Luft im Kolben zusammengedrückt wird. Obgleich diese Versuche keinen hohen Grad der Schärfe gestatten, so tragen sie doch dazu bei, den Beweis für die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes bei sehr großem Drucke zu vervollständigen. Es zeigte sich nämlich, daß bis zu einem Druck von 60 Atmosphären, was die stärkste Zusammendrückung war, welche die angewendeten Apparate mit einiger Genauigkeit zu messen gestatteten, die Dichtigkeiten der Luft proportional mit den drückenden Kräften waren.

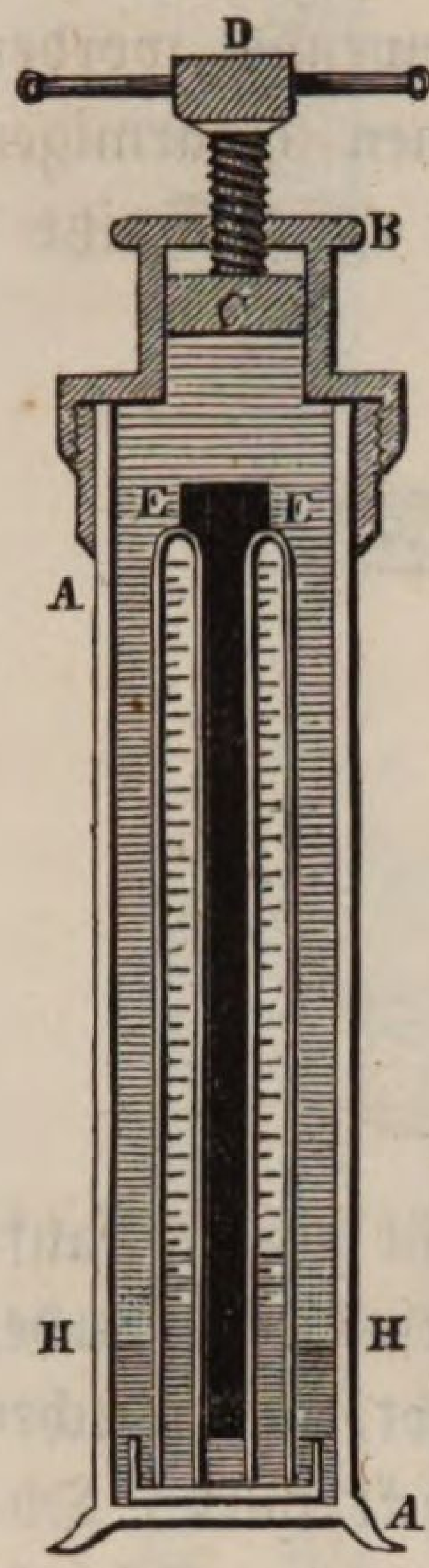
Fig. 91.



Eine noch weitere Bekräftigung erhielt dies Ge- 161
setz durch Versuche über Gase, welche bei starkem Drucke flüssig werden. Diese folgen ganz dem Mariotte'schen Gesetze, bis die Zusammendrückung so weit geht, daß sie ganz nahe dabei sind, in Tropfengestalt überzugehen. Die Versuche hierüber wurden in nebenstehendem Apparate angestellt (Fig. 91). AA ist ein starker Glascylinder, an den ein Metallrohr BB geschroben ist mit einem Stempel C,

der bestimmt ist, einen Druck auf das Wasser auszuüben, das den Cylinder erfüllt. Auf den Boden des Cylinders ist bis HH Quecksilber gegossen; jetzt setzt man zwei eingetheilte Glasröhren hinein, deren eine mit atmosphärischer Luft, die andere mit dem zu untersuchenden Gase angefüllt ist, z. B. mit schwefliger Säure. Uebt man nun mit Hülfe der Schraube D einen Druck durch den Stempel C auf die Oberfläche des Wassers im Cylinder aus, so werden die Gase in E und E zusammengedrückt, und man sieht, daß die Zusammendrückung der schwefligen Säure im Anfange der der Luft folgt, aber bei einem bestimmten Drucke, der nicht in allen Wärmegraden derselbe ist, demselben viel stärker nachzugeben beginnt; bald aber sieht man nun auch den Uebergang zur Flüssigkeit eintreten. Aehnliche Versuche wurden mit gleichem Erfolge über verschiedene Gase angestellt, z. B. über Ammoniak und Cyan, welche beide einen stärkeren Druck erfordern, um in den flüssigen Zustand überzugehen.

Fig. 92.



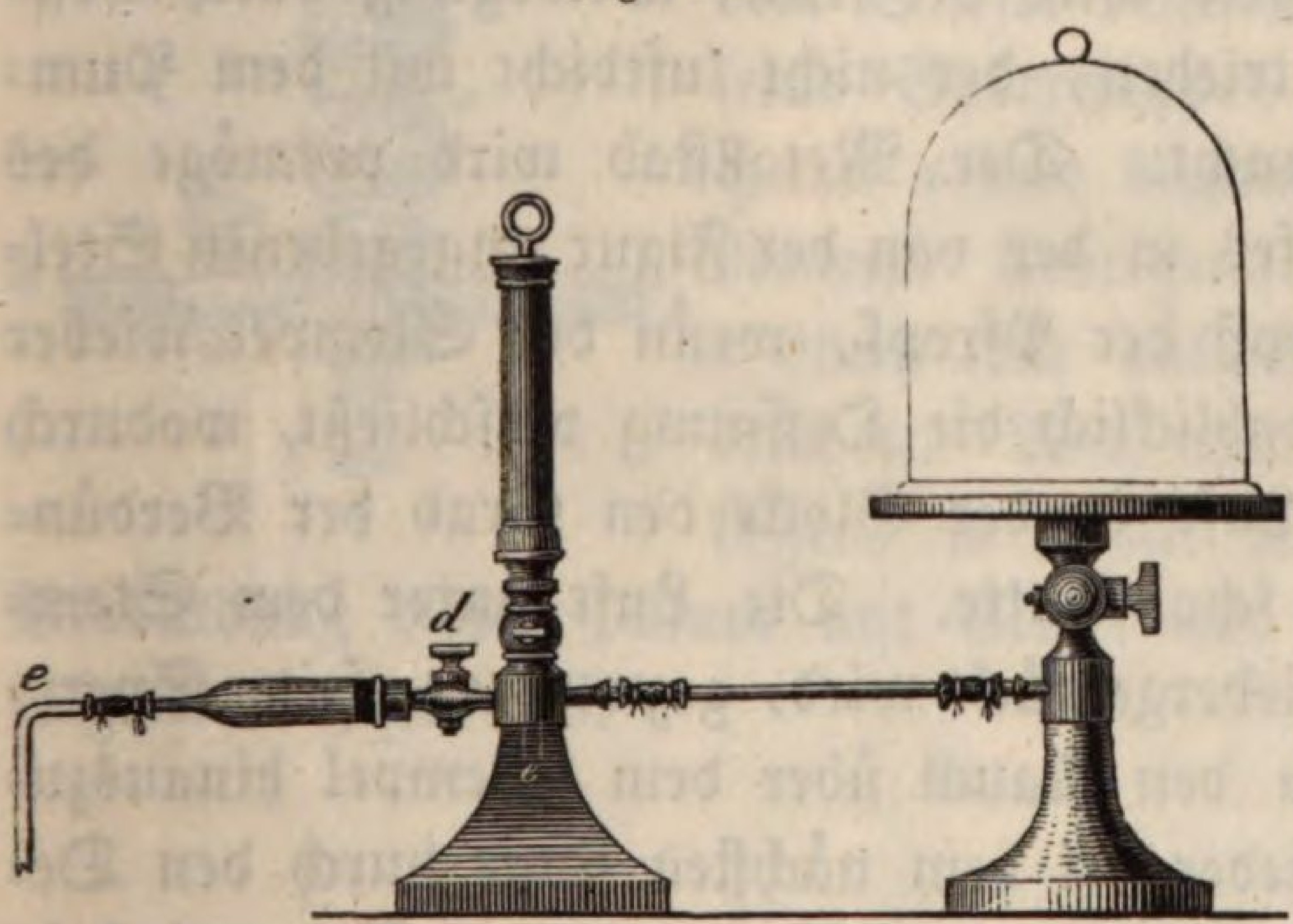
Später haben die französischen Gelehrten Dulong und Arago um die Gültigkeit des Mariotte'schen Gesetzes zu beweisen, ähnliche Versuche, wie die im §. 159 erzählten, angestellt. Die Versuche wurden ungefähr auf gleiche Weise gemacht und bis zu einem Drucke von 27 Atmospären fortgesetzt; ein unbenutzt stehender Thurm war ihnen dazu eingeräumt worden.

162 Bei allen diesen Versuchen hat man, um zu beweisen, daß sich die Dichtigkeiten der Luft wie die drückenden Kräfte verhalten, blos Zusammendrückungen angewendet; es ist aber klar, daß man dasselbe Gesetz beweisen kann, wenn man die Luft sich ausdehnen läßt. Hiezu nimmt man eine eingetheilte, am einen Ende zugeschmolzene Glasröhre und bringt eine kleine Quecksilbersäule hinein, die wegen des geringen Durchmessers der Röhre sich nicht trennt, wenn ihre Stellung verändert wird. Legt man nun diese Röhre waagerecht, so trägt die Röhre selbst das ganze Gewicht der Quecksilbersäule, und die eingesperrte Luft zwischen ihr und dem verschlossenen Ende der Röhre empfängt nur den durch die Atmospäre verursachten Druck. Setzt man nun die Röhre senkrecht mit dem verschlossenen Ende

nach unten, so wird die ganze Quecksilbersäule von der eingeschlossenen Luft getragen, so daß diese zu derselben Zeit den Druck der Atmosphäre und der Quecksilbersäule trägt. Läßt man dagegen den offenen Theil abwärts gerichtet sein, so wird ein Theil des atmosphärischen Druckes verwendet, um die Quecksilbersäule zu tragen, und der Druck, den die eingesperrte Luft erleidet, wird gefunden, wenn man vom Druck der Atmosphäre den der Quecksilbersäule abzieht. Ist z. B. der Luftdruck 28″ und die Länge der Quecksilbersäule 7″, so wird man finden, daß das Maaß der Luft in der Röhre um ⅓ vergrößert ist, was auch mit dem Gesetze stimmt, denn sie ist nun nur unter einem Drucke von 21″, und ihr jetziges Maaß soll sich zu dem vorigen verhalten umgekehrt wie die Drucke, also wie 28 : 21 oder wie 4 : 3. Durch andere Versuche, wo die Dichtigkeit der Luft in viel höherem Grade vermindert wird, hat man die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes bei beliebiger Verdünnung der Luft gezeigt.

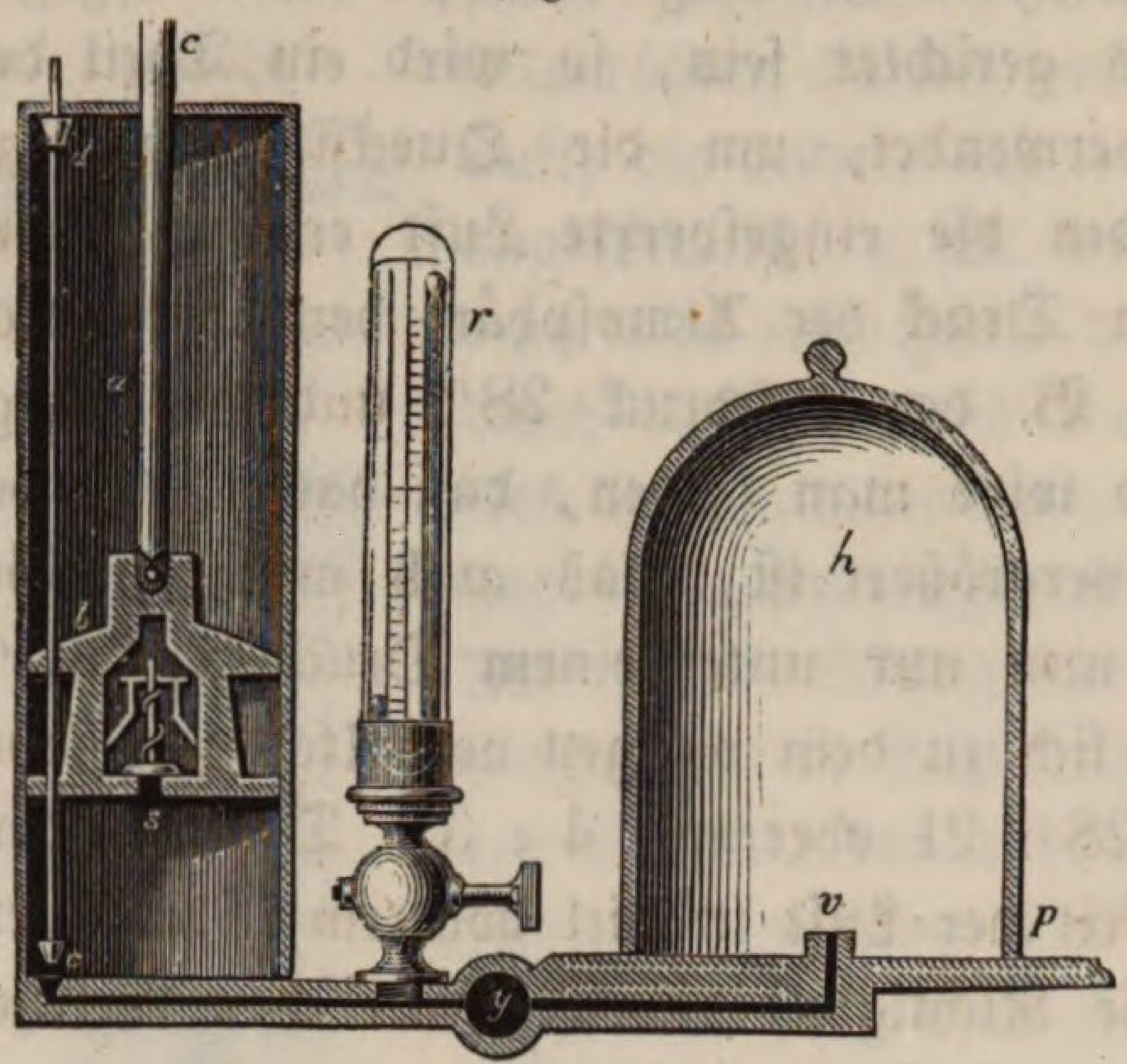
Auf die Ausdehnsamkeit der Luft gründet sich die Einrichtung der 163
Luftpumpe (Fig. 94). a ist eine cylindrische Röhre, die Pumpenröhre oder der Stiefel, worin ein Stempel bc sich luftdicht bewegen kann. Der Stempel ist durchbohrt und die Oeffnung mit einer Sperrklappe s bedeckt, die sich nach oben öffnen kann. Durch eine andere Oeffnung im Stempel geht ein Metallstab, längs dessen der Stempel sich luftdicht bewegen kann, aber zugleich durch Reibungswiderstand den Metallstab mitbewegt, wenn dieser nicht auf einen andern Widerstand trifft. Dieser Stab trägt an dem einen Ende einen Metallpfropf von Gestalt eines abgekürzten Kegels, der genau in die Oeffnung e paßt, und am andern Ende trägt er einen Knopf d, der, so wie er gegen den Deckel der Pumpenröhre stößt, die weitere Bewegung des Metallstabes verhindert, so daß dieser nur ganz wenig aus der Oeffnung e gehoben werden kann; e v ist ein Rohr, daß die Pum-

Fig. 93.



penröhre in Verbindung mit einer sehr genau abgeschliffenen Platte von Metall oder Glas, dem Teller, setzt, auf den man eine Glasglocke h mit dem wohlabgeschliffenen Rande p stellt, der durch Bestreichen mit Fett zu noch besserem Schließen gebracht wird; bei v ist die Röhre mit einer Schraube versehen, woran man Glaskugeln und dergleichen festschrauben kann, aus denen man die Luft auspumpen will. Wenn man nun den Stempel hebt, so hebt sich auch der

Fig. 94.



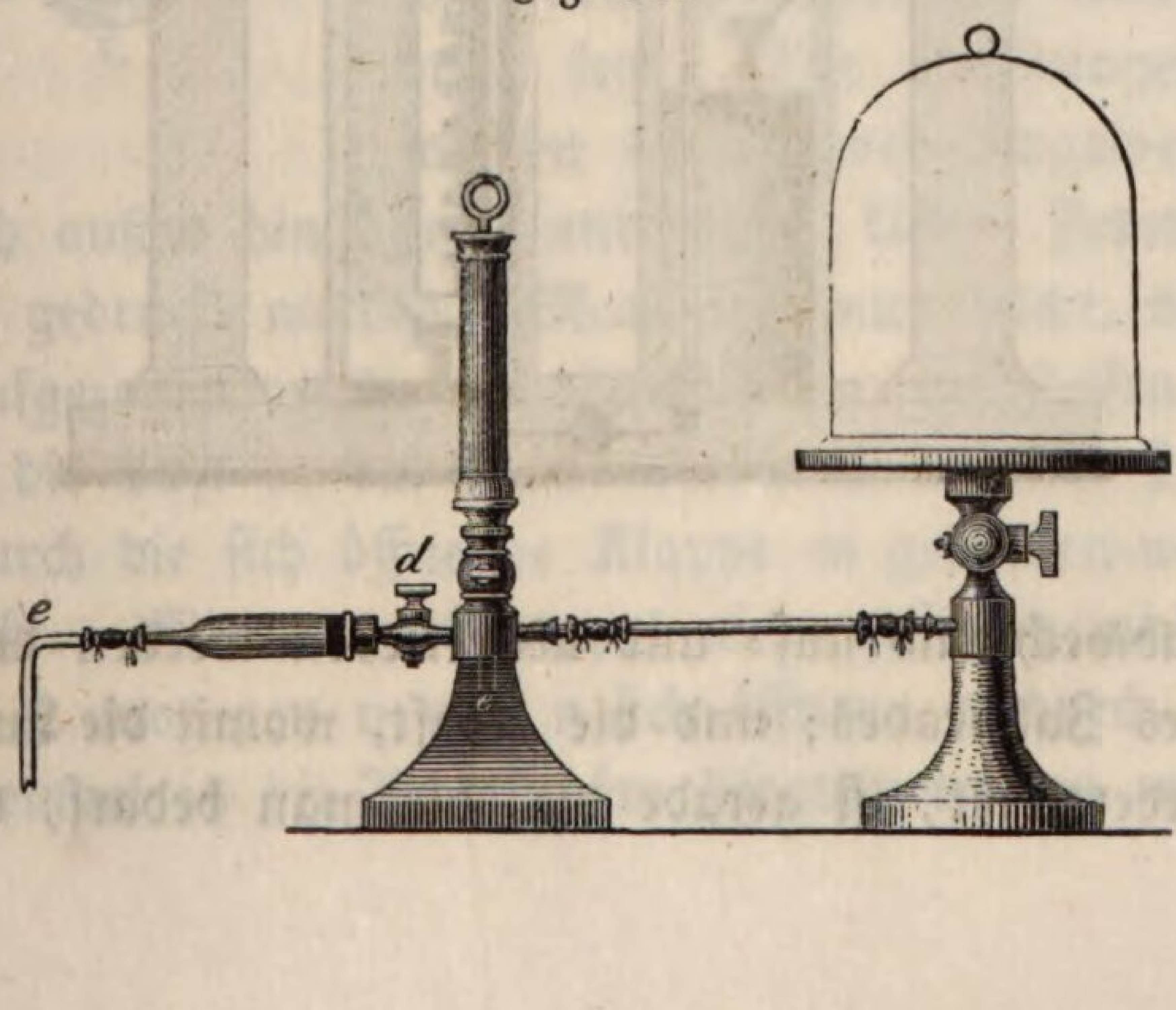
Stab mit dem kegelförmigen Pfropf, wodurch die Oeffnung e frei wird, und die Luft strömt nun aus der Glocke in die Pumpenröhre, die durch das Aufziehen des Stempels luftleer geworden war. Die Luft oberhalb des Stempels wird bei seiner Bewegung durch Oeffnungen im Deckel ausgetrieben, der nicht luftdicht mit dem Pumpenrohr zu schließen braucht. Der Metallstab wird vermöge des oben angebrachten Knopfes in der von der Figur angegebenen Stellung stehen bleiben, so daß der Pfropf, wenn der Stempel wieder niedergedrückt wird, augenblicklich die Oeffnung verschließt, wodurch bewirkt wird, daß die Luft in der Glocke den Grad der Verdünnung beibehält, den sie schon hatte. Die Luft unter dem Stempel wird, wenn dieser niedergedrückt wird, gezwungen, seine Sperrklappe zu heben und in den Raum über dem Stempel hinauszuströmen, aus dem sie wieder bei dem nächsten Zuge durch den Deckel ausgetrieben wird. Jedesmal, daß man den Stempel hebt und wieder senkt, werden dieselben Wirkungen wiederholt und man sieht ein, daß die Luft in der Glocke auf diese Weise stets mehr und mehr verdünnt wird, und daß, wenn nicht andere praktische Schwierigkeiten, die unten besprochen werden, es verhinderten, die Verdünnung so weit getrieben werden könnte, daß ohne merklichen Fehler der Raum in der Glocke als luftleer könnte angesehen werden. Um es in seiner Macht zu haben, den leergepumpten Raum von der Pumpenröhre abzusperren, oder Luft in die Glocke hinein-

zulassen, bringt man in der Verbindungsröhre zwischen der Pumpenröhre und der Glocke einen Hahn y an, der so durchbohrt ist, daß er abwechselnd eine Verbindung zwischen Pumpenröhre und Glocke und zwischen Pumpenröhre und Atmosphäre zu Wege bringen kann. Eine sehr zweckmäßige kleine Handpumpe von ähnlicher Construction sieht man in der nebenstehenden Figur 95. Mit f wird sie an den Tisch geschraubt, so daß sie allenthalben leicht fest steht; die senkrechte Fortsetzung des Stiefels enthält den Hahn s und schließt sich an eine horizontale Röhre a b, deren eines Ende gleichfalls einen Hahn d enthält. Ist der Hahn d geschlossen, der Hahn s aber offen und der Teller mit b in Verbindung, so wird durch Aufziehen des Stempels die Luft in der Glocke verdünnt. Dann schließt man den Hahn s (denn der Metallstab der vorigen Einrichtung fällt in dieser kleinen Pumpe weg), drückt den Kolben nieder, und die in dem Stiefel befindliche Luft entweicht durch seine Sperrklappe; darauf öffnet man den Hahn s und beginnt dasselbe Verfahren von Neuem. Uebrigens kann man auch den Hahn s durch eine aufwärts gehende Sperrklappe ersetzen. Will man wieder Luft in die Glocke lassen, so öffnet man den Hahn d. Die Verbindung dieser Pumpe mit Glocke und Teller sieht man in der folgenden Figur 96.

Fig. 95.



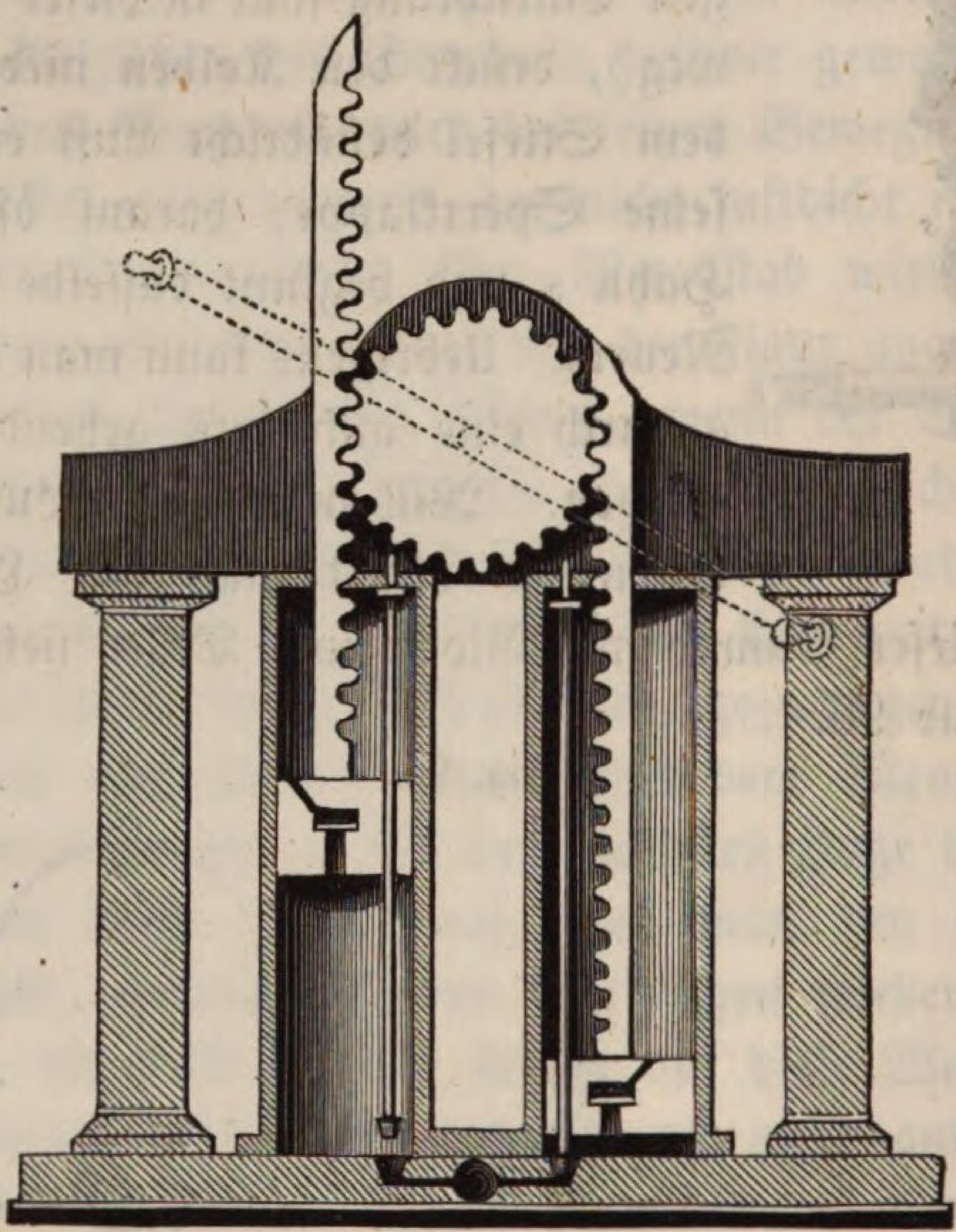
Fig. 96.



164 Wenn man in der oben beschriebenen Weise nur eine Pumpenröhre anwendet, so wird dies die Unbequemlichkeit haben, daß wenn man den Stempel aufzieht, nachdem man die Verdünnung einigermaßen weit gebracht hat, die Atmosphäre auf die Oberfläche des Stempels einen bedeutenden Druck ausübt, einen Druck, der um so größer wird, je verdünnter die Luft unter dem Stempel ist. Diesen Fehler kann man heben, indem man den Deckel luftdicht mit der Pumpenröhre schließen läßt, und ihn mit einer Sperrklappe versieht, die sich nach außen öffnet, wodurch dann die Luft über und unter dem Stempel ungefähr denselben Grad der Dichtigkeit erhält, und man nicht mehr gegen den Atmosphärendruck arbeitet, wenn man den Stempel aufzieht. Es versteht sich, daß dann auch die Stempelstange sich luftdicht durch den Deckel bewegen muß.

165 Gewöhnlich wendet man zwei Pumpenröhren an, deren Stempel auf solche Weise verbunden sind, daß der eine steigen muß, während der andere sinkt. Man sieht aus der Figur 97, daß die Stem-

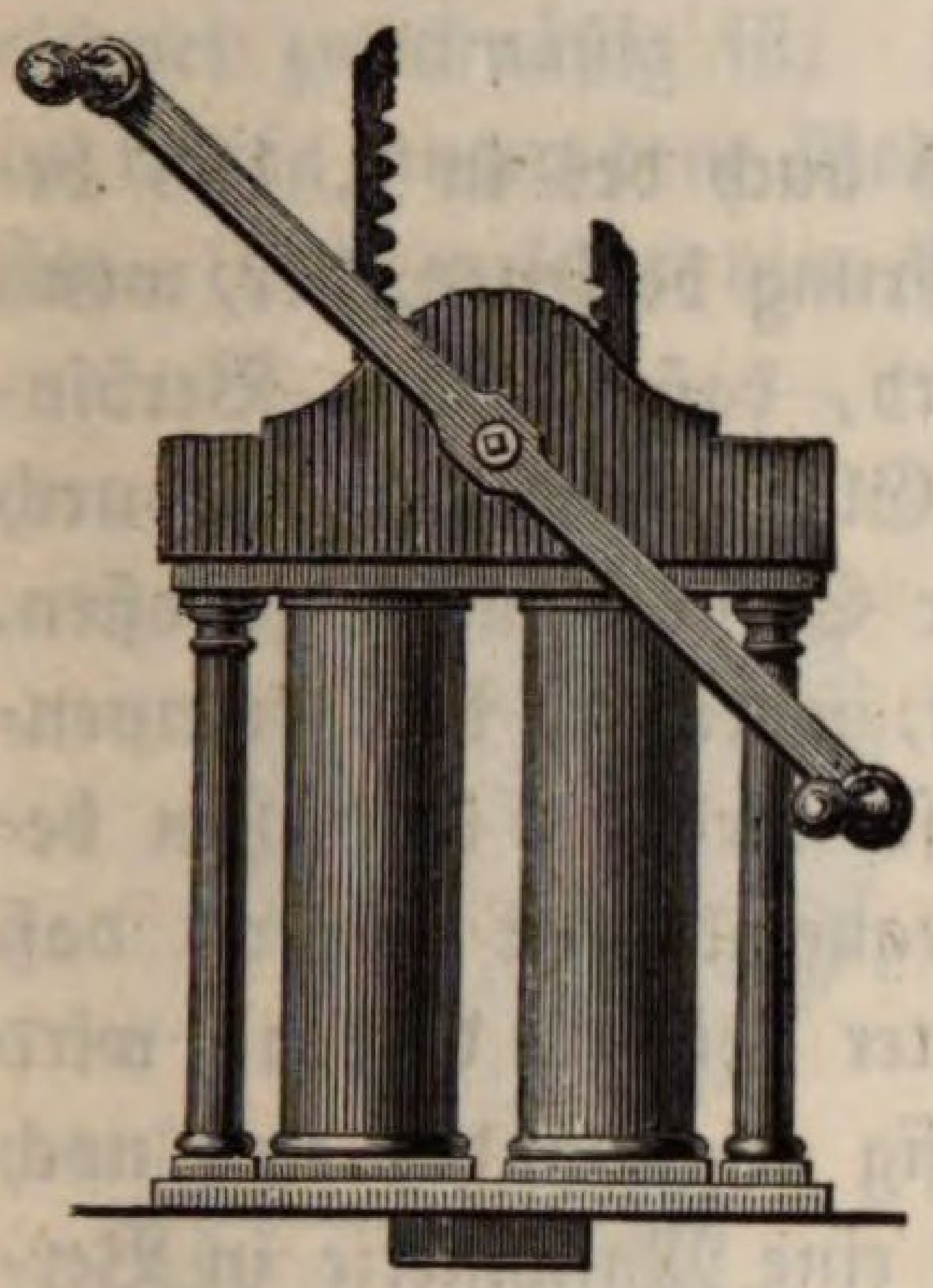
Fig. 97.



pelstangen abwechselnd auf- und abgetrieben werden durch die Bewegung eines Zahnrades; und die Kraft, womit die Luft den einen Stempel niedertreibt, ist gerade die, die man bedarf, um den Wi-

derstand zu heben, den die andere bei seiner aufwärts gehenden

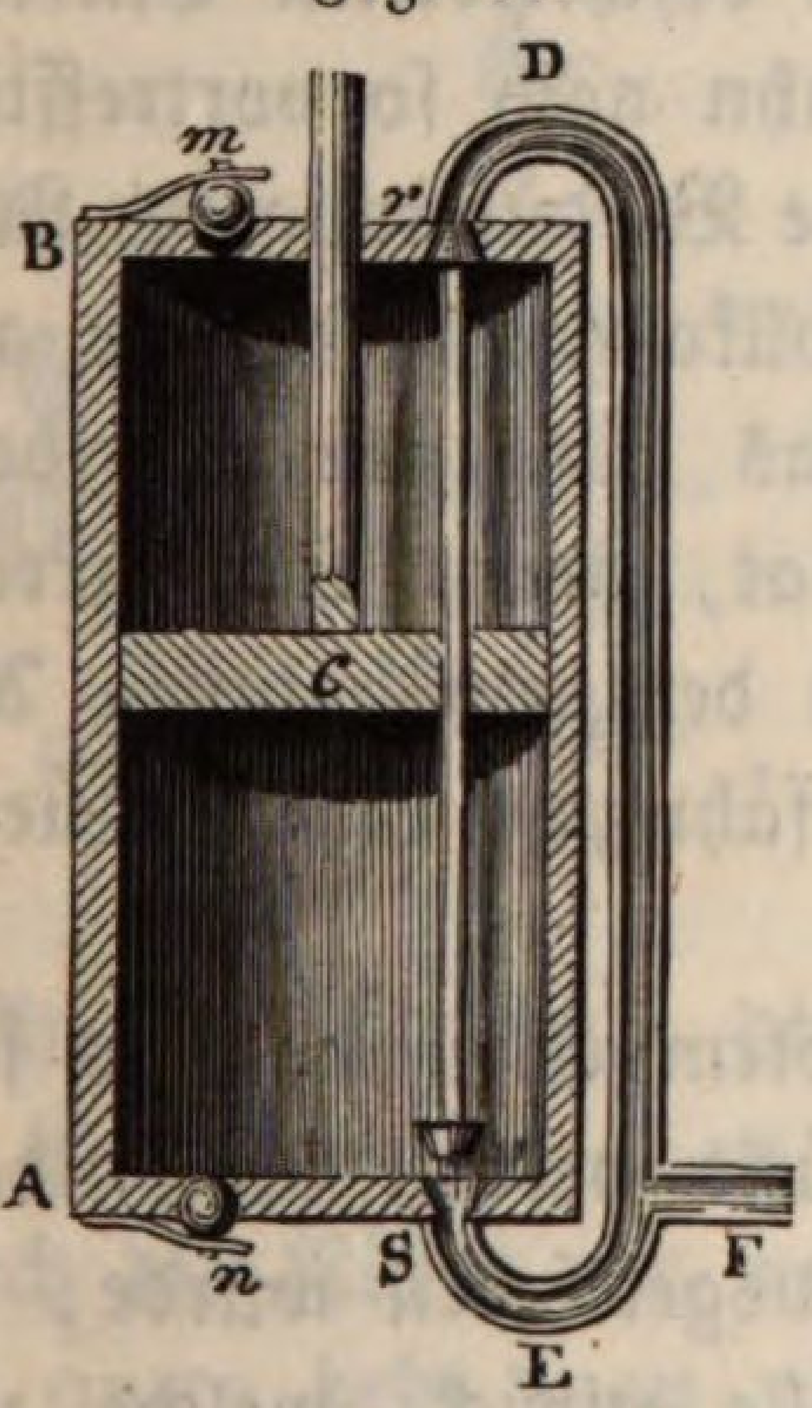
Fig. 98.



Bewegung von der Luft erleidet. Hiedurch wird auch eine schnellere Auspumpung der Luft, als durch ein einzelnes Pumpenrohr bewirkt, denn dieses bringt nur Verdünnung hervor, wenn der Stempel aufgezogen wird, aber nicht, wenn er niedergeht. Die äußere Ansicht dieser Pumpe zeigt die nebenstehende Figur 98.

Man kann jedoch auch eine Luftpumpe 166
mit einfachem Pumpenrohr einrichten, welche doppeltwirkend ist, das heißt, sowohl bei der auf-, als bei der abgehenden Bewegung Verdünnung der Luft in der Glocke hervorbringt. Ein solches Pumpenrohr AB ist in der nebenstehenden Figur 99 dargestellt; C ist ein Stempel, der sich luftdicht durch den Deckel bewegt, der gleichfalls luftdicht mit der Pumpenröhre schließt. Durch den Stempel geht in gleicher Weise, wie in §. 163, ein Metallstab, der an jedem Ende einen kegelförmigen Metallpfropf trägt. Diese werden bei der auf- und abgehenden Bewegung des Stempels abwechselnd die Oeffnungen r und s gegen die Röhre DE verschließen, welche vermittelst der Röhre F, die unter die Glocke hingeht, den Raum unter und über dem Stempel mit dieser in Verbindung setzt. Die Oeffnungen m und n werden durch zwei Kugelventile gedeckt, die sich nach außen hin öffnen und durch kleine Federn gegen die Oeffnungen gedrückt werden. Man sieht nun leicht, daß wenn der Stempel aufgezogen wird, die Oeffnung n geschlossen und s offen ist, so daß die Luft in der Glocke verdünnt und die Luft über dem Stempel durch die sich öffnende Klappe m getrieben wird, während r sich schließt. Wenn der Stempel niedergestoßen wird, so schließt sich m und s, wogegen n und r sich öffnen, wodurch die Luft unter dem Stempel in die Atmosphäre hinausgetrieben wird, während

Fig. 99.



die Luft in der Glocke sich durch r in dem Raume über dem Stempel ausbreitet.

167 Statt der Sperrklappen kann man sich auch des in §. 163 beschriebenen Hahnes mit doppelter Durchbohrung bedienen, der, wenn man den Stempel aufzieht, so gestellt wird, daß er eine Verbindung zwischen der Pumpenröhre und der Glocke herstellt, wodurch sich die Luft in dieser verdünnt; wird der Stempel niedergestoßen, so wird er in die andere Stellung gedreht, worin er das Pumpenrohr mit der Atmosphäre verbindet, und so wird die in diesem befindliche Luft ausgetrieben. Um der Unbequemlichkeit willen, daß man Acht geben muß, den Hahn zu rechter Zeit zu drehen, wird diese Art von Luftpumpen nicht so häufig angewandt, und noch hat keine versuchte Einrichtung, dies durch eine Maschinerie in Verbindung mit dem Pumpen auszuführen, allgemeinen Beifall gewonnen.

168 Wenn auch eine Luftpumpe von der oben beschriebenen Einrichtung entweder mit Sperrklappe oder mit Hahn noch so vortrefflich ausgeführt ist, so kann man doch niemals die Verdünnung der Luft so weit treiben, daß man die Glocke als vollkommen luftleer annehmen dürfte, sondern es wird stets etwas Luft zurückbleiben, welche zwar eine sehr geringe Dichtigkeit hat, deren Spannkraft aber doch selbst bei sehr guten Luftpumpen der gewöhnlichen Art so groß ist, daß sie Gleichgewicht gegen ungefähr zwei Linien Quecksilberdruck halten kann.

Dies rührt großentheils daher, daß der Stempel niemals so fest auf den Boden der Pumpenröhre niedergedrückt werden kann, daß alle Luft, die sich in demselben befindet, ausgetrieben würde; es bleibt vielmehr stets gleichsam eine Luftlamelle zurück, welche zufolge des Druckes, den sie leidet, eine bedeutend größere Dichtigkeit hat als die Luft in der Glocke. — In so weit die Pumpen Sperrklappen haben, die durch die Luft bewegt werden sollen, hört die Luft gleichfalls auf, wenn die Spannkraft der Luft so schwach ist, daß sie die Klappen nicht in Bewegung setzen kann; und in Luftpumpen, wo die Umdrehung des Hahnes in die Stelle der Sperrklappen tritt, bleibt noch in der Hahnröhre ein kleiner Raum, in den der Stempel nicht eindringen kann, und der unverdünnte Luft enthält, weshalb er der schädliche Raum benannt wird.

Um diese Wirkung bei den Luftpumpen mit Sperrklappen zu 169
vermindern, hat Babinet eine Einrichtung ersonnen, die ausgezeichnet zweckmäßig ist. Zwischen den beiden Pumpenröhren und ein wenig unter dem Boden derselben ist ein Hahn r angebracht (Fig. 100), welcher vier Bohrungen s, t, u, v (Fig. 101 u. 102) hat; die erste und zweite gehen quer durch den Hahn von der einen Seite zu der anderen; die dritte v ist parallel mit s, geht aber nur bis in die Mitte des Hahns, wo sie mit t und der vierten Oeffnung u zusammenstößt, die in der Längenrichtung des Hahns geht. Von dem Boden der Pumpenröhre d aus gehen zwei Röhren, die beide bei der Oeffnung beginnen, die der kegelförmige Pfropf bedeckt, und an den Punkten g und e im Umkreise des Hahns enden. Vom Boden des Pumpenrohres a gehen gleichfalls zwei Röhren aus, deren eine bei der Oeffnung zu dem kegelförmigen Pfropf beginnt und bei b endet, während die andere von einem beliebigen anderen Punkte im Boden des Pumpenrohres ausgeht und bei c endet.

Fig. 100.

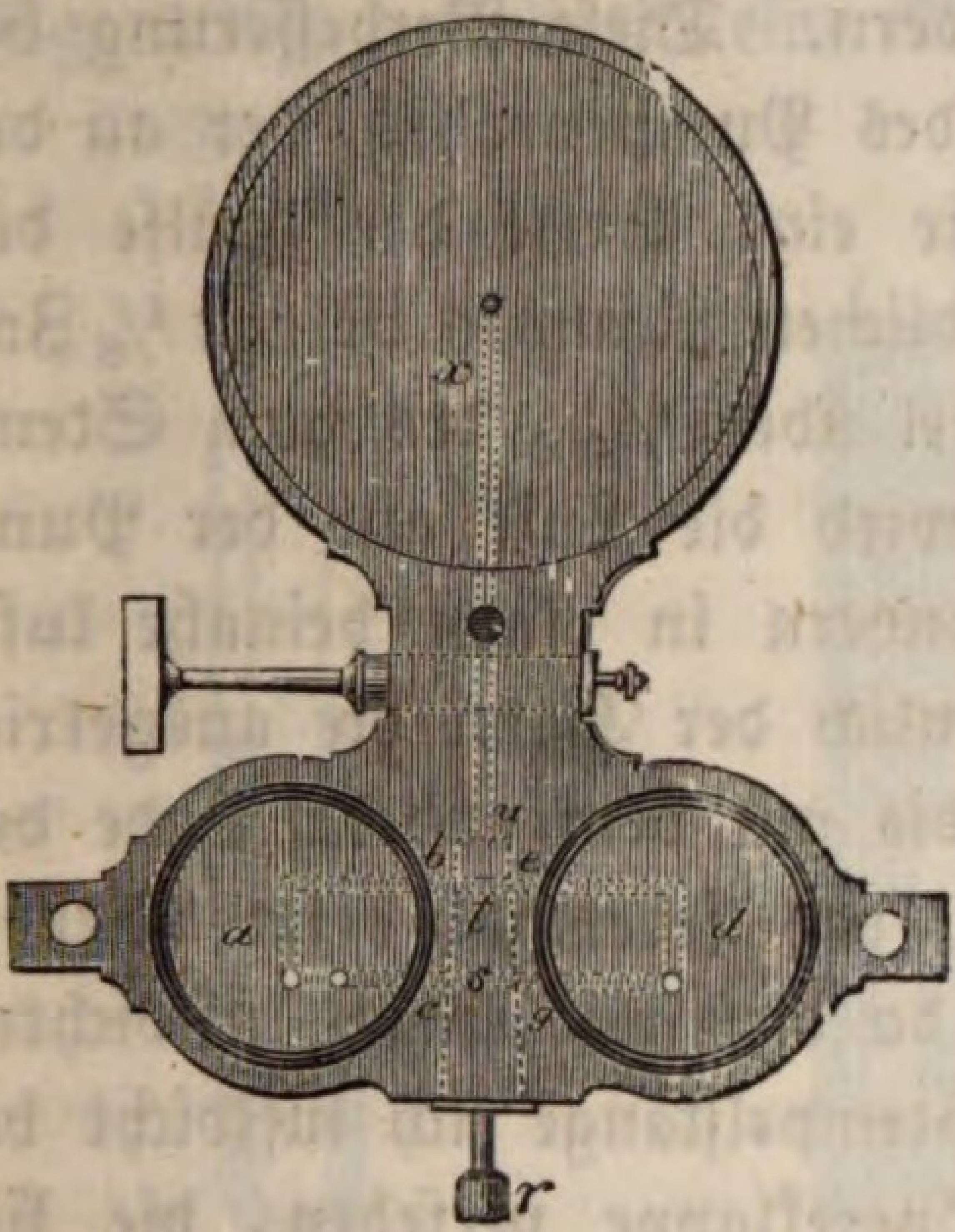


Fig. 101.



Fig. 102.

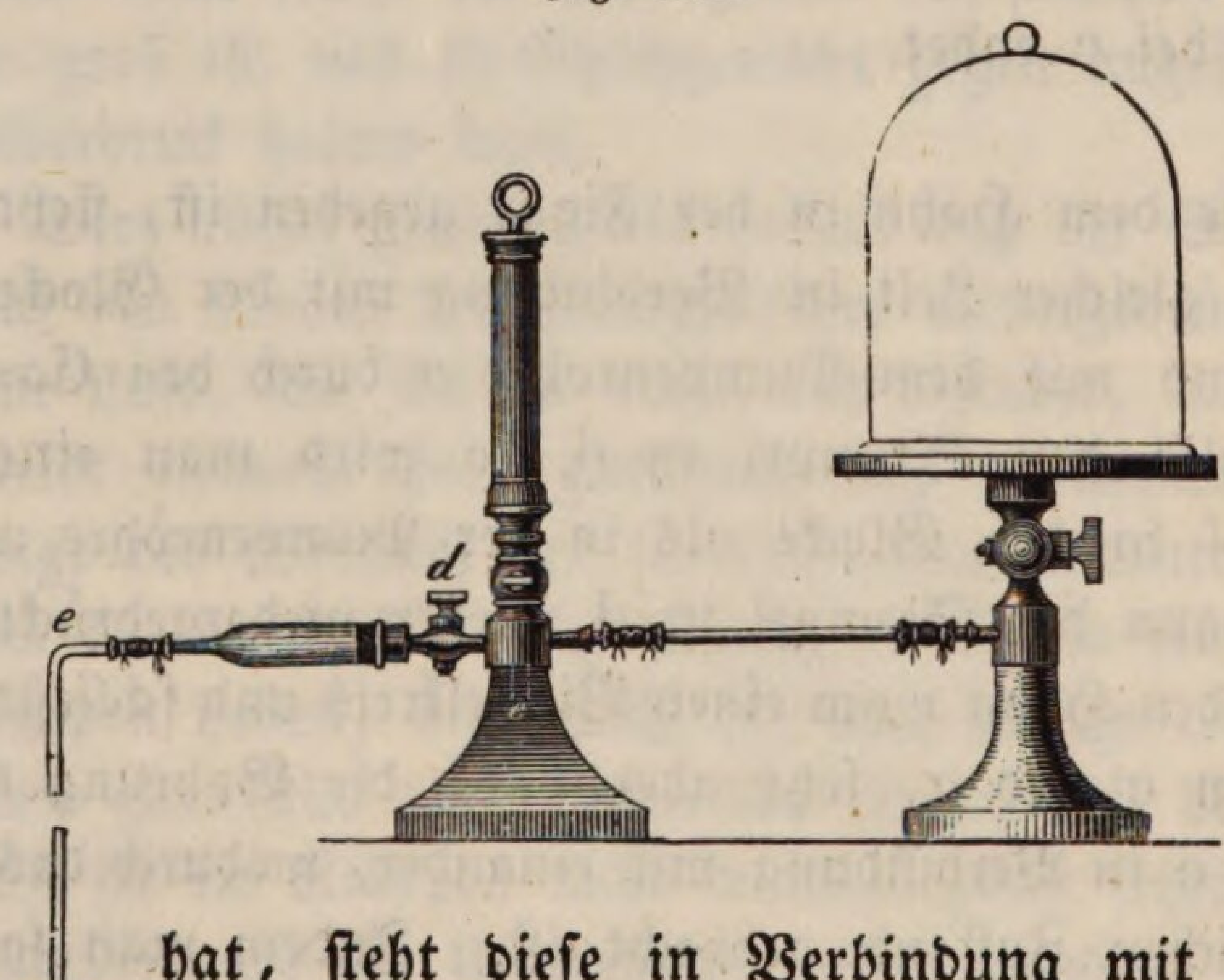


In der Stellung, die dem Hahn in der Figur gegeben ist, steht die Pumpenröhre d zu gleicher Zeit in Verbindung mit der Glocke durch die Röhre ux und mit dem Pumpenrohre a durch den Canal csg; hebt man also den Stempel in d, so wird man eine Luftverdünnung sowohl in der Glocke als in der Pumpenröhre a hervorbringen. Soll dann der Stempel in d wieder niedergedrückt werden, so dreht man den Hahn r um einen Viertelkreis und schließt dadurch die Oeffnungen c und g, setzt aber durch die Bohrung t die Oeffnungen b und e in Verbindung mit einander, wodurch das Ganze in den gewöhnlichen Zustand gebracht ist. Indem man so r die beiden verschiedenen Stellungen giebt, je nachdem der Stempel in d gehoben oder gesenkt wird, kann man die Luftverdünnung viel weiter treiben, als bei einer gewöhnlichen Luftpumpe, doch be-

ginnt man nicht eher mit dem Gebrauche des Hahnes, als bis die Verdünnung so weit gebracht ist, als man sie durch Pumpen auf gewöhnliche Weise bringen kann.

170 Bei den Hahnluftpumpen kann man gleichfalls die Wirkung des schädlichen Raumes durch eine von dem Engländer Little ausgedachte Verbesserung bedeutend vermindern. Diese Verbesserung besteht zunächst darin, daß der Boden des Pumpenrohrs, der an der gehörigen Stelle dünner ist, selbst die eine Seite der Hülse des Hahnes ausmacht; die Tiefe des schädlichen Raumes ist nur $\frac{1}{8}$ Zoll und sein Raumgehalt beträgt nicht viel über $\frac{1}{5000}$ des vom Stempel durchlaufenen Raumes. Ferner wird die Luft aus der Pumpenröhre nicht in die Atmosphäre, sondern in einen beinahe luftleeren Raum ausgetrieben, indem nämlich der Hahn die ausgetriebene Luft an eine Röhre abgiebt, die mit dem andern Ende des Pumpenrohres in Gemeinschaft steht, das jedesmal beim Niedergange des Stempels luftleer wird, da dies mit einem luftdichten Deckel verschlossen ist, durch den die Stempelstange sich luftdicht bewegt. Der Deckel ist mit einer Sperrklappe versehen, die sich nach außen öffnet, und durch welche die über dem Stempel befindliche Luft ausgetrieben wird, wenn man ihn aufzieht. Wird also der Stempel niedergestoßen, so wird die unter demselben befindliche Luft durch den Hahn in den luftleeren Raum über den Stempel getrieben, und auf diese Weise kann der schädliche Raum niemals mit Luft von bedeutender Dichtigkeit gefüllt sein.

Fig. 103.



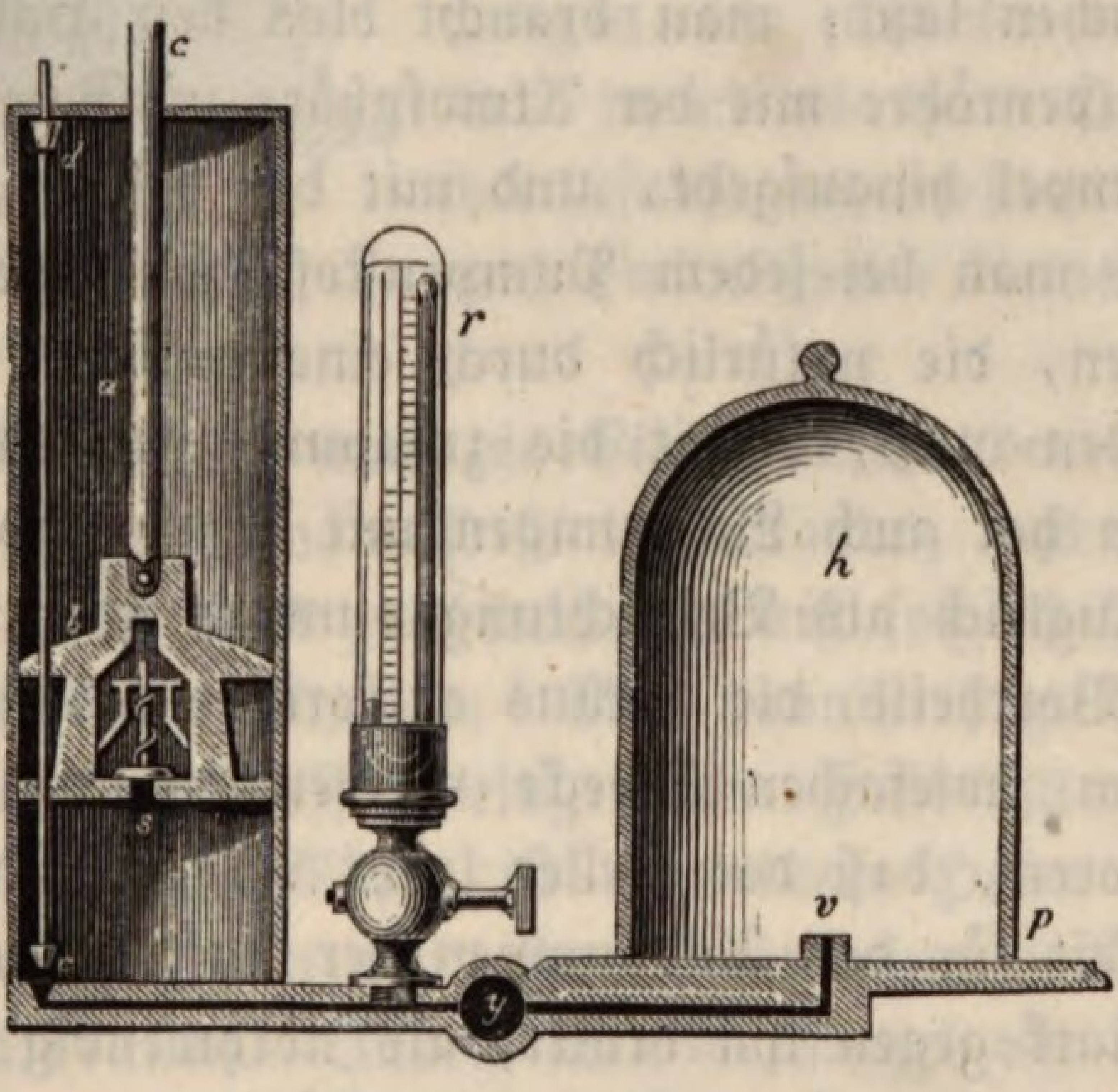
171 Um sehen zu können, bis zu welchem Grade man die Verdünnung der Luft in der Glocke getrieben hat, steht diese in Verbindung mit einer Barometerprobe, das heißt, einem an beiden Enden offenen Rohr e (Fig. 103), dessen unterstes Ende in einer Schale mit Quecksilber steht, und dessen oberstes Ende in Verbindung mit der

Glocke ist. Nach und nach, so wie sich die Luft in der Glocke verdünnt, wird der Druck der umgebenden Luft das Quecksilber in die Röhre hinauftreiben, und der Unterschied der Quecksilberhöhe in diesem Geräth und im Barometer wird die Dichtigkeit der Luft in der Glocke bezeichnen. Man benutzt hiezu auch ein abgekürztes Heberbarometer (Fig. 104), eingeschlossen in ein starkes Glasrohr r (Fig. 105), das durch eine Messingfassung an seinem offenen Ende

Fig. 104.



Fig. 105.



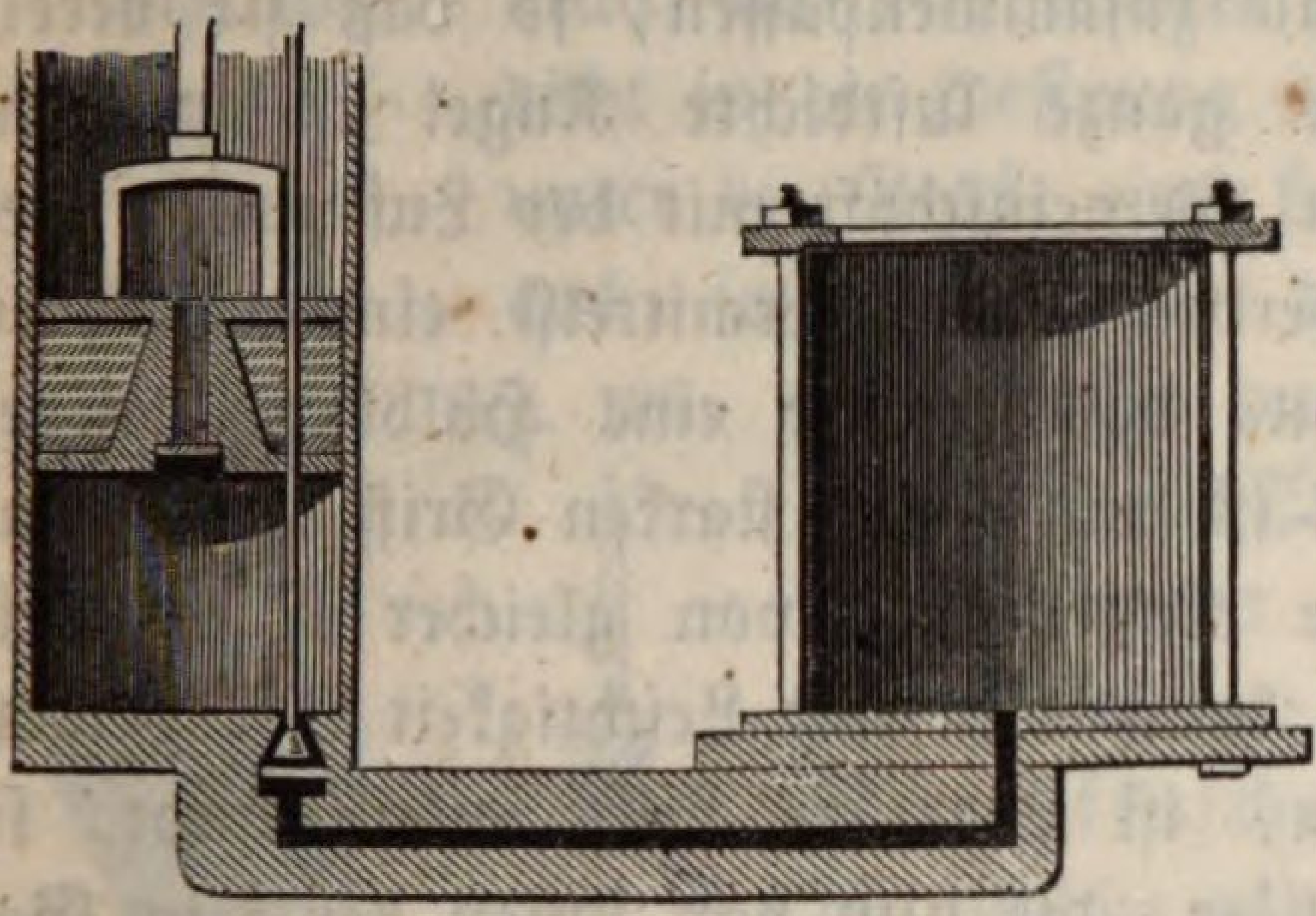
in die Röhre eingeschroben wird, die das Pumpenrohr mit der Glocke verbindet. Diese Barometerprobe ist in der Regel 6 Zoll hoch und das Quecksilber beginnt also nicht eher zu fallen, als bis die Luft bereits bedeutend verdünnt ist. Wenn durchaus kein Luftdruck auf das offene Ende wirkte, so würden die Quecksilberenden in einer waagerechten Linie liegen und die Höhe der einen Quecksilbersäule über der anderen giebt also die Spannkraft der in der Glocke eingeschlossenen Luft an. Die mit der Röhre verbundene Einfassung hat einen Hahn, durch den man nach Gutdünken die Gemeinschaft der Barometerprobe und der Glocke aufheben und wieder herstellen kann. Außer dem Quecksilberbarometer wendet man auch eine Röhre mit Schwefelsäure an, die eine siebenmal geringere Dichtigkeit hat als das Quecksilber, und deshalb alle Veränderungen in größerem Maaßstabe zeigt. Die Verdünnungsgrade, welche nicht sehr weit gehen, werden dann durch den Quecksilberdruck gemessen, die weiter gehenden durch den Druck der Schwefelsäure. Man kann Schwefelsäure nicht anwenden, um jeden Druck zu messen, den man während des Auspumpens zu bestimmen wünscht, weil dann die Säule

zu lang werden würde, zum Beispiel für eine Luftverdünnung, die bis auf $1/7$ ginge, ungefähr 28 bis 29 Zoll

172 Man sieht leicht ein, daß man durch eine Pumpeneinrichtung auf gleiche Weise die Luft in einen Raum hineinpumpen und dadurch die Luft in diesem zusammendrücken oder verdichten kann; eine solche Pumpe heißt eine Verdichtungspumpe. Es ist klar, daß eine Luftpumpe, an der die Gemeinschaft durch einen Hahn geöffnet und gesperrt wird, sich auch als Verdichtungspumpe gebrauchen läßt; man braucht blos den Hahn so zu stellen, daß die Pumpenröhre mit der Atmosphäre in Gemeinschaft steht, wenn der Stempel hinaufgeht, und mit der Glocke, wenn er hinabgeht, so wird man bei jedem Pumpenstoß eine neue Masse Luft in die Glocke stoßen, die natürlich durch eine passende Einrichtung festgehalten werden muß, damit die zusammengedrückte Luft sie nicht aufhebe. Man hat auch Luftpumpen mit Sperrklappen so eingerichtet, daß sie zugleich als Verdichtungspumpen gebraucht werden können, aber die Vortheile, die daraus entspringen, daß man dasselbe Geräth zu einem zwiefachen Zwecke verwenden kann, gehen wieder dadurch verloren, daß der Teller leicht verdorben wird und seine Brauchbarkeit für das Auspumpen der Luft verliert, wenn man die Glocke so stark gegen ihn drückt, als nothwendig ist, damit die verdichtete Luft die Glocke nicht in die Höhe werfe. Darum thut man am besten, eine Pumpe blos zur Verdichtung einzurichten. Dazu giebt man sowohl dem Stempel, als dem Boden des Pumpenrohrs eine Sperrklappe, die sich abwärts öffnet, und dann wird die Luft, wenn man den Stempel aufzieht, eindringen und den untersten Theil der Pumpenröhre füllen, worauf sie, wenn der Stempel niedergestoßen wird, durch die Sperrklappe des Bodens unter die Glocke tritt. Man kann auch den Stempel undurchbrochen nehmen und eine Seitenöffnung in den obersten Theil des Pumpenrohres bohren, durch welche die Luft eindringen muß, wenn der Stempel über sie hinausgeht; der Rückweg wird aber dieser eingedrängten Luft versperrt, wenn der Stempel unter die Oeffnung gekommen ist. Um den Grad der Verdichtung zu messen, bringt man eine eingetheilte, in Gemeinschaft mit der Glocke stehende Röhre an, in welcher etwas Luft mit Quecksilber abgesperrt ist; die verdichtete Luft in der Glocke wird dann auf das Quecksilber drücken, und dies wird wieder die abgesperrte Luft zusammendrücken, deren Dichtigkeit man mit Hülfe des eingetheilten Rohres messen kann.

Nebenstehende Figur 106 zeigt die Einrichtung der Verdichtungs-

Fig. 106.



pumpe; man pflegt zuweilen, wenn man die Luft bis zu einem hohen Grade der Dichtigkeit bringen will, ein Netz von Stahldraht über das Gefäß zu spannen, um der Gefahr vorzubeugen, die eintreten würde, wenn es dem Druck der zusammengepreßten Luft nicht widerstehen könnte.

Mit Hülfe der Luftpumpe kann man die Eigenschaften der Luft 173
auf mannigfaltige Weise zeigen; man ist so im Stande, das Gewicht eines gegebenen Maaßes Luft zu berechnen, und folglich kann man also auch ihre Dichtigkeit bestimmen. Man braucht dazu eine große Glaskugel, die einen mit Messing eingefaßten Hals hat, der sich in eine Röhre öffnet. Diese Röhre ist mit einem Hahn und mit Schraubengängen versehen, um mit einer Luftpumpe in Verbindung gesetzt werden zu können. Indem man die Kugel vor und nach dem Auspumpen wägt, erhält man das Gewicht der in ihr eingeschlossenen Luft, wobei man für genaue Bestimmungen die gehörigen Vorsichtsmaaßregeln treffen muß, zum Beispiel muß man gut getrocknete Luft nehmen, den Wärmegrad und den Luftdruck berücksichtigen u. s. w. Der Raumgehalt der Kugel wird bestimmt, indem man wägt, wie viel Wasser von bekanntem Wärmegrad sie aufnimmt. Hiedurch hat man die Dichtigkeit der Luft zu 0,0012995 bei einem Drucke von 0,76 Meter Quecksilber und bei 0° Wärme gefunden. Da ein Kubikmeter Wasser bei 4° 1000000 Gramm wiegt, so giebt das für einen Kubikmeter Luft 1299,5 Gramm. Ein rheinischer Kubikfuß ist 0,03091568 Kubikmeter, woraus folgt, daß das Gewicht eines Kubikfußes Luft = 40,174926 Gramm oder 0,080349852 Zollvereinspfund zu 500 Gramm, oder, um es in kleineren Gewichten auszudrücken, = 2 Loth 2,285 Quent oder 617,1 Gran. Danach geben bei 0° 12,4456 Kubikfuß ein Pfund. Bei 12° würden diese beinahe 13 Kubikfuß ausmachen.

Zu den ältesten und berühmtesten Versuchen mit der Luftpumpe 174

gehören die an den sogenannten Magdeburgischen Halbkugeln (Fig. 107); sie bestehen aus zwei hohlen Halbkugeln von Metall, welche

Fig. 107.



sehr genau zusammenpassen, so daß sie vereinigt eine ganze luftdichte Kugel ausmachen, welche in Gemeinschaft mit der Luftpumpe gebracht werden kann vermittelst eines Rohres mit Hahn, das an die eine Halbkugel angeschroben ist. Jede Halbkugel ist mit einem starken Griff oder Henkel versehen. So lange die Kugel Luft von gleicher Dichtigkeit mit der Atmosphäre enthält, kann man mit Leichtigkeit ihre beiden Hälften von einander ziehen, ist aber die Luft ausgepumpt, so wird der Druck der Atmosphäre, die nun von innen her kein Gegengewicht hat, mit großer Kraft ihre Trennung verhindern. Der Theil des Luftdruckes gegen jede Halbkugel, der die Trennung verhindert, ist so groß, als der Luftdruck gegen einen größten Kreis der Kugel; ist der Durchmesser der Kugel 6 Zoll, so hat der größte Kreis eine Oberfläche von ungefähr 28 Quadratzoll, und der Druck gegen diese ist, wenn man die Luft als vollkommen ausgepumpt annimmt, 28×14 Pfund $=$ 392 Pfund, was also die Größe des Widerstandes ist, den man auf jeder Seite überwinden muß, um die Halbkugeln von einander zu ziehen. Bei den bekannten Versuchen, welche der Erfinder derselben, Otto von Guerike *), 1654 vor dem Kaiser und den deutschen Fürsten auf dem Reichstage zu Regensburg anstellte, bediente er sich eines Halbkugelnpaares von einer Elle im Durchmesser, deren Zusammenhang nicht durch die Kraft von 24 bis 30 Pferden aufgehoben werden konnte.

175 Auch folgende Versuche dienen dazu, den Druck der Luft zu zeigen; man setzt auf den Teller ein an beiden Enden offenes Rohr von ungefähr 3 Zoll Durchmesser mit abgeschliffenem Rand; dies wird oben mit einer dünnen Glasplatte bedeckt, die gut damit schließt, und wenn man nun die Luft auspumpt, wird der Druck der Atmosphäre alsbald die Glasplatte zerbrechen. Eine Blase, die luftdicht über eine solche Röhre gebunden ist, zerreißt auf gleiche Weise mit einem Knall. Vierkantige Gefäße, aus denen man die Luft auspumpt, werden durch den Luftdruck zersprengt, wogegen runde und gewölbte Gefäße den Druck aushalten.

*) Otto von Guerike erfand die Luftpumpe im Jahr 1650.

Ein Beispiel für die Ausdehnsamkeit der Luft ist der *Herons-* 176
ball (Fig. 108); er ist bis nn mit Wasser gefüllt; die Atmosphäre drückt auf das Wasser in der Röhre jt, welche luftdicht in die Oeffnung a paßt. Bringt man ihn nun unter die Glocke einer Luftpumpe und pumpt die Luft aus, so preßt die in dem Balle eingeschlossene Luft das Wasser durch die Oeffnung j hinaus und bildet einen Springbrunnen. Eine Anwendung hiervon ist ein Geräth, das oft von den Chemikern gebraucht wird, nämlich die *Spritzflasche* (Fig. 109), eine gemeine Medicinflasche mit einem Kork verschlossen, durch den eine Röhre geht, die am einen Ende in eine Spitze ausgezogen ist. Die Flasche ist ungefähr halb mit Wasser gefüllt. Man bläst durch die Röhre mit Anstrengung Luft hinein, kehrt schnell die Flasche um, und sperrt so die zusammengedrückte Luft ab; diese dehnt sich wieder aus, sobald der Druck aufhört, und treibt nun das Wasser durch die Röhre in einem feinen Strahl, der bei chemischen Analysen sehr brauchbar zu Auswaschungen ist.

Fig. 108.



Fig. 109.



Fig. 110.



Die Kraft, womit die stark zusammengepreßte Luft 177
sich ausdehnt, liegt der Einrichtung der Windbüchse zum Grunde; diese besteht aus einem hohlen Kolben, der Luftkammer, welcher an das Ende des Laufes geschroben wird, von dem er durch eine Sperrklappe getrennt ist; diese wird durch den Drücker geöffnet, wenn man die Büchse abschießen will. Die Luft wird im Kolben durch ein Pumpenrohr mit einer Seitenöffnung oben (172), an das man ihn schraubt, zusammengedrückt; die Sperrklappe des Kolbens macht eine Sperrklappe am Boden des Rohres überflüssig. Die Sperrklappe ist hier ein kegelförmiger Pfropf, der durch eine Spiralfeder gegen die Oeffnung im Kolben gedrückt wird. Da dieser bei jedem Schusse nur eine sehr kurze Zeit lang offen bleibt, so wird sehr wenig Luft verloren, was den Vortheil hat, daß man mit derselben Luftladung viele Schüsse thun kann, wobei jedoch die Kraft, mit der die Kugel fortgeschleudert wird, bei jedem

neuen Schusse schwächer wird. Das Abschießen der Windbüchse geschieht, indem man die Sperrklappe zurückdrückt, und zwar mit Hülfe eines Stäbchens, das durch plötzlichen Schlag dieselbe öffnet, und dadurch für einen Augenblick den Ausgang für die Luft

Fig. 111.

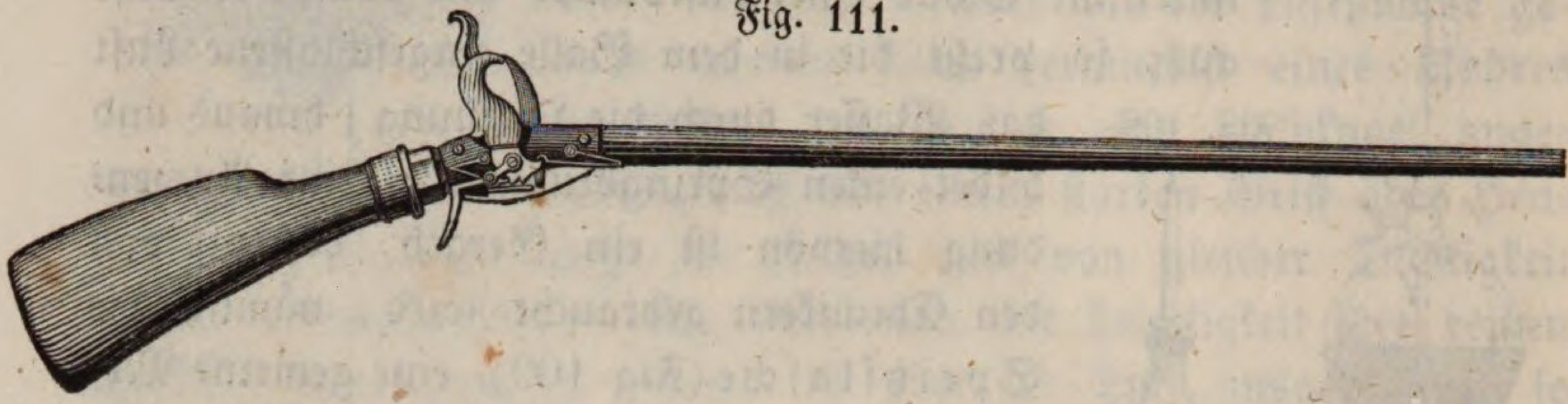


Fig. 112.

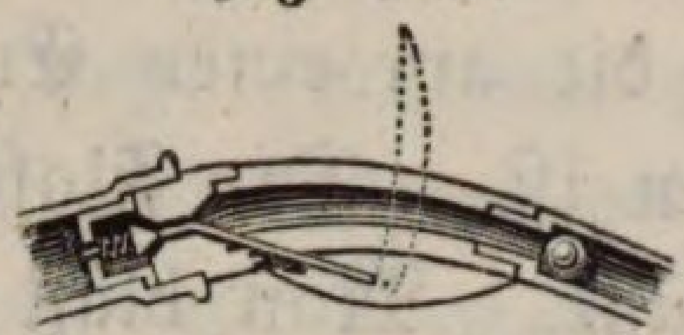
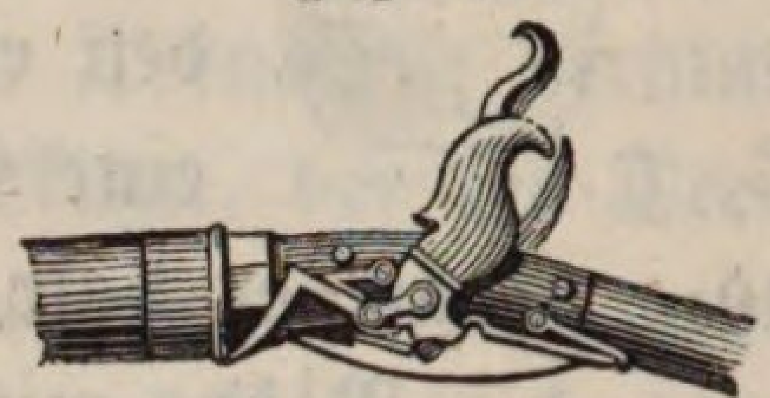


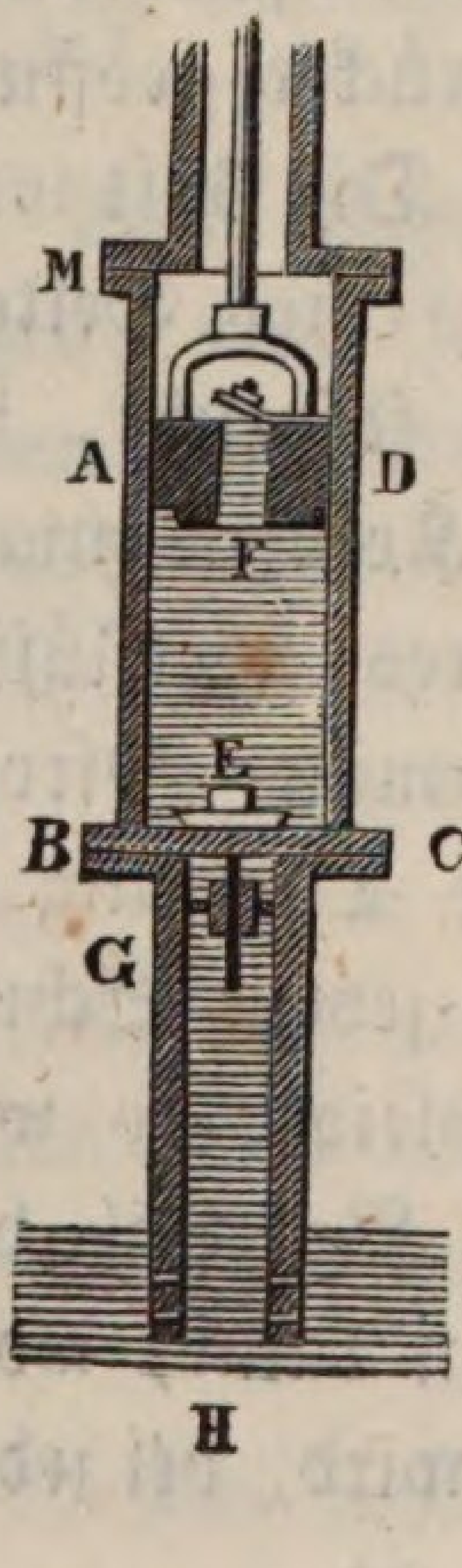
Fig. 113.



in der Windkammer zu Wege bringt. Dieses Stäbchen wird durch ein Schloß in Bewegung gesetzt, das ähnlich eingerichtet ist, wie das Schloß am gemeinen Schießgewehr; die Einrichtung desselben sieht man aus der Figur.

178 Wenn eine Röhre mit ihrem einen Ende in einer Flüssigkeit steht, und man in dem anderen Ende der Röhre die Luft verdünnt, so wird das Gleichgewicht zwischen dem Druck der Luft in der Röhre und dem Druck der Atmosphäre außenvor aufgehoben, und der größere äußere Druck treibt nun die Flüssigkeit in der Röhre in

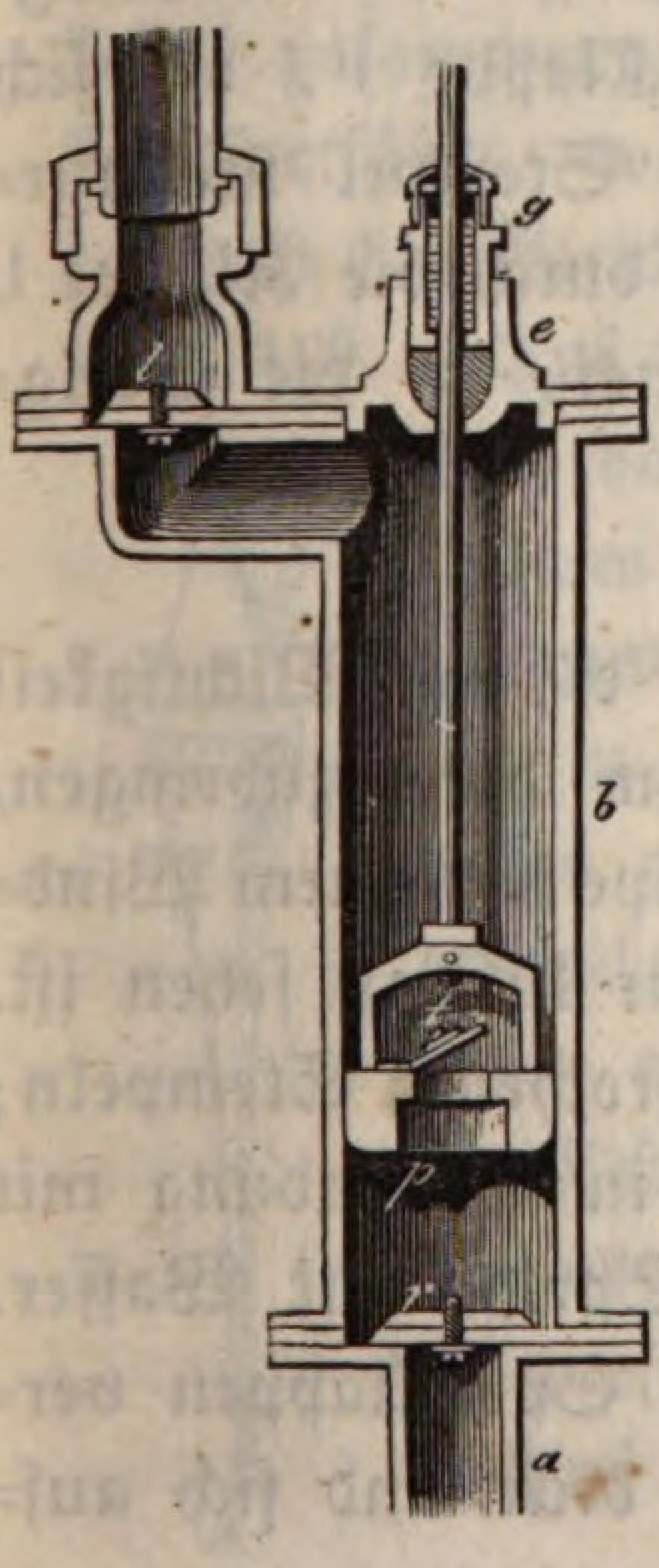
Fig. 114.



die Höhe so weit, bis das Gleichgewicht zwischen dem äußeren und inneren Drucke wiederhergestellt ist. Eine Anwendung davon ist die Saugpumpe, von der die Figur 114 einen Durchschnitt darstellt. BM ist das Pumpenrohr, worin sich der Stempel AD bewegt. Der Stempel ist durchbrochen und die Oeffnung ist mit einer Sperrklappe F bedeckt, die sich aufwärts öffnen kann; mit einer ähnlichen Sperrklappe E ist die Oeffnung im Boden BC bedeckt; GH ist eine Röhre, die von dieser Oeffnung zum Wasserbehälter hinabgeht, und heißt das Saugrohr. Zieht man nun den Stempel auf, so wird nach einigen Stempelschlägen die Luft in der Pumpenröhre sich allmählig verdün=

nen, und der Druck der Atmosphäre das Wasser aus dem Behälter durch die Saugröhre und die Oeffnung im Boden der Pumpenröhre treiben, welche zum Theil damit angefüllt werden wird. Stößt man den Stempel wiederum nieder, so wird das Wasser durch die Klappe E am Zurückgehen gehindert, aber durch den Druck des Stempels gezwungen, die Klappe F zu öffnen und über den Stempel zu treten, der bei dem nächsten Pumpenschlag das Wasser bis zu einer Oeffnung hebt, aus welcher es ausläuft. Da der Luftdruck nur Gleichgewicht gegen eine Wassersäule von beinahe 33 Fuß Höhe halten kann, so sieht man leicht, daß auf diese Weise das Wasser nicht zu einer Höhe gehoben werden kann, die 33 Fuß übersteigt, ja im praktischen Leben bringt man es natürlich um der Mängel in Ausführung der Arbeit willen niemals so weit. Da die Geschwindigkeit, mit der das Wasser in der Pumpe steigt, auf dem Ueberschuß des Luftdruckes über den Wasserdruck beruht, so muß man sich sogar begnügen, eine viel geringere Höhe der Saugröhre zu benutzen. Daß das Wasser selbst in den besteingerichteten Saugpumpen nicht höher steigen könne, war aus der Erfahrung bekannt, ehe man den Grund dazu wußte, und gerade diese Erfahrung war es, welche Toricelli zur Entdeckung des Barometers leitete (1643). Man nahm vor dieser Zeit an, das Wasser steige in den leeren Raum aus einem vermeintlichen Abscheu der Natur vor dem Leeren (horror vacui). Der Ausdruck enthält jedoch unter einem Bilde eine viel umfassendere Meinung, als man gemeiniglich hineinlegt; nämlich daß die Natur durch verschiedene Wirksamkeiten, z. B. Verdampfung, Eindringen der Gase und vielleicht unbekannter Materie u. s. w., jede Leere ausfüllt, die durch andere Wirksamkeiten hervorgebracht werden könnte.

Fig. 115.

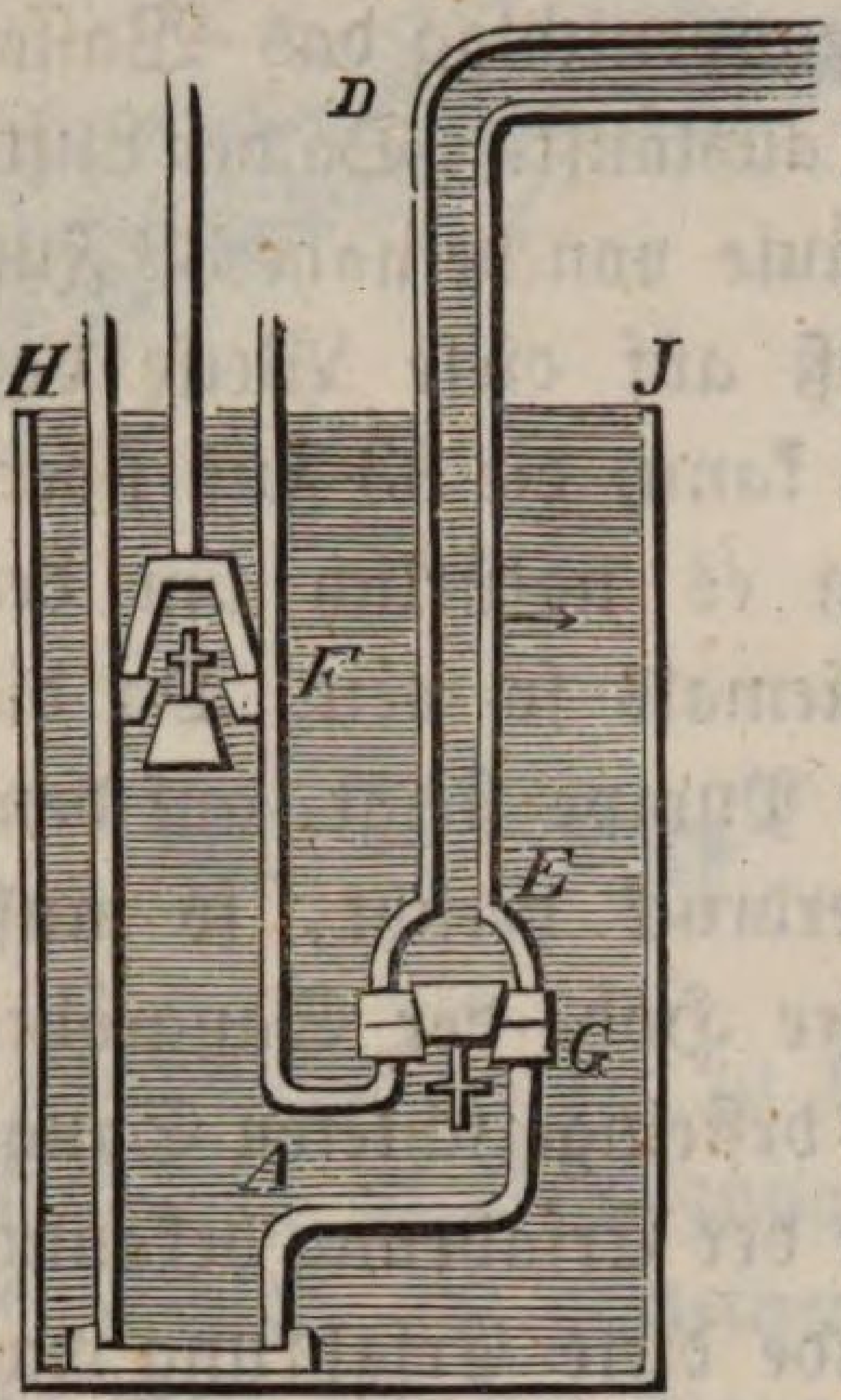


Läßt man die Saugröhre aus, und stellt den 179
untersten Theil des Pumpenstiefels unter den Wasserspiegel, so hat man die Hebepumpe (Fig. 115); die Höhe, zu der man mit dieser das Wasser heben kann, beruht offenbar nur auf der Länge der Pumpenröhre. Sie wird oft mit der Saugpumpe verbunden, indem man die Ablaufröhre nicht dicht über dem höchsten Punkte, den der Stempel erreicht, anbringt, son-

dern der Pumpenröhre eine lange Fortsetzung giebt, welche man Steigröhre nennt, wodurch man in den Stand gesetzt ist, das Wasser zu beliebiger Höhe zu heben. Eine solche in der Fig. 115 dargestellte Pumpe wird häufig in den Bergwerken angewendet.

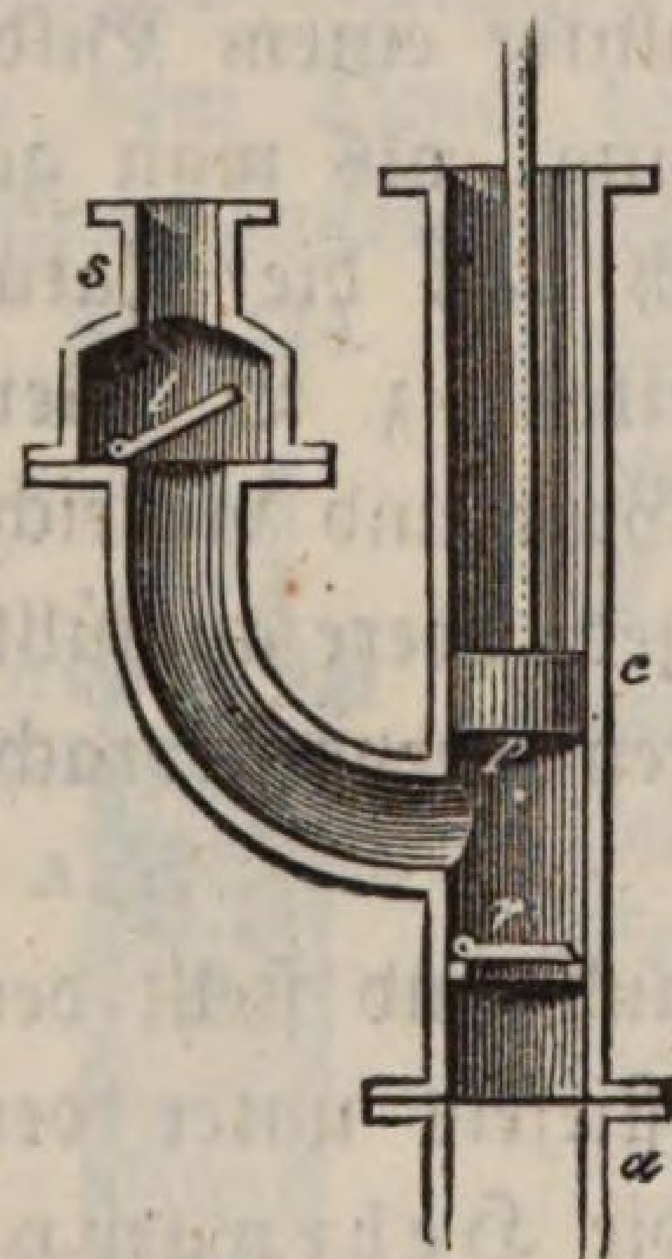
180 Die Druckpumpe (Fig. 116) besteht aus einer oben offenen und unten verschlossenen Pumpenröhre, welche gänzlich unter dem Wasserspiegel HI steht. Der Stempel ist durchbrochen, und die Oeffnung schließt sich durch eine Klappe F, die sich abwärts öffnet; wird also der Stempel aufgezogen, so dringt das Wasser durch die Oeffnung und füllt den Raum unter dem Stempel, und wenn dieser wieder hinabgestoßen wird, so treibt er das Wasser durch die Seitenöffnung A über die Klappe G in die Steigröhre DE. Die Klappe G, welche sich aufwärts öffnet, verhindert das Wasser, wieder zurückzugehen, wenn der Stempel wieder aufgezogen wird.

Fig. 116.



181 Die Verbindung der Druck- und Saugepumpe sieht man aus nebenstehender Figur 117. Der Stempel p ist undurchbrochen, und wenn er in die Höhe gehoben wird, so steigt das Wasser in die Saugröhre a hinauf durch die Klappe r, die sich aufwärts öffnet; wird der Stempel niedergestoßen, so geht das Wasser durch die Klappe l, die sich auch aufwärts öffnet, in die Steigröhre s.

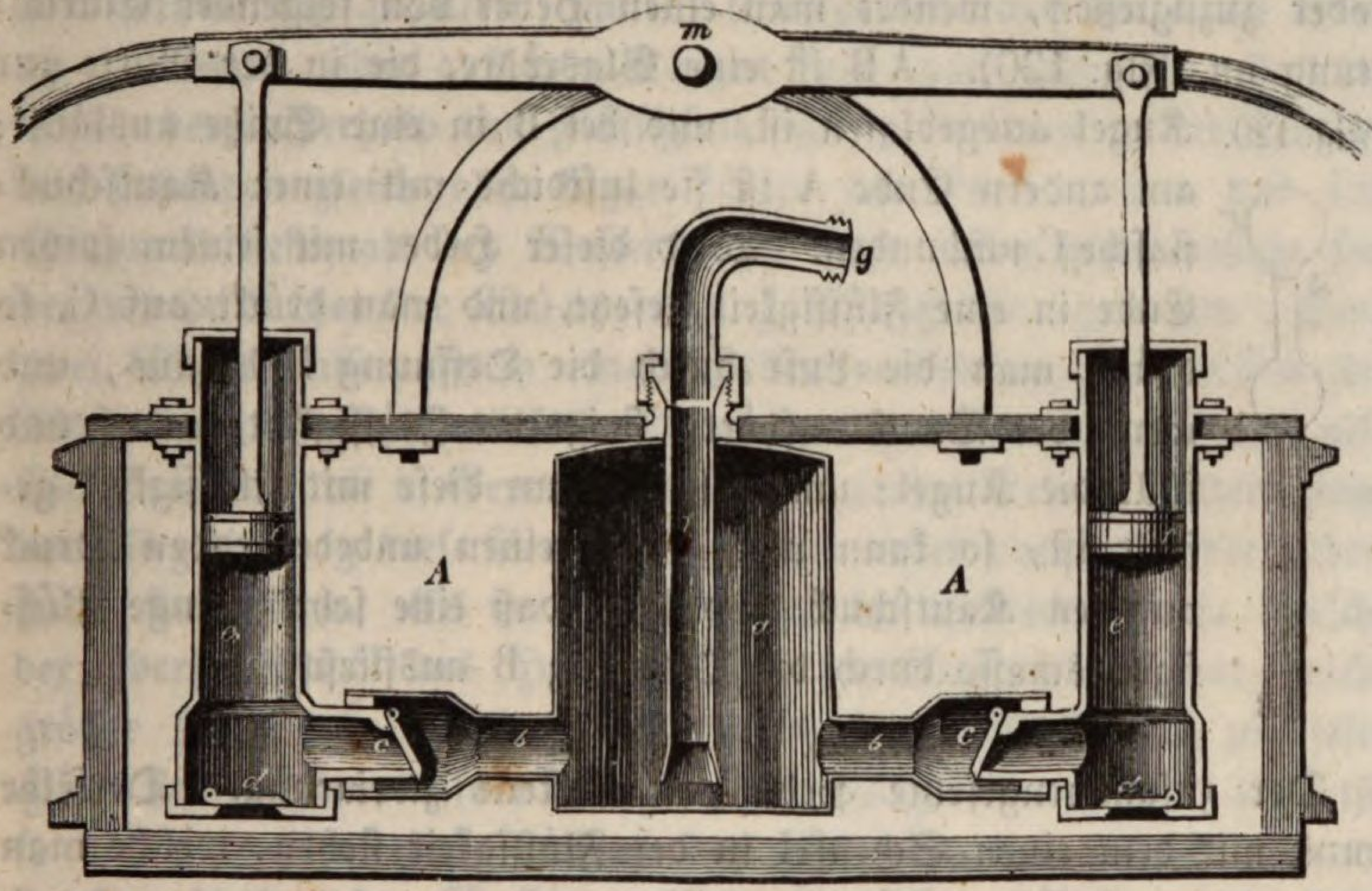
Fig. 117.



182 Bei der Feuerspritze, wo es von Wichtigkeit ist, einen beständigen Strom hervorzubringen, verbindet man die Druckpumpe mit einem Windkessel, dessen Einrichtung in der folgenden Figur 118 zu sehen ist. e und e sind zwei Pumpenröhren mit undurchbrochenen Stempeln; durch eine Röhre, die Saugschlange, die in Verbindung mit einem Wasserbehälter steht, versorgt sich die Spritze mit Wasser. Jedes der beiden Pumpenrohre ist mit zweien Sperrklappen versehen, deren eine d die Oeffnung im Boden deckt und sich auf-

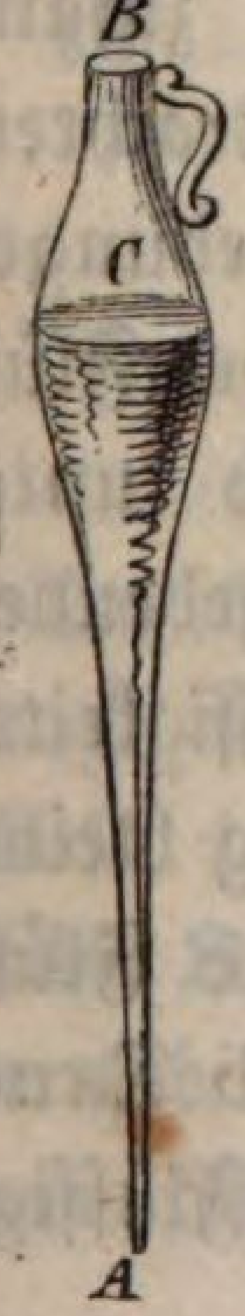
wärts öffnet, während die andere c zur Windkammer a führt und sich gegen diese einwärts öffnet; die Windkammer hat eine Oeffnung, durch welche die Schlange hg geht. Die äußere Oeffnung dieser Schlange ist mit einem Mundstück versehen, durch welches der Wasser-

Fig. 118.



strahl kommen soll; dieses wird so lange mit dem Finger zugehalten, bis die Luft im Kessel hinreichend zusammengedrückt ist, um das Wasser mit großer Kraft hinauszutreiben. Da die im Windkessel zusammengepreßte Luft zufolge ihrer Ausdehnsamkeit zu wirken fortfährt, während die Stempel auf- und abgehen, so wird dadurch die Gleichförmigkeit des Strahles erhalten.

Fig. 119.



Auf den Druck der Luft ist auch der **Heber** begründet; 183
man hat zwei Arten desselben, den **einfachen** und den **zusammengesetzten**. Der erstere, der auch Stechheber genannt wird, besteht blos aus einer Röhre (Fig. 119), die in der Mitte erweitert und an den Enden eng ist; dieser wird mit dem spitzen Ende A in eine Flüssigkeit getaucht, und der Finger auf die Oeffnung B gesetzt, oder wenn man den Heber nicht tief genug tauchen kann, wird die Flüssigkeit vorher aufgesogen. Hebt man ihn dann heraus, so wird der Druck der Atmosphäre die darin eingeschlossene Flüssigkeit tragen.

Auf diese Weise kann man einen Theil einer Flüssigkeit

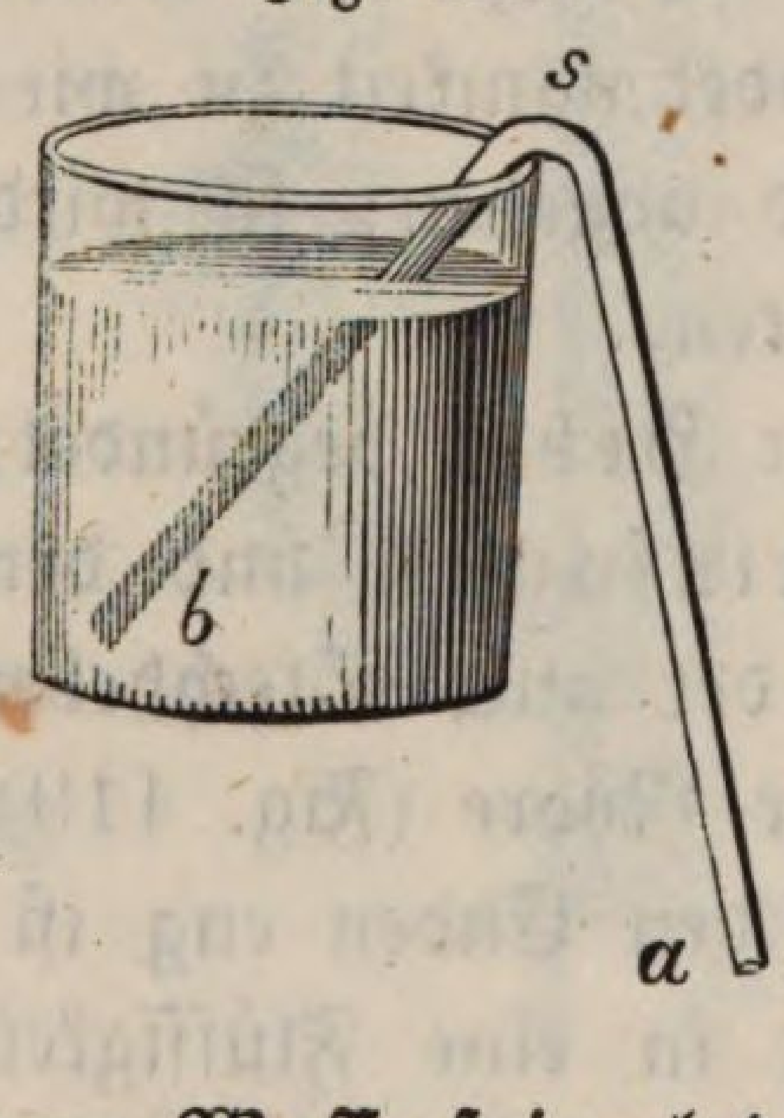
aus einem Gefäße heben, in das sie eingeschlossen ist, das nur eine kleine Oeffnung hat, und aus dem man um anderer Gründe willen die Flüssigkeit nicht ausgießen kann, z. B. aus großen Weinfässern. Bei physischen und chemischen Versuchen, wo man oft wünscht, eine ganz geringe Flüssigkeitsmasse entweder fortzunehmen oder zuzugießen, wendet man einen Heber von folgender Einrichtung an (Fig. 120). AB ist eine Glasröhre, die in der Mitte zur Kugel ausgeblasen ist, und bei B in eine Spitze ausläuft; am andern Ende A ist sie luftdicht mit einer Kautschuckflasche C umbunden. Wird dieser Heber mit seinem spitzen Ende in eine Flüssigkeit gesetzt, und man drückt auf C, so drückt man die Luft durch die Oeffnung B hinaus, und wenn der Druck aufhört, steigt die Flüssigkeit hinauf und füllt die Kugel; umgekehrt, wenn diese mit Flüssigkeit gefüllt ist, so kann man durch einen unbedeutenden Druck auf den Kautschuck bewirken, daß eine sehr geringe Flüssigkeitsmasse durch die Oeffnung B ausfließt.

Fig. 120.



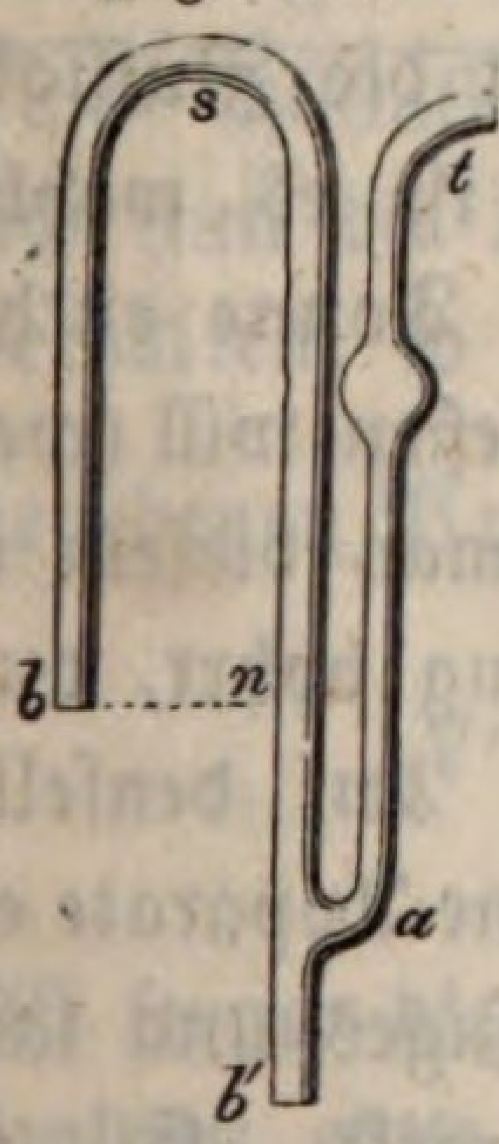
184 Der zusammengesetzte Heber ist meistens zweiarmig. Derselbe muß mit dem einen Schenkel in der Flüssigkeit stehen, welche man aus einem Gefäße entfernen will, und er muß entweder durch Saugen mit Flüssigkeit gefüllt werden, oder vorher damit gefüllt sein, und dann auf passende Weise in die gehörige Stellung gebracht werden (Fig. 121). Wenn der Luftdruck es nicht hinderte, so würde die Flüssigkeit in den beiden Armen der Röhre sich trennen und der Inhalt nach beiden Seiten ausfließen, da aber der Luftdruck diesem vorbeugt, so ist die Flüssigkeit in der Röhre bs als eine zusammenhängende bewegliche Masse zu betrachten, in welcher zwei entgegengesetzte Bestrebungen zur Bewegung stattfinden. Der Theil der Flüssigkeitssäule im Schenkel bs, der sich unter dem Wasserspiegel des Gefäßes befindet, wird von der umgebenden Flüssigkeit getragen, und so ist es nur der Druck der Flüssigkeitssäule über dem Wasserspiegel, der als bewegende Kraft übrig bleibt. In dem Schenkel sa dagegen ist die bewegende Kraft eine Flüssigkeitssäule von der Länge des ganzen Schenkels, und der Druck ist also bedeutend größer in der Richtung sa, so daß die Flüssig=

Fig. 121.



keit aus der Röhre sa auslaufen, und damit fortfahren muß, bis der Wasserspiegel in dem Gefäße so weit niedergesunken ist, daß er in waagerechter Linie mit a liegt, in welchem Falle die bewegenden Kräfte gleich groß sind. Gewöhnlich macht man den einen Arm des Hebers länger als den anderen, und lange wurde dies für nothwendig gehalten, um ein Uebergewicht auf der einen Seite zu gewinnen, aber aus dem Obigen sieht man leicht ein, daß der Arm, der außerhalb der Flüssigkeit ist, gerne dem in der Flüssigkeit stehenden gleich oder sogar kürzer sein kann, wenn nur sein Endpunkt tiefer als der Wasserspiegel liegt. Der gleicharmige Heber wurde früher der Würtembergische Heber genannt. Sind zwei Wassermassen durch einen Heber verbunden, so müssen ihre Wasserspiegel bald in dieselbe Ebene zu liegen kommen, so daß also Wassermassen, die in Gemeinschaft mit einander stehen, allezeit gleich hoch liegen, mag diese Gemeinschaft nun unter oder über der Oberfläche stattfinden. Es versteht sich, daß die senkrechte Höhe, welche der oberste Punkt des Hebers über dem Wasserspiegel hat, nicht größer sein darf, als daß der Luftdruck das Wasser bis zu dieser Höhe heben kann, also nicht mehr als höchstens ungefähr 33 Fuß, so daß man also einsieht, daß der Gedanke, den man in älteren Zeiten gehabt hat, Wasserleitungen über Berge oder andere hohe Stellen zu führen, sich nicht verwirklichen läßt.

Fig. 122.



Um den Heber bequemer vollsaugen zu können, 185
ohne etwas von der Flüssigkeit in den Mund zu bekommen, giebt man ihm einen Ansatz at, wie in der Figur 122.

Die Mündung des kürzeren Armes wird in die Flüssigkeit gesetzt, und die Oeffnung bei b′ wird entweder durch eine auswärtsgehende Klappe oder mit dem Finger verschlossen, dann kann man leicht bei t die Luft aussaugen.

Auf der Natur des Hebers beruht auch die auffallende Erschei- 186
nung bei einigen Quellen und Brunnen, daß sie sich ausleeren, sobald das Wasser darin eine gewisse Höhe erreicht hat. Eine solche Quelle steht nämlich in Verbindung mit einem von der Natur gebildeten heberförmigen Canal, der erst seine Wirkung beginnt, wenn er voll ist. Man hat auch einen Vexirbecher unter dem

Namen Tantalusbecher eingerichtet, aus dem eine Flüssigkeit, die

Fig. 123.  Fig. 124. 

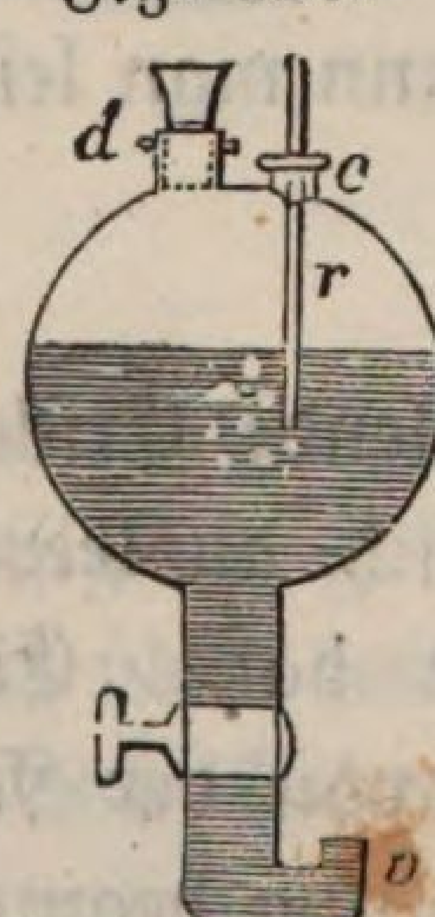
man hineingießt, durch einen verborgenen Heber von selbst ausläuft, sobald sie bis zu einer gewissen Höhe gekommen ist. Die Figuren 123 u. 124 zeigen einen solchen Becher.

187 Vermittelst des Hebers kann man einen ganz gleichmäßigen Wasserstrom erzeugen, wenn man ihn mit einem auf der obersten Wasserfläche schwimmenden Körper verbindet, wodurch seine Mündung stets gleich tief unter dem Wasserspiegel gehalten, und also der Ausfluß stets durch denselben Wasserdruck bestimmt wird. Es versteht sich, daß hiebei das andere Ende des Hebers frei und nicht unter dem Niveau des andern Wasserspiegels befindlich sein muß.

Man hat noch andere Einrichtungen auf dieses einfache Geräth begründet, zum Beispiel einen intermittirenden Heber, sie sind aber von geringer Wichtigkeit.

188 Gießt man eine Flüssigkeit aus einem Gefäße mit enger Oeffnung, z. B. aus einer gewöhnlichen Flasche, so bemerkt man, daß sie nicht in einem zusammenhängenden Strahle läuft, sondern stoßweise, weil die Luft in der Flasche, welche sich allmählig verdünnt, durch Luftblasen ersetzt wird, die durch die Oeffnung eindringen; bringt man dagegen an noch einer anderen Stelle eine Oeffnung an, durch welche die Luft eindringen kann, so läuft die Flüssigkeit in einem zusammenhängenden Strahle aus. Auch ist es wohlbekannt, daß die in einem Anker oder einer anderen Tonne enthaltene Flüssigkeit oftmals nicht durch den Hahn ausfließen will (wenn nämlich die Tonne ringsum luftdicht ist), und daß man diesem abzuhelfen pflegt, indem man oben eine kleine Oeffnung bohrt, durch

Fig. 125.



welche die Luft eindringen kann. Auf denselben Umstand gestützt, hat man verschiedene Apparate eingerichtet, durch die man ein gleichmäßiges und langsames Ausströmen der Flüssigkeit bewirkt. Ein solcher ist in der nebenstehenden Figur 125 abgebildet. Das Gefäß hat oben zwei Oeffnungen d und c, deren eine d mit einem Pfropf geschlossen ist, und blos dazu dient, die Flüssigkeit einzugießen; die andere Oeffnung c hat einen Pfropf, durch den luftdicht die Röhre r geht. Steht die Flüssigkeit bei der in der Figur angegebenen

Höhe, so wird sie nach und nach, aber sehr langsam durch die Oeffnung v ausfließen, indem für jeden Tropfen Flüssigkeit, der aus der Oeffnung v ausfließt, eine Luftblase durch die Röhre r eindringen muß.

Aus den früheren §§. sieht man ein, daß Wägungen bei verschie- 189
dener Dichtigkeit der Luft nur geringe Unterschiede geben können, denn jeder Körper muß in der Luft so viel von seinem Gewichte verlieren, als die Luftmasse wiegt, deren Raum er einnimmt (§. 101). Bei den allermeisten Wägungen hat dieser Unterschied allzuwenig Bedeutung, um eine besondere Berichtigung zu fordern; aber bei feinen Gewichtsbestimmungen ist eine Berichtigung vonnöthen. Sei das Gewicht, das man für einen gegebenen Körper in der Luft gefunden hat, $= V$, aber sein wirkliches Gewicht in dem luftleeren Raum $= V'$; bezeichne dann d die Dichtigkeit der Luft in Vergleichung mit dem Körper, also dV' die tragende Luftmasse, so ist $V = V' - dV'$ und also $V' = \frac{V}{1 - d}$. Hätte z. B. der Körper die Dichtigkeit des Wassers, wann es am dichtesten ist, so würde die Dichtigkeit der Luft bei 0^0 und 0,76 Meter Quecksilberhöhe = 0,0012995 sein, eine Größe, die in diesem Falle an die Stelle von d zu setzen wäre. Da sich aber die Luft durch die Wärme für jeden Grad um 0,003667 ihres Raumgehaltes bei 0^0 ausdehnt, so daß sie bei t Graden einen Raum $1 + 0{,}003667\,t$ einnimmt, so muß man anstatt d setzen $\frac{d}{1 + 0{,}003667\,t}$ oder annäherungsweise $d\,(1 - 0{,}003667\,t)$. Da sich nun die Dichtigkeiten zugleich wie die Größen des Luftdruckes verhalten, so wird die Dichtigkeit der Luft bei einer in Metern angegebenen Barometerhöhe B gleich $\frac{dB}{0{,}76}$. Man hat also

$$V' = \frac{V}{1 - 0{,}0012995\,(1 - t.0{,}003667)\frac{B}{0{,}76}}$$

Ist ferner die Dichtigkeit des Körpers nicht der des Wassers gleich, sondern etwa = W, so ist die Dichtigkeit der Luft in Vergleich zu ihm nicht mehr = 0,0012995, sondern diese Größe muß mit W dividirt werden, wodurch man also erhält:

$$V' = \frac{V}{1 - 0{,}0012995\,(1 - t.0{,}003667\frac{B}{0{,}76}\cdot\frac{1}{W}}$$

oder angenähert: $V' = V\left[1 + 0{,}0012995\,(1 - t.0{,}003667)\frac{B}{0{,}76}\cdot\frac{1}{W}\right]$.

Da sich die Dichtigkeit der Luft auch durch die darin enthaltenen Dämpfe verändert, so sollte auch hierauf Rücksicht genommen werden; auch die Wärmeausdehnung des zu wägenden Körpers sollte in Berechnung gebracht werden, aber sie ist meistens von verschwindendem Einflusse.

Man kann die hier verlangten Beobachtungen des Wärmegrades der Barometerhöhe und des Feuchtigkeitszustandes (den wir hier außerhalb der Berechnung gehalten haben) durch eine viel unmittelbarere Bestimmung ersetzen. Man verschaffe sich eine hohle Glaskugel, deren Raumgehalt man ganz genau bestimmt. Es ist bequem, diesen in Kubikcentimetern zu bestimmen. Da jeder Kubikcentimeter Wasser in höchster Dichtigkeit eine Gramme wiegt, und jeder Kubikcentimeter Luft (bei 0^0 und 0,76 Barometerhöhe) folglich 0,0012995 Gramme wiegen muß, so kann man leicht das Gewicht der Kugel im leeren Raum bestimmen; denn man weiß, daß sie bei dem Wärmegrade 0 und bei 0,76 Barometerhöhe so viel mal 0,0012995 Gramme verlieren muß, als sie Kubikcentimeter enthält. Gesetzt, sie hielte 84 Kubikcentimeter, so wöge die entsprechende Luftmasse 0,1091580 Gramme. Wöge sie im luftleeren Raume 30 Gramme, so sollte sie also unter den vorausgesetzten Umständen 30 — 0,109158 Gramme wiegen. Wöge sie aber unter anderen Umständen 30 — 0,102500, so hätte man $\frac{0,102500}{84} = 0,0012202$, und die Formel wird dann

$$V' = V\left(\frac{1 + 0,0012202}{W}\right)$$

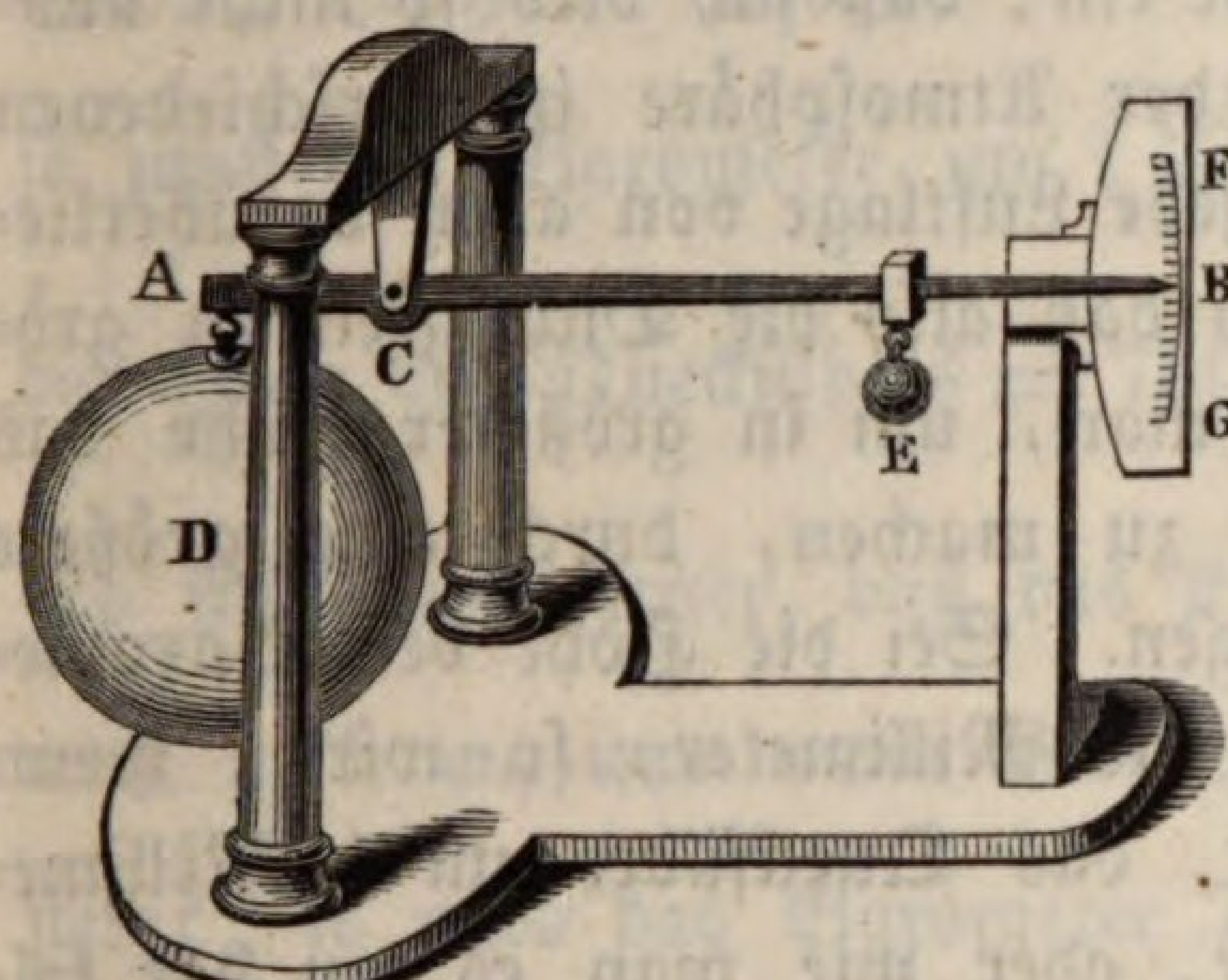
Die Versuche, durch welche die Wucht der Kugel ein für alle Mal bestimmt wird, können ausgeführt werden, indem man sie in Wasser wägt, und die Wägung nach den oben angeführten Grundsätzen berichtigt. Ein Beispiel wird am besten deutlich machen, wie man dies mit großer Annäherung erhält.

Wöge die Kugel im Wasser 30 Gramm weniger als in der Luft, und schlüge man danach den Kubikinhalt zu 30 Kubikcentimetern an, so würde etwas fehlen, da ja die Luft einen solchen Raum mit 30 $\times$ 0,0012995 Gramm Kraft tragen mußte. Des Körpers wahres Gewicht wäre also 30,038985 gewesen, und also sein Raumgehalt nicht 30, sondern 30,038985 Kubikcentimeter. Aber in diesem Falle sollte er 0,038985 $\times$ 0,0012995 Gramm = 0,0000507 Gramm mehr in der Luft verlieren, so daß das Gewicht der vertriebenen Luft nicht 30 : 0,0012995, sondern 30,039036 : 0,0012995 Gramm würde. Da diese Berichtigung nur 0,05 Theile eines Milli=

gramm ausmacht, so ist es unnöthig, die Betrachtung weiter fortzusetzen.

Zu Beobachtungen über die Dichtigkeit der Luft schlug Otto von 190
Guerike das Manometer vor, das auch Dasymeter genannt wird. Man könnte es zweckmäßig die Luftwaage nennen, wenn nicht dies Wort im Deutschen schon statt Barometer gebraucht worden wäre (Fig. 126). Es besteht aus einem Waagebalken AB, an dem ein großer hohler Körper D durch einen kleineren massiven Körper E, der sich auf dem eingetheilten Hebelarm BC verschieben läßt, in Gleichgewicht gehalten wird. Da die Luft von dem Gewichte jeder dieser Kugeln so viel trägt, als die von demselben verdrängte Luft wiegt, so muß der größere Körper mehr von seinem Gewicht verlieren als der kleinere, wenn die Luft dichter wird, und muß deshalb steigen, oder, wenn die Luft dünner wird, sinken. Dies Geräth ist niemals allgemein in Gebrauch gekommen, und paßt auch kaum zu täglichen Beobachtungen, denn es leidet eine große Veränderung in seinen Angaben durch Staub und andere Theile, die sich unvermeidlich aus der Atmosphäre darauf niederschlagen müssen. Soll es ein feines Wägeinstrument bleiben, so wird eine häufige Reinigung nothwendig sein, aber auch leicht das Gleichgewicht zerstören. — Würde es in einen Glaskasten gesetzt, welcher nicht jede Gemeinschaft der eingeschlossenen Luft und der Atmosphäre aufhebt, so würde die Dichtigkeit dieser Luft zwar den Veränderungen im Druck der Atmosphäre folgen, aber nicht mit erforderlicher Geschwindigkeit den Veränderungen durch die Wärme und noch weniger denen durch die Feuchtigkeit.

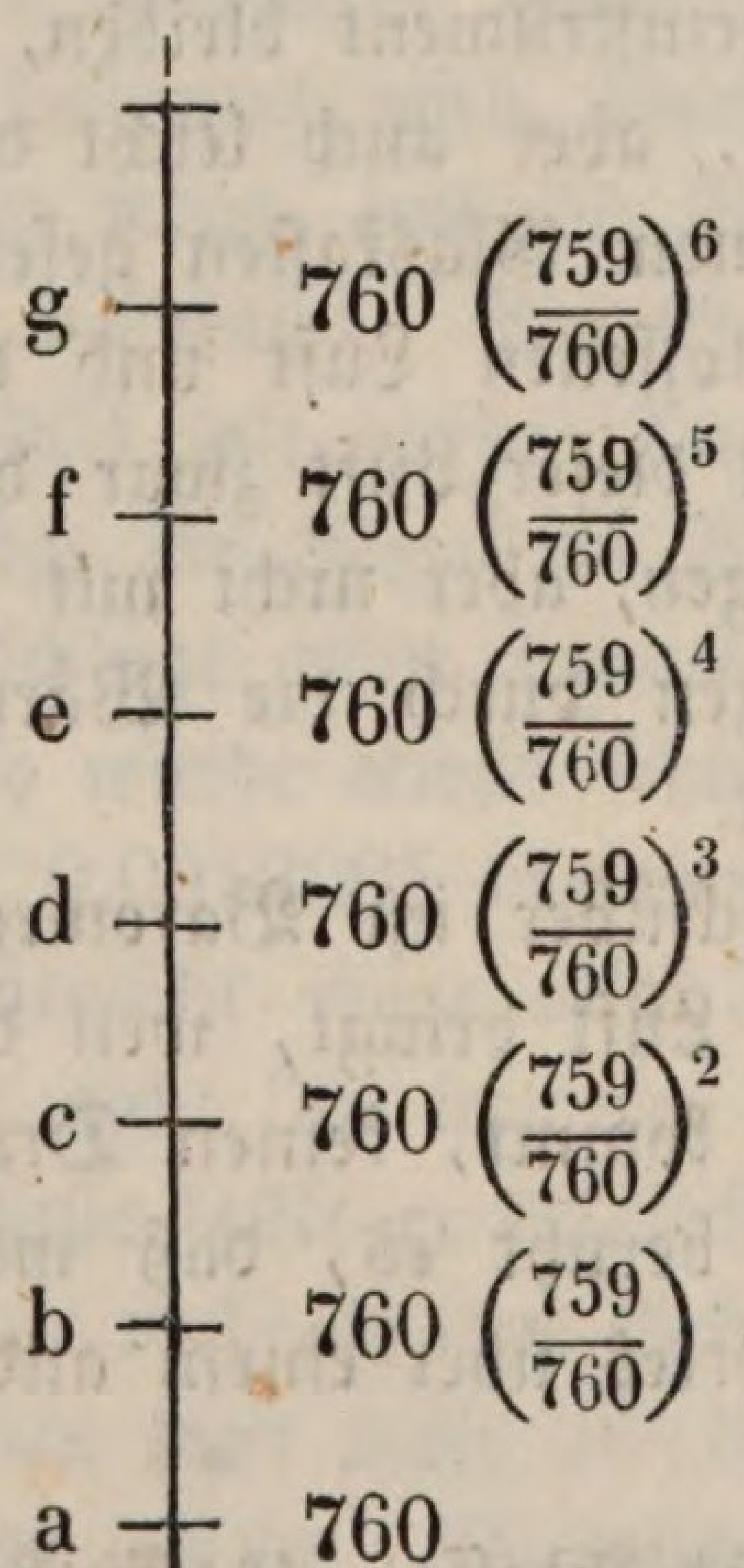
Fig. 126.



Es ist schon oben erwähnt, daß das Quecksilber im Barometer 191
sinken muß, wenn man dasselbe höher in die Luft bringt, weil der Theil der Luftmasse, der unter ihm zu liegen kommt, keinen Druck weiter auf das Quecksilber ausübt. Hierauf beruht es, daß man mit Hülfe des Barometers die Höhe eines Ortes über einem anderen bestimmen kann.

Da die Dichtigkeit der Luft, wenn man das Wasser als Einheit

setzt, bei einem Druck von 0,76 Metern = 0,0012995 und die des Quecksilbers = 13,598 ist, so kann man daraus berechnen, daß das Quecksilber 10464 mal so dicht ist als die Luft, und daß man also, um das Quecksilber ein Millimeter fallen zu machen, das Barometer 10464 Millimeter in die Höhe heben müßte. Wenn nun die Atmosphäre in in allen Höhen gleiche Dichtigkeit hätte, so würde man die Höhe einer Stelle über der andern berechnen können, wenn man den Unterschied der Barometerhöhen beider Orte mit 10464 multiplicirte; man sieht aber leicht ein, daß sich dies so nicht ausführen läßt, da die Dichtigkeit der Atmosphäre in verschiedenen Höhen verschieden ist. Denn da jede Luftlage von allen darüberliegenden zusammengedrückt wird, so daß also die Dichtigkeit in größerer Höhe geringer ist, so muß man, um in größerer Höhe das Quecksilber ein Millimeter fallen zu machen, durch eine größere Strecke als 10464 Millimeter steigen. Sei die Höhe des Barometers an einer gegebenen Stelle 760 Millimeter, so wird, wenn man nun 10464 Millimeter steigt, das Quecksilber um 1 Millimeter fallen, also zu 759 Millimeter, oder wie man es um der folgenden Betrachtung willen ausdrücken kann zu 760 $\left(\frac{759}{760}\right)$. Nun denke man sich verschiedene Punkte a, b, c, d u. s. w. über einander, welche alle denselbigen Abstand von einander haben, nämlich 10,464 Millimeter; dann kann man ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Dichtigkeit innerhalb jeder einzelnen Luftlage ganz durch dieselbe sei. Demnach wird die Luftlage bc weniger dicht sein als ab, und da die Dichtigkeit proportional dem Drucke ist, so werden sich die Dichtigkeiten dieser Lagen verhalten wie die Barometerhöhen in a, b u. s. w.; das heißt, die Dichtigkeit der Luftlage bc ist eben $\frac{759}{760}$ mal die Dichtigkeit der Luftlage ab. Wenn man also von b nach c steigt, so sinkt das Quecksilber nicht um 1 Millimeter, sondern nur um $\frac{759}{760}$ Millimeter. Demnach ist die Barometerhöhe in c gleich 760 $\left(\frac{759}{760}\right) - \frac{759}{760} = \frac{759^2}{760} = 760 \left(\frac{759}{760}\right)^2$.



Auf dieselbe Weise kann man weiter schließen, daß sich die Dichtigkeiten der Lagen bc und cd verhalten wie die Barometerhöhen in b und c, so daß also die Luftlage cd um $\frac{759}{760}$ mal so dicht ist, als die Luftlage bc, und folglich, da bc eine Quecksilbersäule $= \left(\frac{759}{760}\right)$ tragen kann, so kann cd nur eine solche tragen, die $\left(\frac{759}{760}\right) \cdot \left(\frac{759}{760}\right) = \left(\frac{759}{760}\right)^2$. Wenn man dann von c nach d steigt, so muß das Barometer um $\left(\frac{759}{760}\right)^2$ Millimeter fallen; in d ist also die Höhe des Quecksilbers $= 760 \left(\frac{759}{760}\right)^2 - \left(\frac{759}{760}\right)^2 = 760 \left(\frac{759}{760}\right)^3$. So sieht man ferner, daß das Barometer in e $760 \left(\frac{759}{760}\right)^4$ zeigen muß u. s. w., und wenn man also $n \times 10464$ Millimeter über a steigt, so wird das Barometer $760 \left(\frac{759}{760}\right)^n$ zeigen.

Bezeichnet man nun den Barometerstand an einem gegebenen Orte mit B, und den Barometerstand einer anderen Stelle, deren senkrechte Höhe über der ersteren eine gewisse Einheit für das Längenmaaß ist (z. B. ein Meter) durch B′, so folgt aus dem Vorhergehenden, daß der Barometerstand b einer Stelle, welche um m Längeneinheiten höher liegt als B, nun gleich $B \left(\frac{B'}{B}\right)^m$ sein wird, oder wenn man $\frac{B'}{B}$ durch q bezeichnet, so ist $b = Bq^m$. Kennt man also B und b, welche durch Beobachtung gefunden werden können, so kann man daraus m finden. Da nämlich $b = Bq^m$, so ist $\log b = \log B + m \log q$ und $m = \frac{\log b - \log B}{\log q}$. Will man m in Metern ausgedrückt haben, so ist ja

$$B' = 0{,}76 - \frac{1}{10464} = 0{,}7599044 \text{ und } q = \frac{0{,}7599044}{0{,}76} = 0{,}9998743,$$

also $\log q = 0{,}9999454 - 1 = -0{,}0000546$ und $\frac{1}{\log q} = -18315$; Also wird $m = -18315 (\log b - \log B)$ oder $= 18315 (\log B - \log b)$. Die beständige Größe, mit der der Unterschied der Logarithmen multiplicirt werden soll, kann auch durch Versuche gefunden werden;

wenn man nämlich m, das heißt die Höhe der beiden Stellen über einander kennt, die man auf andere Weise bestimmt hat, und wenn man ebenso B und b kennt, so kann man daraus finden, daß $\frac{1}{\log q} = \frac{m}{\log b - \log B}$ ist. Die so gefundene Größe ist 18336. Diese Abweichung kann uns nicht Wunder nehmen, wenn man bedenkt, daß in jedem Experiment zur Bestimmung der Grundgrößen ein kleiner Fehler möglich ist, daß die Luft als trocken angenommen, doch aber jeder Zeit mehr oder minder feucht ist u. s. w. Die hier gegebene Größe gilt jedoch nur für eine Luftwärme von 0^0, und setzt außerdem voraus, daß man durch Berechnung die Wärme des Quecksilbers auf 0^0 zurückgeführt habe. Die Wärme dehnt die Luft so aus, daß man bei höheren Wärmegraden auch höher gestiegen sein muß, um dasselbe Gewicht Luft unter sich zu bringen. Wäre die Luft trocken und gleich warm in allen Höhen, so müßte man für t Grade über 0^0 die durch logarithmische Rechnung gefundene Größe noch mit $1 + t . 0{,}003667$ multipliciren, um die richtige Höhe zu erhalten. Da aber die Luft stets mehr oder weniger Feuchtigkeit enthält, und zwar ungleich viel in verschiedenen Höhen, und man es bisher noch nicht bequem gefunden hat, diese Grade zu messen; da man ferner weiß, daß die Wasserdämpfe, deren Dichtigkeit geringer ist als die der Luft, bei steigender Wärme sich vermehren, so hat man nach ungefährem Ueberschlage der Berichtigung für die Wärme eine kleine Größe hinzugefügt. Setzt man anstatt 0,003667 die Größe 0,004, so erhält man Resultate, welche recht gut mit der Erfahrung übereinstimmen. Bei der Berichtigung für die Wärme ist noch zu bemerken, daß die Wärme sehr selten in allen Höhen gleich ist; man nimmt deshalb die Mittelwärme zwischen dem obersten und dem untersten Wärmegrade. Nennt man den einen t, den anderen t', so giebt dieses $\frac{t + t'}{2}$, welches multiplicirt mit 0,004 giebt $0{,}002 . (t + t')$. Man erhält also $m = 18336 [1 + 0{,}002 (t + t')] (\log B - \log b)$. Will man die Höhe in rheinländischen Fußen ausgedrückt haben, so setzt man anstatt der Größe 18336 die Größe 58422.

Im Folgenden wird sich zeigen, daß das Gewicht der Quecksilbersäule nicht auf der ganzen Erde in demselben Verhältniß zur Länge steht, daß vielmehr die Schwere derselben Masse vom Aequator nach dem Pole hin wächst, aber mit der Höhe abnimmt. Das Mittel,

diese sehr kleinen Abweichungen zu berechnen, wird man in der Lehre von der Schwere finden. Mit Hülfe der Differenzialrechnung kann man viel leichter und schneller zu demselben Resultate kommen.

Ein Körper, dessen Wucht geringer ist, als die der Luft, strebt 192
darin aufzusteigen, so wie ein Körper, dessen Wucht geringer als die des Wassers ist, in diesem steigt (§. 95). Hierauf gründet es sich, daß der warme Rauch und Wasserdampf in die Luft steigen, und daß auch Luft selbst, die erwärmt worden, und also minder dicht ist, in die Höhe steigt; hierauf ist es gleichfalls begründet, daß wir uns in die Luft erheben können; man braucht dazu eine Luftmasse, welche weniger dicht als die atmosphärische und in eine leichte Umhüllung eingeschlossen ist. Eine solche Einrichtung muß in die Höhe steigen, sobald sie weniger wiegt als das Maaß Luft, das sie verdrängt; sie wird bekanntlich Luftballon genannt. Man kann sie sich auf verschiedene Weise verschaffen, indem man entweder eine im Ballon enthaltene Masse von atmosphärischer Luft erwärmt, oder ihn mit einer anderen Luftart füllt, die weniger Wucht hat als die atmosphärische. Die erste Art heißt nach ihren Erfindern (Joseph und Stephan Montgolfier) die Montgolfiere; die andere Einrichtung heißt der Aërostat oder die Charliere (nach dem Erfinder Charles).

Die Montgolfiere kann aus dünner Leinewand verfertigt werden, die man mit Papier beklebt, um ihr dadurch eine größere Undurchdringlichkeit zu geben; kleine Montgolfieren können sogar blos von Papier sein. In dem untersten Theile wird eine Oeffnung angebracht, unter welcher man einen passenden Feuerkorb befestigt; wird das Feuer hineingebracht, so dehnt sich die Luft im Ballon und ein Theil derselben strömt heraus; beträgt das Gewicht der ausgetriebenen Luft mehr als das der ganzen Maschine, so muß diese steigen.

Der erste Luftballon, in welchem Menschen sich von der Erde erhoben, war eine Montgolfiere von 74 Fuß Höhe und 48 Fuß Durchmesser, und wog 1600 Pfund. Pilatre de Rozier und der Marquis d'Arlandes stiegen mit demselben am 15ten October 1783 auf. Später sind Luftfahrten freilich gewöhnlich nur als Schauspiel und meistens auch mit glücklichem Erfolge angestellt worden. Einige hatten jedoch auch unglücklichen Ausgang, wie denn der oben genannte Pilatre de Rozier mit Romain zugleich verunglückte

durch einen Versuch, die Montgolfiere mit dem Aërostaten zu verbinden. Die größeste Höhe, zu der je ein Mensch sich in die Luft erhoben hat, war die, bis zu welcher der berühmte Physiker Gay-Lussac im Jahre 1804 aufstieg, die sich auf beinahe eine deutsche Meile belief; und die längste Luftfahrt war lange Zeit die, welche der bekannte englische Luftschiffer Green vornahm im Jahre 1839, wo er in einer Zeit von 24 Stunden von London bis Coblenz ging.

193 Zu Aërostaten gebraucht man eine Kugel von Taffet, die durch Kautschukfirniß luftdicht gemacht ist; im Kleinen kann man auch Goldschlägerhaut anwenden, die zwar weniger stark, aber auch viel leichter ist. Man füllt sie mit einer Luftart, welche Wasserstoff heißt und in ihrer Reinheit ungefähr vierzehnmal minder dicht ist als die atmosphärische Luft; gewöhnlich wird sie aber weniger rein angewendet, so wie man sie erhält, wenn man Eisen- oder Zinkspäne mit verdünnter Schwefelsäure übergießt, und diese hat dann oft nur siebenmal geringere Wucht als die atmosphärische Luft. Anstatt des Wasserstoffes benutzt man oft das weniger kostbare, aber freilich auch dichtere Gas, welches zur Gasbeleuchtung angewendet wird (Kohlenwasserstoff). Dies ist namentlich vortheilhaft an solchen Orten, wo man es zur Beleuchtung gebraucht, weil man dann einen Apparat zur Entwickelung des Gases und zum Füllen des Ballons erspart. Green's Ballon war damit gefüllt; er muß freilich um der größeren Dichtigkeit des Kohlenwasserstoffgases willen größer sein als der mit Wasserstoff gefüllte Ballon. — Der Ballon darf nicht ganz gefüllt werden, damit derselbe nicht platzt, wenn er in die dünnere Luft hinauf kommt, und um Luft fahren lassen zu können, wenn man will, hat man am unteren Theil eine Klappe, die man durch eine Schnur öffnen kann. Durch Abgeben von Luft kann man natürlich sinken, durch Auswerfen von Sand, den man zu diesem Ende mitgenommen hat, vermindert man sein Gewicht und steigt. Mit Rücksicht auf Steigen und Senken hat die Montgolfiere den Vorzug vor dem Aërostaten, daß man blos durch Verstärkung oder Schwächung des Feuers sich heben oder senken kann, wie man es für gut befindet, wogegen man bei dem Aërostaten, wenn man sich senken will, einen Theil der Luft verliert, womit er gefüllt ist; es müßte jedoch nicht unmöglich sein, durch mitgenommene Materialien ihn nachzufüllen. Die Montgolfiere wird jetzt übrigens selten gebraucht, theils wegen der Feuersgefahr, theils wegen ihrer Unbeholfenheit.

Um Personen aufzunehmen, die mit dem Ballon aufsteigen, dient 194
bei der Montgolfiere eine Gallerie, die um ihren untersten Theil angebracht wird, und bei dem Aërostaten eine Gondel, die durch eine Menge Schnüre an ein Netz geheftet ist, das den obersten Theil des Ballons umgiebt. Die Maschen in dem obersten Theile des Netzes müssen dichter sein, um desto besser einem Bersten des Ballons zu begegnen, da wo ein solches die größeste Gefahr droht. Die Gondel ist meistens ein Korb. Wie hoch man in dem Ballon steigt, sieht man an einem mitgebrachten Barometer, und ob man im Begriffe ist, zu steigen oder zu fallen, an einem aushängenden breiten Bande, das im erstern Falle sich mit dem freien Ende senkt, im anderen sich hebt. Um sich beim Niedersteigen in einer bestimmten Höhe erhalten zu können, pflegt Green, wenn er über Wasser schwebt, hohle Metallkugeln niederzulassen, welche auf dem Wasser schwimmen und dadurch bewirken, daß der Ballon weder weiter sinkt, weil nun das Wasser das Gewicht der Kugeln trägt, noch auch weiter steigt, weil er in diesem Falle selbst das Gewicht der Kugeln würde heben müssen, wozu er keine Steigekraft genug hat. Dasselbe erreicht er, wenn er über Land schwebt, indem er ein schweres Tau auf der Erde schleppen läßt.

Die Versuche, welche man bisher gemacht hat, um den Luftball 195
zu steuern, haben nicht zum Ziele geführt. Man behauptet, es sei unmöglich, diese Aufgabe zu lösen, beweiset es aber keinesweges. Man hat noch nicht hinreichend das Mittel benutzt, in dessen Besitz wir gewissermaßen sind, nämlich sich nach Gutdünken in der Luft zu heben und zu senken. Es ist bekannt, daß die Luftströme verschiedene Richtungen in den verschiedenen Höhen haben, woraus folgt, daß man seine Richtung verändern kann, indem man sich hebt oder senkt, und daß man durch Benutzung der Gesetze für die zusammengesetzten Bewegungen eine ziemlich große Freiheit in seiner Wahl hat. Bei allen Planen, das Luftschiff durch Maschinenkräfte zu treiben, zum Beispiel durch Dampf, muß man bedenken, daß eine schnelle Bewegung, die dem Luftstrome nicht folgt, einen sehr großen Widerstand verursacht, der sogar leicht die schwache Zusammensetzung des Ballons und der Gondel zerreißen kann. Daß man eine Veränderung in der Richtung des Ballons hervorbringen darf, die keinen großen Winkel mit der des Windes macht, versteht sich von selbst. Auf alle Fälle ist zunächst eine wichtige Aufgabe zu lösen, nämlich die Herstellung eines hinreichend luftdichten Ballons;

der jetzt gebräuchliche ist gleichsam ein leckes Schiff. Vielleicht könnte eine Goldbedeckung der Forderung Genüge leisten. Wenn man auch das Gold viermal so dick als gewöhnliches Blattgold machte, so würde man doch diese Bekleidung für einen Thaler den Quadratfuß ausführen können.

Allgemeine Bewegungslehre.

---

196 Die Bewegung ist bisher nur betrachtet als erzeugt durch eine Kraft, die ihre Wirksamkeit nicht fortsetzte, wenn der Körper einmal in Bewegung gebracht war. Eine solche Bewegung heißt gleichförmig oder unverändert, und von ihr werden stets gleiche Strecken in gleichen Zeiten durchlaufen; bei der ungleichförmigen Bewegung hat aber der Körper nicht gleiche Geschwindigkeit in jedem Zeittheile. Die ungleichförmige Bewegung kann entweder beschleunigt oder verzögert sein, und beide können wieder gleichmäßig beschleunigt und gleichmäßig verzögert sein, wenn ihr Zuwachs oder ihre Abnahme in jedem Zeittheile gleich ist, oder aber ungleichmäßig beschleunigt und verzögert, wenn das Entgegengesetzte stattfindet.

Bei der gleichmäßigen Bewegung verhalten sich die durchlaufenen Strecken wie die angewendeten Zeiten, und wenn man mit h die Geschwindigkeit und mit t die Zeit bezeichnet, so ist h t der Ausdruck für die durchlaufene Strecke. (Vergl. §. 25.)

197 Eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung entsteht, wenn eine beständig bewegende Kraft unaufhörlich auf einen Körper wirkt; eine gleichmäßig verzögerte Bewegung dagegen, wenn eine schon vorhandene Bewegung, welche gleichmäßig sein sollte, die Gegenwirkung einer beständigen Kraft erleidet. Daß eine beständig wirkende, bewegende Kraft eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung hervorbringen müsse, sieht man leicht ein, wenn man bedenkt, daß ein durch sie bewegter Körper in jedem Augenblicke eine neue Geschwindigkeit von gleicher Größe zu derjenigen hiezu erhält, welche er schon im Voraus hatte. Hiebei ist vorausgesetzt, daß der Körper von der schon erhaltenen Geschwindigkeit nichts verliert, was

allezeit der Fall ist, wenn keine äußeren Hindernisse stattfinden. (Vergl. §. 27.)

Denkt man sich die Zeit in unendlich kleine Theile zerlegt, deren 198
jeder ein *Augenblick* genannt wird, und bezeichnet man mit r die unendlich kleine Strecke, welche durch die bewegende Kraft der Körper im ersten Augenblicke zurücklegt, so werden im zweiten Augenblicke 2 r, im dritten 3 r durchlaufen. Nennt man die Anzahl der Augenblicke in einer gegebenen endlichen Zeit n, so kann die Strecke, welche in dieser gegebenen Zeit zufolge der gleichmäßig beschleunigten Bewegung durchlaufen wird, in der Reihe $r + 2r + 3r + \ldots (n-2)r + (n-1)r + nr$ dargestellt werden. Man sieht hieraus, was auch in der Natur der gleichmäßig beschleunigten Bewegung liegt, daß die Geschwindigkeit, welche der Körper in jedem gegebenen Augenblicke hat, und welche man die *Fahrt* oder (als Endpunkt der verlaufenen Zeit) die *Endgeschwindigkeit* nennen könnte, *sich verhält, wie die jedesmal durchlaufene Zeit*. Wenn die bewegende Kraft aufhört, auf den Körper zu wirken, so behält derselbe für die folgende Zeit die Geschwindigkeit des letzten Augenblickes, und die erlangte Fahrt verhält sich also wie die durchlaufene Zeit. — Die Summe der Glieder der angeführten Reihe ist gleich $\frac{(r + nr)n}{2} = \frac{nr + n^2r}{2}$. Da aber n eine unendlich große Zahl ist (weil es die Zahl der unendlich kleinen Theile vorstellt), so fällt nr im Vergleich zu n^2r ganz weg, und die Summe kann folglich als $\frac{n^2r}{2}$ ausgedrückt werden. Bewegte sich der Körper noch einmal eine eben so lange endliche Zeit, wie die vorhergehende, allein blos mit der erlangten Fahrt ohne neuen Zuwachs an Geschwindigkeit, so durchliefe er in jedem Augenblicke eine Strecke $= nr$, und folglich in n Augenblicken n^2r, was das Zwiefache von $\frac{n^2r}{2}$ ist, also das Doppelte der Strecke, die zufolge der gleichmäßig beschleunigten Geschwindigkeit bereits durchlaufen war. Hieraus folgt also das Gesetz: *wenn ein Körper in einer gegebenen Zeit durch gleichmäßig beschleunigte Bewegung eine gewisse Strecke durchlaufen hat, so durchläuft er blos mit der erlangten Fahrt in der nächsten gleich großen Zeit eine doppelt so lange Strecke.*

Wird die Bewegung, vermöge welcher der Körper die Strecke durchlaufen hat, welche die obige Reihe darstellt, noch fortgesetzt, ohne daß die bewegende Kraft zu wirken aufhört, so ist die durchlaufene Strecke in den nächsten n Augenblicken: $(nr+r)+(nr+2r)+(nr+3r)+\ldots(nr+(n-1)r)+(nr+nr)$. Man sieht leicht, daß diese Reihe blos zusammengesetzt ist aus der obigen Reihe, welche von der bewegenden Kraft aufs Neue ganz wie in den ersten n Augenblicken hervorgebracht wird, und aus der vermöge der Fahrt durchlaufenen Strecke nr, die sich in jedem Gliede wiederholt. Die Summe der durchlaufenen Strecken ist demnach $n^2r + \frac{n^2r}{2} = 3\frac{n^2r}{2}$ In dem dritten endlichen Zeittheile hat der Körper eine Fahrt, die ihn in jedem Augenblicke die Strecke 2nr durchlaufen macht, und folglich wird er in den n Augenblicken, aus denen der endliche Zeittheil besteht, die Strecke $2n^2r$ durchlaufen, wozu noch die Summe der Reihe $r+2r+3r+\ldots\ldots nr=\frac{n^2r}{2}$ kommt. Die im dritten endlichen Zeittheile durchlaufene Strecke wird also sein $2n^2r+\frac{n^2r}{2}=5\frac{n^2r}{2}$, und auf gleiche Weise wird man zeigen können, daß die im vierten endlichen Zeittheile durchlaufene Strecke $7\frac{n^2r}{2}$; in dem fünften $= 9\frac{n^2r}{2}$, und ganz allgemein in dem tten $=\frac{(2t-1)n^2r}{2}$. Die Strecken, welche in den auf einander folgenden endlichen Zeittheilen durchlaufen werden, können also durch folgende Reihe dargestellt werden:

$$\frac{n^2r}{2},\ 3\frac{n^2r}{2},\ 5\frac{n^2r}{2},\ 7\frac{n^2r}{2},\ 9\frac{n^2r}{2}\ldots\ldots$$

das heißt, ein und dieselbe Grundgröße multiplicirt mit der Reihe der ungeraden Zahlen. Diese Grundgröße heißt g, was die Strecke bezeichnet, die ein Körper in einer gewissen Zeiteinheit, z. B. einer Sekunde, vermöge der gleichmäßig wachsenden Geschwindigkeit zurücklegt. Darnach können dann die Strecken, die der Körper in den verschiedenen Sekunden zurücklegt, durch die Reihe:

$$g,\ 3g,\ 5g,\ 7g\ldots\ldots(2t-1)g$$

dargestellt werden.

199 Der Beweis für diesen Satz könnte auch auf folgende Weise dargestellt werden: die bewegende Kraft, welche die gleichmäßig be=

schleunigte Bewegung hervorbringt, läßt den Körper in jeder Sekunde eine Strecke g durchlaufen; in der ersten Sekunde wird nur diese zurückgelegt; in der zweiten Sekunde kommt hiezu noch, zufolge der Fahrt des Körpers, die Strecke 2g, wonach also im Ganzen 3g durchlaufen werden. In der dritten Sekunde ertheilt die gleichmäßig beschleunigte Bewegung aus der zweiten Sekunde dem Körper eine Fahrt $= 2g$, und diese giebt zusammen mit der Fahrt aus der ersten Sekunde: $2g + 2g = 4g$, wozu die ununterbrochen wirkende Kraft noch g hinzufügt, so daß in der dritten Sekunde im Ganzen 5g durchlaufen werden; kurz jede frühere Sekunde vermehrt die Fahrt, also auch die in der folgenden Sekunde zu durchlaufende Strecke um 2g.

Die in t Sekunden durch *gleichmäßig beschleunigte Be-* 200a
wegung zurückgelegte Strecke wird also sein:

$$g + 3g + 5g + \ldots\ldots (2t-3)g + (2t-1)g = gt^2$$

und folglich *verhalten sich die durchlaufenen Strecken wie die Quadrate der dazu verwendeten Zeiten.*

Dies folgt auch aus dem Ausdrucke für die Summe der in n Augenblicken durch gleichmäßig beschleunigte Bewegung zurückgelegten Strecken $\frac{n^2 r}{2}$, welche für eine andere Anzahl von Augenblicken, etwa N sich in $\frac{N^2 r}{2}$ verwandeln würde.

Die nach t Sekunden erlangte Fahrt des Körpers ist nach dem Vorhergehenden so groß, daß er blos durch sie in den nächsten t Sekunden eine doppelt so lange Strecke zurücklegt, als die, welche er zufolge der gleichmäßig beschleunigten Bewegung in derselben Zeit durchlaufen hat; und da diese in t Sekunden $= gt^2$ ist, so wird also der Körper zufolge seiner Fahrt in den nächsten t Sekunden die Strecke $2gt^2$ oder in einer Sekunde $2gt$ durchlaufen. Letzteres ist daher der Ausdruck für die Fahrt, die ein Körper, der durch beständig wirkende Kraft bewegt wird, nach dem Verlaufe von t Sekunden erlangt hat; man bezeichne sie als f. Bezeichnet man mit R die in einer endlichen Zeit durchlaufene Strecke, so hat man $R = gt^2$, und mit Hülfe dieser beiden Ausdrücke, nämlich $h = 2gt$ und $R = gt^2$, ist man im Stande, wenn g bekannt ist, alle Aufgaben, die bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

vorkommen, zu lösen, wenn eine der Größen f, R, oder t durch Versuche gefunden worden.

Wenn die bewegenden Kräfte der gleichmäßig wachsenden Geschwindigkeiten nicht gleich sind, so verändert sich die Grundgröße r (vergl. §. 198) nach Verhältniß der Kräfte. Nennt man die von zweien Kräften K und K′ im ersten Augenblicke durchlaufenen Strecken r und r′, so wird das Verhältniß der in n Zeittheilen durchlaufenen Strecken gleich $\frac{n^2 r}{2} : \frac{n^2 r'}{2}$; und in demselben Verhältnisse werden die in gleichen endlichen Zeittheilen durchlaufenen Strecken stehen.

Nennen wir die in einer Sekunde durchlaufenen Strecken g und g′, ferner die auf eine Strecke verwendeten Zeiten t und t′, und setzen wir eine gleiche Strecke R, so haben wir $R = gt^2 = g't'^2$, woraus wiederum folgt, daß $g : g' = t'^2 : t^2$, demnach verhalten sich bei gleichen durchlaufenen Strecken die Kräfte umgekehrt wie die Quadratzahlen der angewendeten Zeiten.

200b In dem vorstehenden § und auch in der Folge wird durch den Buchstaben g, nicht wie in den meisten Lehrbüchern, die nach Verlauf der ersten Secunde erlangte Fahrt des fallenden Körpers bezeichnet, sondern die Größe g ist mit mehreren neueren Darstellern des Fallgesetzes so bestimmt, daß die nach der ersten Secunde erlangte Fahrt = 2g gesetzt wird. Die Zweckmäßigkeit dieser Veränderung ist einleuchtend.

Der Weg, den ein von stetig wirkender Kraft getriebener Körper in einer bestimmten Zeit durchläuft, zeigt an, was diese Kraft ausgerichtet hat, und ist folglich ihr Maaß, nach welchem man sie mit anderen in einer gleichen Zeit stetig wirkenden Kräften vergleichen kann. Die veränderliche Geschwindigkeit, mit welcher aber diese Wege durchlaufen wurden, kann nur dadurch auf eine gleichförmige zurückgeführt und mit ihr verglichen werden, daß man das Mittel zwischen den Geschwindigkeiten des ersten und letzten Augenblickes nimmt; und da die Geschwindigkeit im ersten Augenblicke Null ist, so wird dies Mittel gleich der Hälfte der zu Ende der Zeiteinheit erlangten Fahrt oder gleich der in der ersten Zeiteinheit durchlaufenen Strecke.

Diese Art, Kräfte auszudrücken und zu vergleichen, welche nach demselben Gesetze wirken, hat bis in die neuesten Zeiten allgemeine Anwendung in der Naturlehre gefunden, und die Abweichungen von

dieser Methode, welche sich die Mathematiker erlaubt haben, finden ihren Grund nur in der Betrachtung, daß sich das gleiche Maaß nicht anwenden läßt, wenn man die Wirkungen der gleichförmig beschleunigenden Kräfte mit denen anderer Kräfte vergleichen will, die entweder ein anderes Gesetz der Beschleunigung haben, oder deren Gesetz wir gar nicht kennen.

Dann natürlich, wenn solche Bewegungen erscheinen, deren Entstehungsweise unbekannt ist, dann vergleichen wir die Kräfte nach dem einzigen Anhaltspunkte, den wir haben, nämlich nach derjenigen gleichförmigen Bewegung, welche durch sie hervorgebracht ist, wenn sie zu wirken aufhörten.

Auch mit diesen minder bekannten Kräften kann man die gleichförmig beschleunigenden Kräfte vergleichen, wenn man die erlangte Endgeschwindigkeit oder Fahrt dazu benutzt; aber dann wird das Maaß der Kraft doppelt so groß, als die in der Zeiteinheit durchlaufene Strecke. Auf diese Weise erhält daher die Maaßbestimmung zwar eine allgemeine Anwendbarkeit für alle Wirkungen, aber ohne Rücksicht auf das Gesetz der hervorbringenden Kraft zu nehmen.

Diejenigen, welche es vorziehen, in dem letzten Sinne durch den Buchstaben g die Endgeschwindigkeit zu bezeichnen, und den oben angewandten Werth von g gänzlich verworfen wissen wollen, sind der Ansicht, daß nur eine Buchstabenbezeichnung, welche die größte Allgemeinheit hat, in der Wissenschaft angewandt werden dürfe; allein diese ihre Allgemeinheit bezieht sich doch nur auf die Wirkungen, nicht auf die Ursachen, wenn man sie nach demjenigen ganzen Umfange betrachtet, worin auch die Zeit, während welcher die Kräfte wirkten, ihre Bedeutung hat.

Da man oftmals Bezeichnungen für beide Größen haben muß, sowohl für den Fallraum der ersten Secunde, als auch für die erlangte Endgeschwindigkeit, so ist es sogar bequemer, g und 2g zu gebrauchen, als $\frac{1}{2}$g und g; und endlich kommt hinzu, daß, wenn für die erlangte Fahrt das unwandelbare Zeichen 2g gebraucht wird, schon das Zeichen allein eine anschauliche Erinnerung an das Gesetz enthält, daß die erlangte Fahrt gleich dem zwiefachen Fallraum der ersten Secunde ist.

Durch die gleichmäßig verzögerte Bewegung geschieht die Verrin- 201
gerung der Geschwindigkeit nach denselben Gesetzen, wonach die Vergrößerung bei der gleichmäßig beschleunigten geschieht. Eine gleichmäßig verzögerte Bewegung entsteht, wenn eine Kraft, welche eine

gleichmäßig beschleunigte Bewegung hervorbringen könnte, gegen die gleichförmige Bewegung eines Körpers wirkt. Heißt die gleichförmige Geschwindigkeit, mit welcher sich der Körper ohne diesen Widerstand bewegen würde, H, so ist nach dem Verlaufe von t Secunden die Geschwindigkeit der gleichmäßig verzögerten Bewegung, oder $H' = H - 2gt$, und die Strecke R, welche der Körper in dieser Zeit durchlaufen hat, $= Ht - gt^2 = (H - gt)t$. Soll $H' = O$ werden oder, mit anderen Worten, soll die Bewegung aufhören, so muß $2gt = H$ sein, und man sieht ein, daß wenn ein Körper seine gleichmäßig verzögerte Bewegung fortsetzt, bis sie aufhört, dann die Kraft, welche die Verminderung hervorbrachte, ihn in entgegengesetzter Richtung führen und in ebenso langer Zeit, als auf die verzögerte Bewegung verwendet wurde, ihm eine Endgeschwindigkeit ertheilen wird, die ebenso groß ist, als die Anfangsgeschwindigkeit war.

Der Grund, weshalb die gleichmäßig beschleunigte Bewegung durch eine einzige, die gleichmäßig verzögerte nur durch zwei Kräfte hervorgerufen werden kann, liegt in der Willenlosigkeit der Materie, die eine einmal erlangte Bewegung nur durch eine entgegengesetzte Kraft ganz oder theilweise verlieren kann, während eine Verstärkung der Bewegung in derselben Kraftrichtung geschieht, also durch ein und dieselbe Kraft hervorgebracht werden kann.

202 Der Fall der Körper, der zufolge einer beständig wirkenden Kraft, der Schwere, geschieht, bietet Beispiele der gleichmäßig beschleunigten Bewegung dar; allein um die aufgefundenen Gesetze durch Versuche zu bekräftigen, würde es nothwendig sein, wenn man sich nicht mit sehr kleinen Zeiträumen begnügen wollte, die Körper von sehr bedeutenden Höhen fallen zu lassen, welche die Beobachtung erschweren und wobei der Widerstand der Luft einen großen und ungleichmäßigen Einfluß erhalten würde. Es ist daher sehr dienlich, den fallenden Körper unter solche Bedingungen zu setzen, daß seine gleichmäßig beschleunigte Bewegung viele Male langsamer wird, und hiezu dient eine überaus sinnreiche Einrichtung, welche man die Atwood'sche Fallmaschine nennt.

Der Gedanke, der dieser Maschine zum Grunde liegt, ist, daß man die Größe der Bewegung, die durch den Fall eines Körpers hervorgebracht wird, auf eine größere Masse vertheilt, wodurch also die Geschwindigkeit vermindert und man in den Stand gesetzt wird, bei veränderten Verhältnissen zwischen dem bewegenden und dem

bewegten Körper so kleine Geschwindigkeiten zu erzeugen, als man will. Das Wesentliche der Einrichtung ist eine Rolle, die sich mit dem möglichst kleinen Reibungswiderstande bewegt. Ueber diese geht eine Schnur, die zwei gleich große Gewichte trägt. Legt man auf das eine derselben noch ein kleines Aufgewicht hinzu, so wird dieses das Uebergewicht bekommen und fallen, da es aber zugleich hiedurch das andere Gewicht in Bewegung setzt, so wird die Größe der Bewegung des Aufgewichtes auf die beiden anderen Gewichte mit vertheilt, und die Strecke, welche es zufolge des freien Falles hätte durchlaufen sollen, wird nun in demselben Verhältnisse kleiner werden, als die Masse größer ist, auf welche sich ihre Bewegungsgröße vertheilen soll. Ist z. B. g die Strecke, welche das Aufgewicht n durch freien Fall in der ersten Sekunde durchlaufen würde, und ist jedes der gleich großen Gewichte = m, so ist, wenn man die verschiedenen Hindernisse der Bewegung vernachlässigt, die Strecke, welche in der ersten Sekunde durchlaufen wird, $= g \frac{n}{2m + n}$. Die Größe g sei = 15¾ Fuß oder 188 Zoll *), und setzt man also n = 2 und m = 93 Gewichtstheilen, so erhält man eine Strecke von 2 Zoll in der ersten Sekunde. Die Strecke, welche in 5 Sekunden durchlaufen wird, beträgt 2 Zoll Mal 25 = 50 Zoll, wogegen sie bei freiem Falle, wenn man den Luftwiderstand vernachlässigt, über 391 Fuß sein würde, und da die Fallgeschwindigkeiten auf diese Weise sehr unbedeutend werden, so kann der Widerstand der Luft nur unmerklichen Einfluß haben, denn dieser wächst, wie sich im Folgenden zeigen wird, in einem größeren Verhältnisse als die Geschwindigkeiten. — Die durchlaufenen Strecken mißt man an einem eingetheilten Maaßstabe (Fig. 127, s. f. S.), an dem ein Schieber auf- und abbewegt werden kann, der dazu dient, an einer bestimmten Stelle des Maaßstabes das fallende Gewicht aufzufangen, das von jedem beliebigen Punkte des Maaßstabes aus zum Fallen gebracht werden kann. Die Zeit kann mit einer Sekundenuhr gemessen werden, doch hat man gemeiniglich um der Bequemlichkeit willen ein Pendel an der Maschine angebracht, das in jeder Sekunde eine Schwingung macht und auf verschiedene Weise so eingerichtet werden kann, daß diese Schwingungen durch Glockenschläge hörbar werden.

---

*) Um der Leichtigkeit der Zahlen willen ist dieses g gewählt, welches ungefähr für Kopenhagens und Königsbergs Breite gilt.

Will man Versuche über die erlangte Fahrt der Gewichte anstellen, so trifft man folgende Einrichtung. Die beiden Gewichte m und m sind cylindrisch, aber das Aufgewicht n, dessen Gestalt man in der nebenstehenden Fig. 128 sieht, ist so lang, daß es auf dem Ringe eines zweiten oberen Schiebers liegen bleibt, wenn das Gewicht m hindurchgeht. Ist nun wie in dem oben angeführten Beispiele n = 2 und m = m = 93, und also die Strecke, die in der ersten Sekunde durchlaufen wird, g' = 2 Zoll, so werden beide m in den ersten 3 Sekunden 18 Zoll durchlaufen und dadurch eine Fahrt erlangt haben, daß sie in den nächsten 3 Sekunden bloß vermöge dieser Fahrt die doppelte Strecke, nämlich 36 Zoll, zurücklegen werden. Stellt man also den Ring an das Ende des 18ten Zolles, so wird m am Schlusse der dritten Sekunde sein Uebergewicht verlieren und sich weiter mit einer Geschwindigkeit = 2g't = 12 Zoll in der Sekunde bewegen, also am Ende der sechsten Sekunde im Ganzen 54 Zoll durchlaufen haben.

Fig. 127.

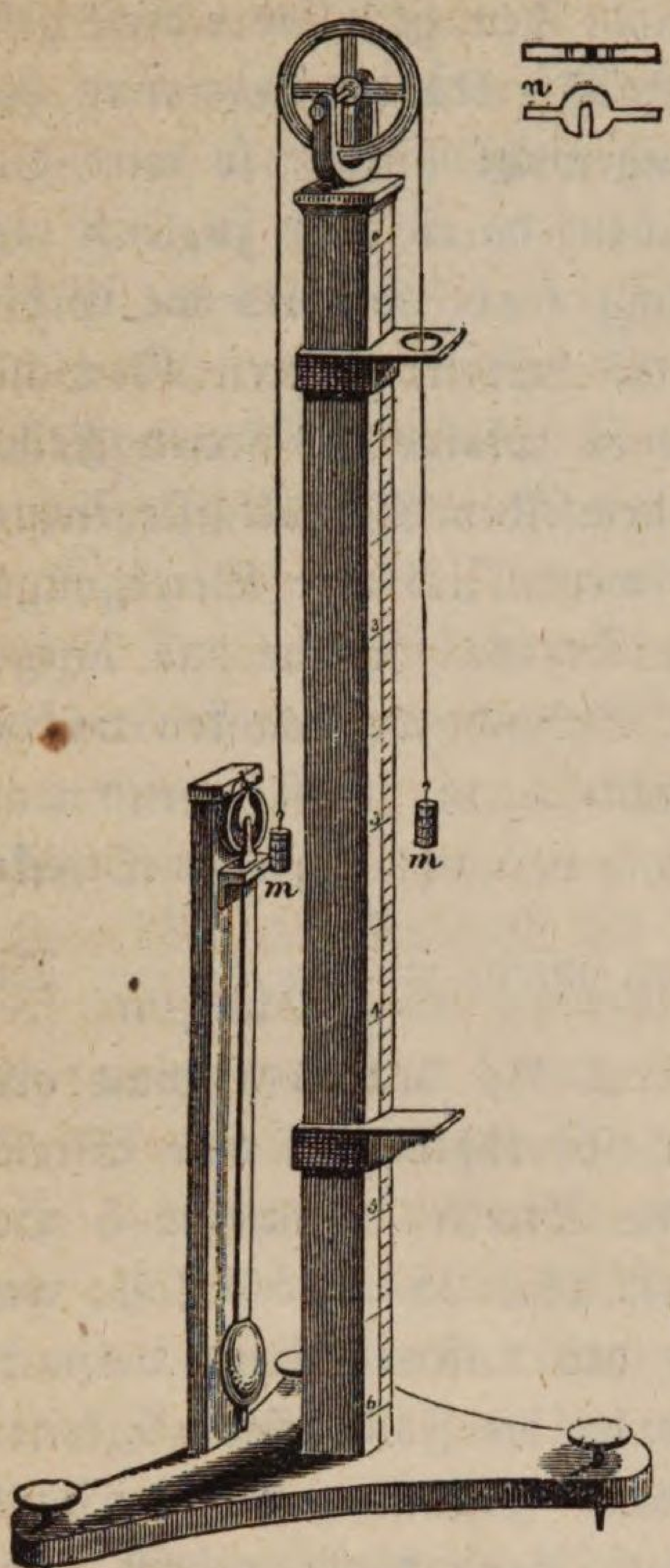


Fig. 128.

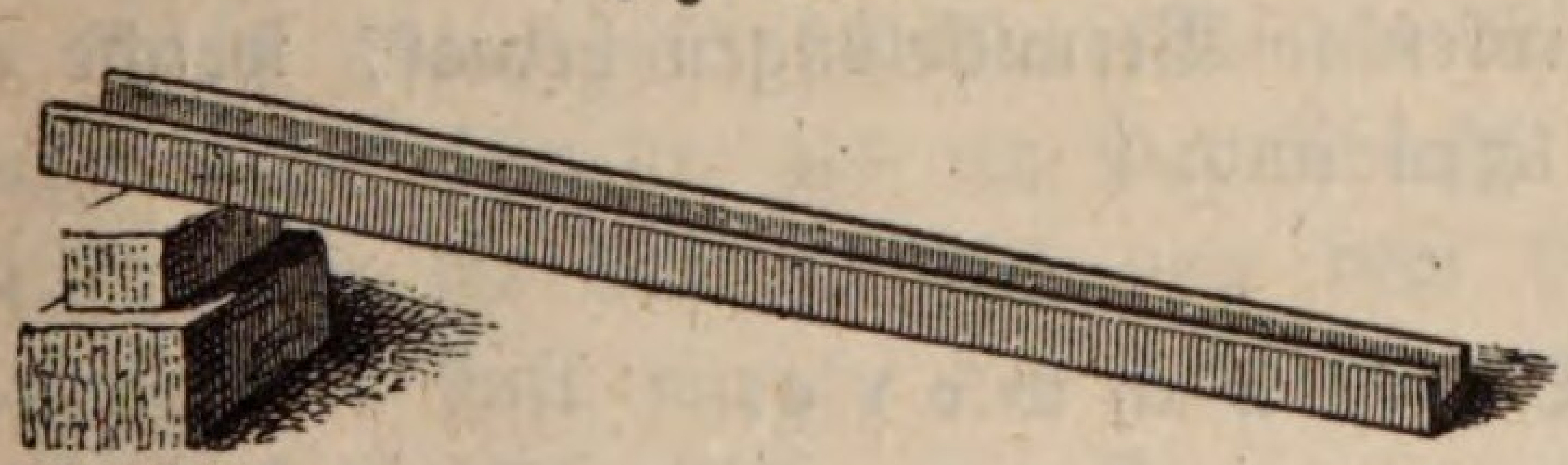
Um die Uebersicht zu erleichtern, ist in den obenstehenden Versuchen durchaus keine Rücksicht auf die Masse der Rolle und die Kraft genommen, welche erfordert wird, um sie in Bewegung zu setzen. Ihr Einfluß kann durch Versuche folgendermaßen gefunden werden. — An einen Punkt im Umkreise der Rolle befestigt man das eine Ende eines sehr feinen, biegsamen Seidenfadens und wickelt ihn mehrere Male um die Rolle; am andern Ende des Seidenfadens wird ein kleines Gewicht angebracht. Wenn man nun dieses fallen läßt, so vertheilt es seine Bewegungsgröße auf seine eigene Masse und auf die der Rolle, und folglich wird man aus der Fallgeschwindigkeit berechnen können, eine wie große Masse die Rolle während ihrer Umdrehung vorstellt, welche man dann zu dem Gewichte der

Stücke hinzulegt, die einander in Gleichgewicht halten. Bezeichnet man diese unbekannte Größe mit x, und durch v die Masse des kleinen Gewichtes, so ist die in der ersten Sekunde durchlaufene Strecke $= g . \frac{v}{v + x}$, und die in der Zeit t durchlaufene Strecke R wird also $= \frac{g v}{v + x} t^2$, woraus man erhält: $x = \frac{g v t^2}{R} - v$.

Wendet man z. B. ein Gewicht von einem halben Gewichtstheile an und findet durch Versuche, daß es in 3 Sekunden 51 Zoll durchläuft, so hat man $v = 1/2$, $g = 188$, $t - 3$ und $R = 51$, woraus sich ergiebt, daß $x = 16$; in den oben angeführten Versuchen muß man also, wenn man dieselbe Anfangsgeschwindigkeit behalten will, diese Größe auf die beiden gleich großen Gewichtstücke vertheilen und jedes von ihnen nur = 85 Gewichtstheilen machen.

Eine andere Art, wie man bewirken kann, daß die Anfangsge- 203 schwindigkeit g vermindert wird, ist die, welche Galiläi anwandte, der zuerst die Gesetze für die gleichmäßig wachsende Geschwindigkeit und den Fall auffand. Sie besteht darin, daß man den Körper längs einer Schiefebene herabfallen läßt, wodurch er so viele Male langsamer fallen muß, als die Höhe der Schiefebene in ihrer Länge enthalten ist. Er gebrauchte zu seinen Versuchen eine sehr lange Rinne von Holz (Fig. 129), die unter einem sehr kleinen Winkel gegen den Horizont geneigt und zu größerer Glätte mit Pergament gefuttert war; in dieser ließ er Kugeln niederrollen und

Fig. 129.



konnte nun, indem er die Rinne mehr oder minder schräge stellte, diesen eine größere oder geringere Anfangsgeschwindigkeit geben. Die Zeit maß er durch die Schwingungen des Pendels, dessen Brauchbarkeit für Zeitmaaß er gleichfalls aufgefunden.

Wenn ein Körper durch irgend welche Kraft senkrecht in die Höhe 204 getrieben wird, so entzieht die Schwere in jedem Augenblicke ihm etwas von seiner Geschwindigkeit, und er muß also mit gleichmäßig verzögerter Bewegung steigen. Man kann folglich die in §. 201 angeführten Formeln anwenden, um alle hieher gehörigen Aufgaben zu lösen; z. B. wenn man wissen will, mit wie großer Geschwindigkeit man einen Körper in die Höhe werfen müsse, damit er nach

Verlauf von 9 Sekunden seine Geschwindigkeit verloren habe und wieder zurückfalle, so muß man in der Formel $H = 2gt$ setzen $t = 9$ und $g = 15\frac{2}{3}$, wodurch man erhält, daß H oder die gesuchte Geschwindigkeit = 182 Fuß in der Sekunde. Wollte man wissen, wie lange Zeit es währen würde, bis ein Körper mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 94 Fuß in der Sekunde bis zu einer Höhe von 141 Fuß steigen könnte, so müßte man in die Formel $R = Ht - gt^2$ setzen: $R = 141$, $H = 94$ und $g = 15\frac{2}{3}$, wodurch man erhält $141 = 94\,t - 15\frac{2}{3}\,t^2$, welcher Gleichung Genüge geleistet wird durch $t = 3$.

205 Außer der gleichmäßig beschleunigten und der gleichmäßig verzögerten Bewegung hat man noch manche andere Bewegungen mit regelmäßig ab- und zunehmender Geschwindigkeit. Hieher gehört z. B. die Bewegung, womit zwei einander anziehende Körper sich einander nähern würden, wenn die Anziehungskraft merklich mit der Annäherung wüchse. Eine solche Bewegung würde ein Körper haben, der vom Monde auf die Erde fiele; andere beschleunigte Bewegungen finden sich in den magnetischen und elektrischen Anziehungen. Jede ursprünglich gleichmäßige Bewegung, die in einem mit Materie erfüllten Raume vor sich geht, wird dadurch eine verzögerte, und in ihrer Geschwindigkeitsabnahme ist allezeit eine Gesetzmäßigkeit, obgleich sie zuweilen nicht leicht aufzufinden ist. Im Allgemeinen wirken mancherlei verschiedene Kräfte zusammen auf einen bewegten Körper und rufen so Verwickelungen hervor, welche oftmals sehr schwierig zu lösen sind.

Die Schwere.

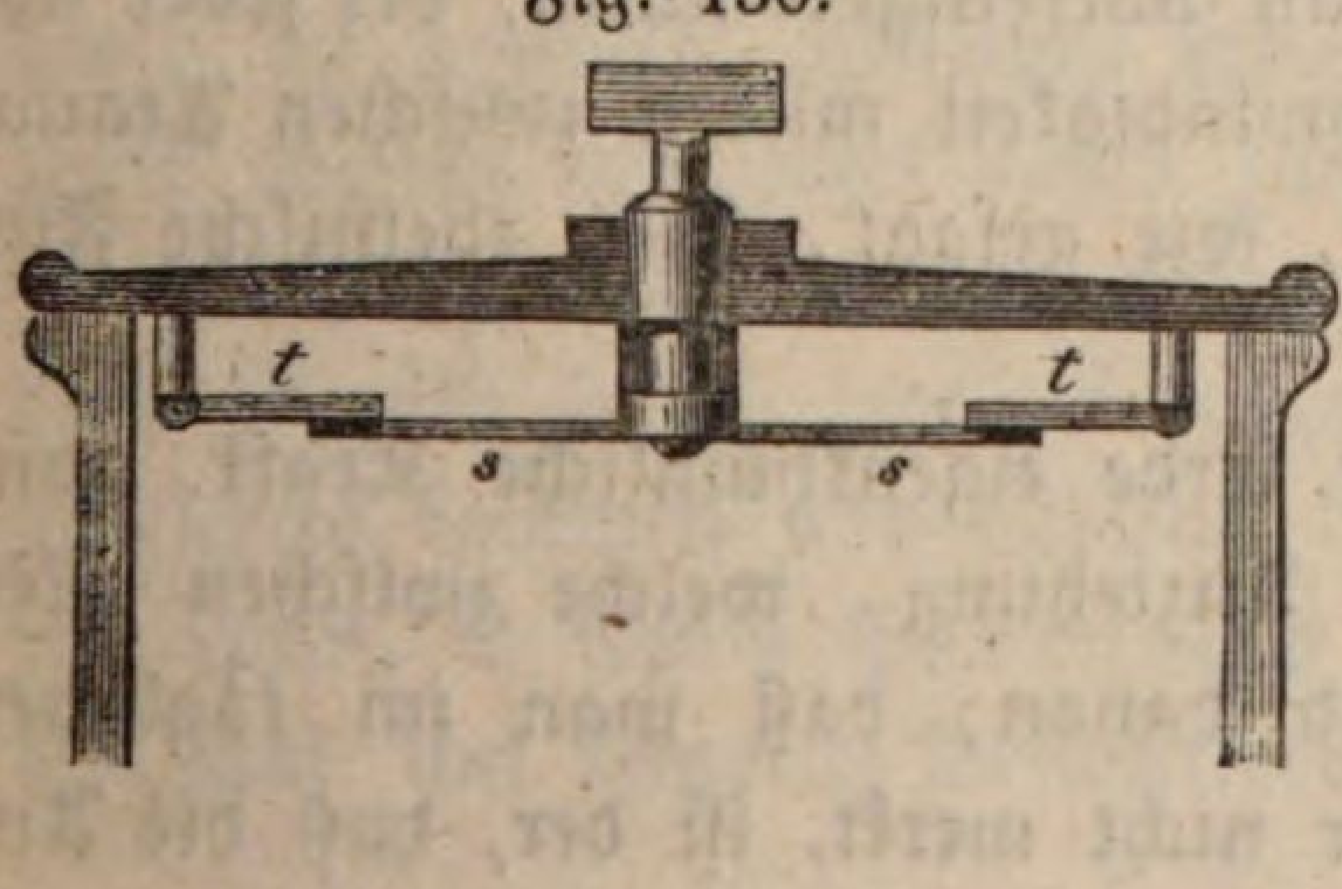
206 Jeder Körper auf der Erde, der von einem andern unterstützt wird, übt auf diesen einen Druck aus; ist er aber nicht unterstützt, so fällt er senkrecht auf die Oberfläche der Erde. Diese Eigenschaft der Körper heißt die Schwere.

207 Alle Linien, welche lothrecht auf der Oberfläche einer Kugel stehen, müssen in ihrem Mittelpunkte zusammentreffen, und da der Fall senkrecht geschieht, so müßten die Richtungslinien aller fallenden Körper im Mittelpunkte der Erde zusammenstoßen, wenn die Erde eine vollkommene Kugel wäre; aber ungeachtet sie etwas davon abweicht, so kann man doch, da die Abweichung sehr klein ist, die Schwere als ein Bestreben nach dem Mittelpunkte

der Erde ansehen, das allen irdischen Körpern eigen ist. Gleichfalls kann man, wenn es sich um Körper handelt, welche einigermaßen nahe bei einander fallen, die Richtungen ihres Fallens als parallel betrachten, da der Winkel, unter dem sie am Mittelpunkte der Erde zusammenstoßen, so klein ist, daß man darauf nicht Rücksicht zu nehmen braucht.

Man sieht leicht, daß die Masse eines Körpers die Geschwindig- 208
keit seines Falles nicht vergrößern kann, denn es ist einleuchtend, daß zwei Körper, welche neben einander herabfallen, nicht schneller fallen werden, als wenn jeder für sich fiele, ebenso wenig als ihre Geschwindigkeit sich vermehren würde, wenn man sie zusammenknotete, woraus man also auch erkennt, daß kein Grund zu größerer Geschwindigkeit gegeben ist, selbst wenn sie zu einem Körper vereinigt würden. Durch jede entzogene oder hinzugefügte Masse wird die bewegende Kraft und die Masse, auf welche diese vertheilt werden soll, in gleichem Verhältnisse geändert, und folglich bleibt die Geschwindigkeit dieselbe. Dieses wird vollkommen durch die Erfahrung bestätigt, und ebenfalls der Satz, daß die eigenthümliche Natur der Körper keinen Einfluß auf die Geschwindigkeit des Falles hat. Um sich davon zu überzeugen, muß man den Fall der Körper im luftleeren Raume vor sich gehen lassen, denn wenn man verschiedene Körper durch die Luft fallen läßt, versteht sich von selbst, daß sie mit verschiedener Geschwindigkeit fallen, wie denn z. B. ein Stück Metall viel schneller fällt als ein Stück Papier, und ein Papierknäuel schneller als ein Papierblatt. Die Ursache davon ist theils, daß die Luft so viel von dem Gewichte trägt, als der Raumgehalt Luft wiegt, der durch den Körper verdrängt wird, theils daß die Oberflächen der Körper in ganz anderem Verhältnisse zu einander stehen können, als ihre Massen, und diese daher während des Falles einen ganz verschiedenen Widerstand von der Luft erleiden können. Im luftleeren Raume dagegen fallen alle Körper mit gleicher Geschwindigkeit. Durch Versuche kann man dies zeigen, indem man die Luft aus einem hohen Glascylinder auspumpt. Dieser Cylinder (Fig. 130) hat einen luftdicht schließenden Deckel, durch welchen luftdicht ein Metallstab geht, der um seine

Fig. 130.



Axe gedreht werden kann und innerhalb des Cylinders zwei horizontale Arme s s hat. Zwei um Gelenke bewegliche Platten t t ruhen auf diesen Armen, und auf den Platten liegen Körper von verschiedener Dichtigkeit. Nach dem Auspumpen dreht man den äußeren Griff, entzieht dadurch den Platten t und t zu gleicher Zeit die Unterstützung. Die Körper fallen daher zu gleicher Zeit nieder, aber sie erreichen auch zu gleicher Zeit den Boden. Man kann deshalb das Gesetz annehmen, daß alle Körper ohne Rücksicht auf ihre Masse gleich große Schwere haben, und wenn man im täglichen Leben von ungleicher Schwere bei verschiedenen Körpern spricht, so meint man damit bald die Dichtigkeit, bald das Gewicht.

209 Der Druck, welchen die Körper durch ihre Schwere ausüben, heißt ihr Gewicht. Dieses muß gleich dem Product aus der Masse und Anfangsgeschwindigkeit sein (§. 34), da aber die Anfangsgeschwindigkeit für alle Körper dieselbe ist, so müssen sich die Gewichte wie die Massen verhalten, und Gewicht muß das Maaß der Masse sein.

210 Da die Schwere in jedem Augenblicke auf einen Körper wirkt, und zwar in jedem Augenblicke gleich viel, so ist die durch die Schwere hervorgebrachte Bewegung eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung (§. 197), und man hat dadurch, daß man Körper von verschiedenen Höhen fallen ließ, gefunden, daß ein Körper in der ersten Sekunde zwischen 15 und 16 rheinländische Fuß fällt. Durch Berechnungen, welche in der Lehre vom Pendel dargestellt werden sollen, kann man diese Größe genau finden, welche sich dann an verschiedenen Stellen der Erde etwas verschieden zeigt. In Königsberg ist die Fallgeschwindigkeit in der ersten Sekunde beinahe $15\frac{2}{3}$ Fuß (genauer 15,635) und bei 45°, etwas südlicher als die Südgränze Deutschlands und der Schweiz, ist sie $15\frac{5}{8}$, so daß in Deutschland die Fallgeschwindigkeit in der Mitte liegt zwischen $15\frac{15}{24}$ und $15\frac{16}{24}$ rheinländische Fuß. Jedoch ist man übereingekommen, bei jeder allgemeinen Betrachtung die Fallgeschwindigkeit mitten zwischen Aequator und Pol anzuwenden, welche, wie gesagt, $15\frac{5}{8}$ rheinische Fuß beträgt.

211 Die Schwere ist keine blos der Erde eigenthümliche Kraft, sondern die Folge einer allgemeinen Anziehung, welche zwischen allen Körpern stattfindet. Der Grund davon, daß man im täglichen Leben diese Anziehung der Körper nicht merkt, ist der, daß die An=

ziehung der Erde so unendlich viele Mal größer ist als die gegenseitige Anziehung geringerer Massen, die sich auf der Erde befinden, daß diese beinahe ganz in Vergleich zu jener verschwindet, sowohl für die oberflächliche Betrachtung als auch für die genauere Untersuchung. Man kann jedoch durch Versuche ihr Dasein erweisen, wie man auch ihren Einfluß bei großen Massen auf der Erde hat nachweisen können.

So fanden Bouguer und Condamine durch astronomische Beobachtungen in der Nähe des Chimboraço, daß dieser Berg das von einem Quadranten niederhängende Bleiloth etwas aus der senkrechten Linie ziehe; ähnliche Untersuchungen sind mit ausgezeichneter Genauigkeit von Maskelyne an dem Berge Shehallian in Schottland angestellt worden. Die Beobachtungen wurden mit einem astronomischen Instrumente gemacht, an dem ein an einem Faden niederhängendes Bleiloth die Senkrechte angab, und es zeigte sich bei Beobachtung der Stellung der Sterne, daß dieses Loth durch die Anziehung des Berges aus seiner Richtung gebracht wurde, auf welcher Seite des Berges man sich auch befand. Eine andere Art von Versuchen, welche die gegenseitige Anziehung der Körper beweisen, wurden zuerst von dem berühmten Physiker Cavendish vorgenommen und später von Anderen wiederholt.

An einem feinen Metallfaden hängte er einen leichten hölzernen Hebel auf, der an jedem Ende eine kleine Bleikugel trug. Wird dieser Hebel in horizontaler Richtung umgedreht, so hat die Kraft keinen andern Widerstand zu überwinden als den, den der Draht gegen seine Drehung ausübt, und da die Kraft am Ende eines Hebels angreift, der viele Mal länger ist als der Halbmesser der Schnur, an dessen Ende der Widerstand wirkt, so ist die Kraft in großem Vortheil gegen den Widerstand. Stellt man nun eine große Bleikugel in die Nähe einer der kleinen Kugeln des Hebels, so daß jene mit ihrer Anziehung gegen diese in derselben wagerechten Ebene wirkt, so wird die große Kugel die kleine aus ihrer Stellung ziehen; die doppelte Wirkung erhält man natürlich, wenn man statt einer großen Bleikugel deren zwei anwendet, nämlich eine an jedem Ende des Hebels auf den entgegengesetzten Seiten desselben. — Da dies Geräth durch jede Bewegung in der Luft leicht aus seiner Stellung kommen und dadurch die Resultate der Versuche verwirren kann, so schloß Cavendish dasselbe in einen großen Glaskasten ein, und um keinerlei Erschütterung oder Erwärmung der Luft durch

seine Annäherung zu verursachen, traf er die Einrichtung, daß er die Wirkungen durch ein in der Wand befestigtes Fernglas beobachten, und durch einen Mechanismus die beiden großen Kugeln bewegen konnte, ohne in das Zimmer zu gehen.

In den Figuren 131 und 132 ist das Instrument von Cavendish erst im Aufriß, dann im Grundriß dargestellt. Im Grundriß bemerkt man den Kasten a b c d, in welchem der Hebel mit den beiden Kugeln s s aufgehängt ist. Der Aufriß zeigt, daß der Faden f f diesen Hebel trägt und daß die kleinen Kugeln s s an feinen Fäden hangen, welche, durch die Enden des Hebels gehend, sich in dem Knoten n mit f f vereinigen. Die beiden großen Kugeln u und v sind an Eisenstangen aufgehängt, welche mittelst einer Rolle und Schnur um ihre Mittellinie wie um eine senkrechte Axe gedreht werden können. Die zweite Befestigung der Schnur ohne Ende ist eine Rolle in dem Nebenzimmer, von welchem aus beobachtet wird, so daß man von da aus ohne Schwierigkeit die großen Kugeln den kleinen nähern und sie von ihnen entfernen kann.

Fig. 131.

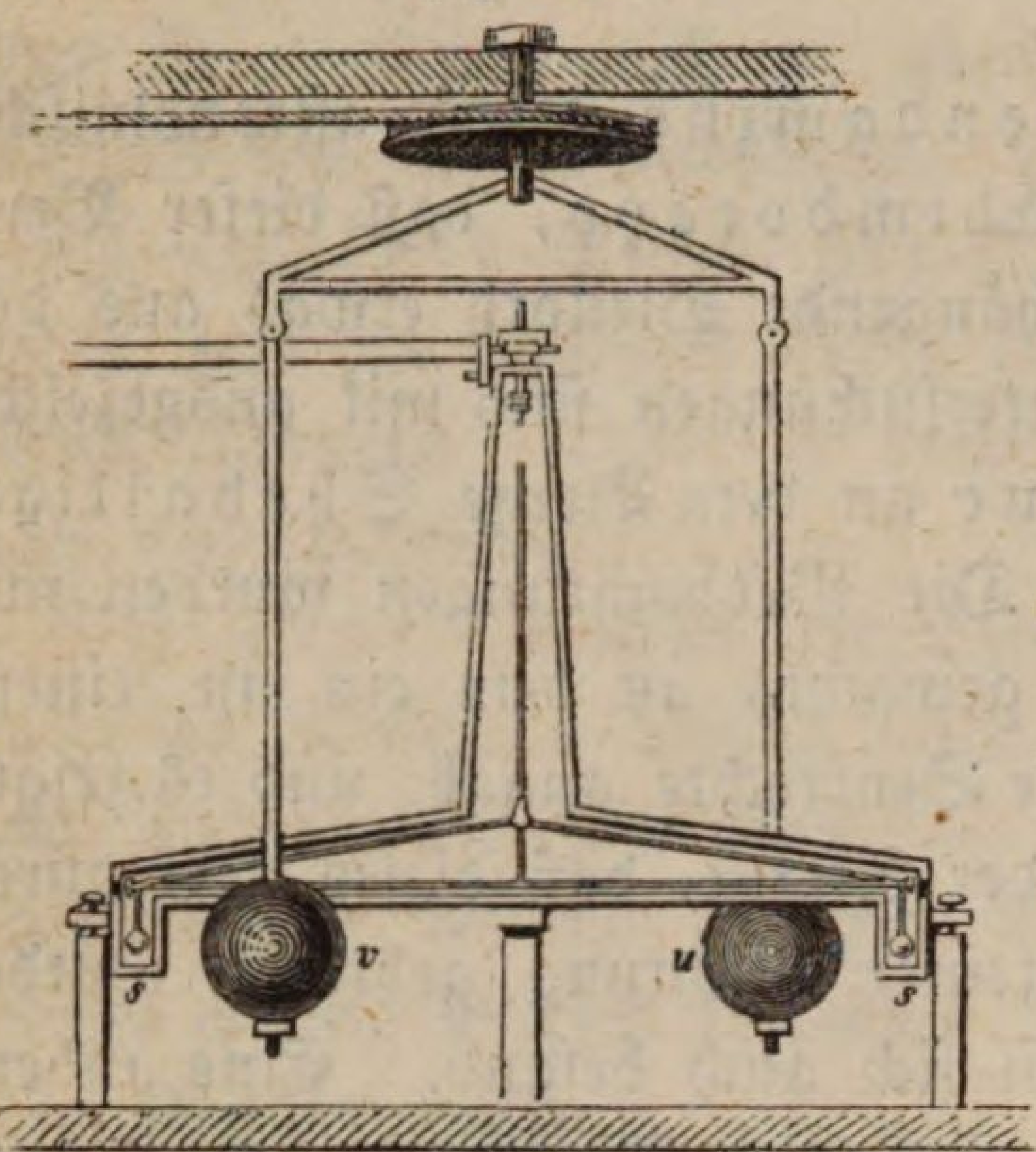
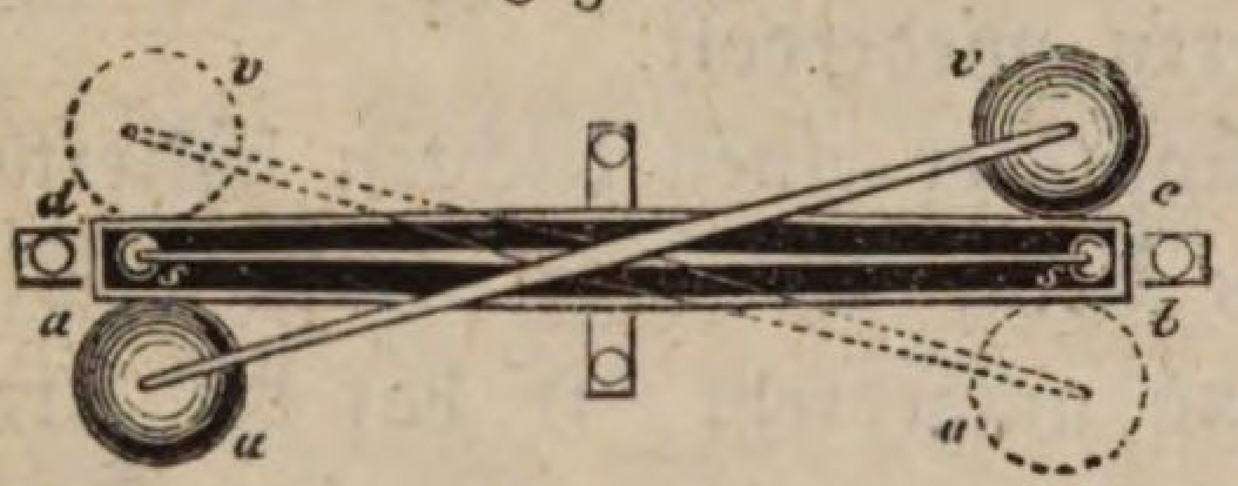


Fig. 132.



Ein anderer englischer Physiker, Bailey, hat mit großer Sorgfalt die Untersuchungen von Cavendish wiederholt und erweitert, und in mehr als 2000 Beobachtungen unter anderen auch verschiedene Stoffe zu den Kugeln angewendet.

212 Man kann sich demnach die Schwerewirkung, oder das Bestreben aller Körper gegen den Mittelpunkt der Erde hin, erklären durch die im Vorhergehenden erwiesene Annahme, daß alle materiellen Theile der Erde eine Anziehung auf jeden außerhalb derselben befindlichen Körper ausüben. Denn daß alle diese Anziehungen zusammengenommen den Körper nach dem Mittelpunkte treiben müssen, folgt von selbst aus der nach jeder Seite hin symmetrischen Beschaffenheit einer Kugel.

Zieht nämlich eine materielle Kugel einen materiellen Punkt an, so ziehen selbstverständlich alle diejenigen Punkte der Kugel, welche auf der Verbindungslinie ihres Centrums und des angezogenen Punktes liegen, diesen in gerader Richtung nach dem Centrum. Nach dieser Richtung wirkt also jedenfalls zunächst ein Theil der anziehenden Kräfte. Betrachtet man nun weiter die anziehende Wirkung irgend eines beliebigen anderen Punktes der Kugel, so findet sich für jeden ohne Ausnahme ein ganz symmetrisch gegen das Centrum und den angezogenen Punkt liegendes Theilchen jenseit der Zuglinie des Mittelpunktes, so daß die Diagonale des Parallelogramms dieser beiden anziehenden Kräfte in ihrer Richtung wieder mit der Zuglinie des Mittelpunktes zusammenfällt.

Zufolge dieser Betrachtung fällt auch die Summe der Anziehungen aller Theile der Kugel in die Richtung der Zuglinie des Mittelpunktes, und die Wirkung der Kugel auf einen außerhalb derselben befindlichen materiellen Punkt ist ebenso, als vereinigte der Mittelpunkt in sich allein alle anziehende Kraft.

Die Anziehung nun, welche ein einzelner Punkt oder eine Kugel 213
rings um sich her ausübt, wird natürlich um so schwächer, je größer die Entfernung ist, und zwar nach dem festen Gesetze, daß die Wirkungen in verschiedenen Abständen sich umgekehrt wie die Quadrate der Abstände verhalten. Dieses Gesetz gilt nothwendig nicht nur für die materielle Anziehung, sondern für jede Kraft, welche von einem Punkte aus nach allen Richtungen hin wirkt.

Denkt man sich nämlich den Punkt, von welchem die Wirkungen ausgehen, mit mehreren concentrischen Kugelflächen in verschiedenen Abständen umgeben, so wird jede derselben mit der g a n z e n anziehenden Kraft gezogen. Da aber die Kugelschalen in verschiedenen Abständen verschiedene Größe haben, so muß sich die gleiche Kraft auf Oberflächen von ganz verschiedener Größe ausbreiten oder vertheilen, und natürlich auf jeden einzelnen Punkt um so schwächer wirken, je mehr deren sind. Da nun aber die verschiedenen Kugelschalen sich wie die Quadrate ihrer Halbmesser verhalten, so findet auch die Schwächung der Kraft in demselben Verhältnisse statt. Dieselbige Kraftgröße vertheilt sich bei dem 2=, 3=, 4fachen Abstande auf die 4=, 9=, 16fache Oberfläche, oder, was dasselbe sagen will, sie wirkt auf jeden einzelnen Punkt der Oberfläche nur mit $1/4$, $1/9$ oder $1/16$.

Es verhalten sich also die Wirkungen jeder Kraft, die von einem

Punkte aus nach allen Richtungen ausstrahlt, in verschiedenen Abständen umgekehrt wie die Quadrate dieser Abstände.

Es ist an sich klar, aber da hierin oftmals falsche Vorstellungen walten, wohl zu merken, daß die Kraft selbst durch den Abstand nicht geschwächt, sondern nur auf einen größeren Wirkungskreis vertheilt wird. Man findet vielmehr die Größe der Kraft für alle Abstände gleich, wenn man die Wirkungssumme aller derjenigen Theile zusammennimmt, welche gleichen Abstand von dem Ausgangspunkte der Kraft haben.

Da keinerlei Kraft von selbst erlöschen, sich verringern oder gar sich vergrößern kann, so ist dies Gesetz allgemein gültig für Kräfte, die aus einem Punkte allseitig durch den Raum hindurch wirken. Daher findet es Bestätigung und Anwendung auch in den Lehren von Licht, Wärme, Elektricität und Magnetismus.

214. Was nun im §. 212 von der Anziehungskraft einer Kugel erwiesen ist, daß ihre Wirkung auf einen außerhalb befindlichen Punkt sich durchaus so verhält, als ob alle anziehenden Theile im Mittelpunkt vereinigt wären, das läßt sich mit Anwendung der höheren Mathematik auch als gültig für einen Körper von der Gestalt des Erdballes, für ein elliptisches Sphäroid nachweisen, und ist bei der geringen Abweichung der Erde von wahrer Kugelgestalt auch ohne strengen Beweis als annäherungsweise richtig vorauszusetzen.

Man weiß demnach, daß die Anziehung des Erdballes auf einen entfernteren Körper sich zu der Anziehung an ihrer Oberfläche verhält wie das Quadrat des Erdhalbmessers zu dem Quadrate des Abstandes zwischen jenem entfernteren Körper und dem Erdmittelpunkte.

Die Fallgeschwindigkeit in verschiedenen Höhen über der Erdoberfläche ist daher auch unleugbar verschieden, und müßte eigentlich in unseren Betrachtungen und Beobachtungen als eine von der Höhe abhängige Größe eingeführt werden; allein da diejenigen Höhen, in welchen man darüber Versuche anstellen kann, so unbedeutend im Vergleich mit der Länge des Erdhalbmessers sind, so kann man diese Unterschiede der Fallgeschwindigkeit bei allen Beobachtungen vernachlässigen.

Ließe man zum Beispiel einen Stein aus der Höhe einer Meile herabfallen — die höchste bisherige Erhebung über dem Meeresspiegel — so würde der Abstand vom Mittelpunkte 861 Meilen betragen, wenn der Halbmesser zu 860 Meilen gefunden ist. Die

Fallgeschwindigkeit in solcher Höhe beläuft sich daher auf $\frac{860^2}{861^2}$ multiplicirt in die gewöhnliche Fallgeschwindigkeit bei der Erdoberfläche, d. h. sie ist kaum um $1/_{1000}$ kleiner, sie vermindert sich um $\frac{15^5/_8 \text{ Fuß}}{1000}$, mithin noch nicht um ¼ Zoll.

Daraus geht dann unwidersprechlich hervor, daß bei allen derartigen Versuchen die Schwere als eine Kraft von beständiger Größe angenommen werden kann, die bei dauernder Einwirkung auch eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung erzeugen muß.

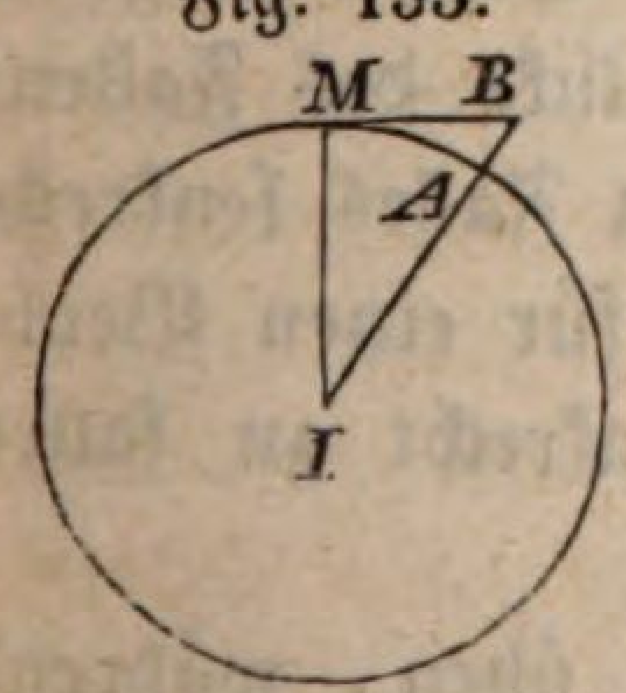
Betrachtet man dagegen die Wirkungen der Erdanziehung auf Körper, die in genügender Entfernung befindlich sind, z. B. auf den Mond, so gelangt das oben angeführte Gesetz zu seiner vollen Anwendung.

Der mittlere Abstand des Mondes von der Erde beträgt 60 Erdhalbmesser, und die Anziehung, welche auf ihn der Erdball ausübt, ist also 60^2 mal so klein als die, welche er an der Erdoberfläche erfahren würde, oder die Strecke, welche der Mond in der ersten Secunde gegen die Erde hin durchfallen muß, ist $15^5/_8$ Fuß, dividirt durch 60^2.

Da aber nach den Gesetzen der gleichmäßig beschleunigten Bewegung der Mond in einer Minute oder 60 Secunden einen 60^2 mal so großen Weg durchfallen muß, als in einer Secunde, so folgt, daß er sich in einer Minute gerade um so viel der Erde annähert, als ein in der Nähe der Erdoberfläche befindlicher Körper während einer Secunde. Die Erfahrung bestätigt diesen Schluß in nachstehender Weise:

Zufolge dem Gesetze der Willenlosigkeit aller Materie kann keine krummlinige Bewegung durch eine einzige Kraft hervorgebracht werden. Der Mond kann daher auch seine krumme Bahn um die Erde nicht fortsetzen, ohne daß es eine Kraft giebt, die ihn verhindert, der Tangente desjenigen Bogens zu folgen, in welchem er sich zu einer beliebigen Zeit befindet. Betrachtet man den Augenblick der Bewegung des Mondes, da er M (Fig. 133) erreicht, so würde er seinen Weg nach MB fortsetzen, wenn nichts ihn daran hinderte. Er durchläuft aber statt dessen den Bogen MA, weil er durch eine andere Kraft, nämlich die Anziehung der Erde, um den Abstand

Fig. 133.



AB von demjenigen Wege abgelenkt wird, den er nach dem Gesetze der Willenlosigkeit aller Materie hätte verfolgen sollen. BA ist aber = BJ — JA = Secans — Radius des Bogens MA. Der Bogen nun, welchen nach astronomischen Erfahrungen der Mond in seiner Bahn während einer Minute durchläuft, beträgt 32″,94 und bei der Berechnung findet man, daß Sec. — Rad. dieses Bogens der Mondbahn gleich dem Fallraum einer Secunde an der Erdoberfläche ist.

Die zusammengesetzte Bewegung.

215 Es ist schon früher davon die Rede gewesen, daß, wenn zwei Kräfte, die jede für sich eine gleichmäßige und unveränderte Bewegung hervorbringen, zugleich auf denselbigen Körper einwirken, dieser eigentlich beide Bewegungen ausführt, indem er die Diagonale des Parallelogramms dieser Kräfte durchläuft.

Dasselbe gilt auch von gleichzeitiger Wirkung zweier Kräfte, deren eine dauernd wirkt und also eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung hervorruft; nur daß dann die durch beide Kräfte zusammengenommen bewirkte Bewegung nicht als Diagonale eines einzigen Kräfteparallelogramms dargestellt werden kann, sondern aus einer ununterbrochenen Folge solcher Parallelogramme entsteht. In jedem Falle vollführt der Körper die beiden verschiedenen Bewegungen, welche er erhält, vollständig, erzeugt aber dadurch nur eine Bahn, in welcher keine der beiden verschiedenen Bewegungen durch die Sinne unterschieden werden kann.

Fällt z. B. ein Körper von dem Maste eines Schiffes herab, das unter Segel ist, so hat er im Augenblicke des Fallens dieselbe fortschreitende Bewegung wie das Schiff, und indem er zugleich senkrecht mit gleichförmig beschleunigter Bewegung herabfällt, bewegt er sich nichtsdestoweniger in jedem Augenblicke parallel mit des Schiffes Richtung und mit derselben wagerechten Geschwindigkeit, die er gleich allen Theilen des Schiffes im Augenblicke des Fallens hatte. Hieraus folgt, daß er während des ganzen Falles senkrecht über demselben Punkte des Schiffes schwebt, und für einen Beobachter, welcher sich auf dem Schiffe befindet, senkrecht zu fallen scheint.

Oft sieht man Ballspielkünste von Kunstreitern üben, während ihr Pferd in voller Bewegung ist. Mit der Richtung ihrer Würfe

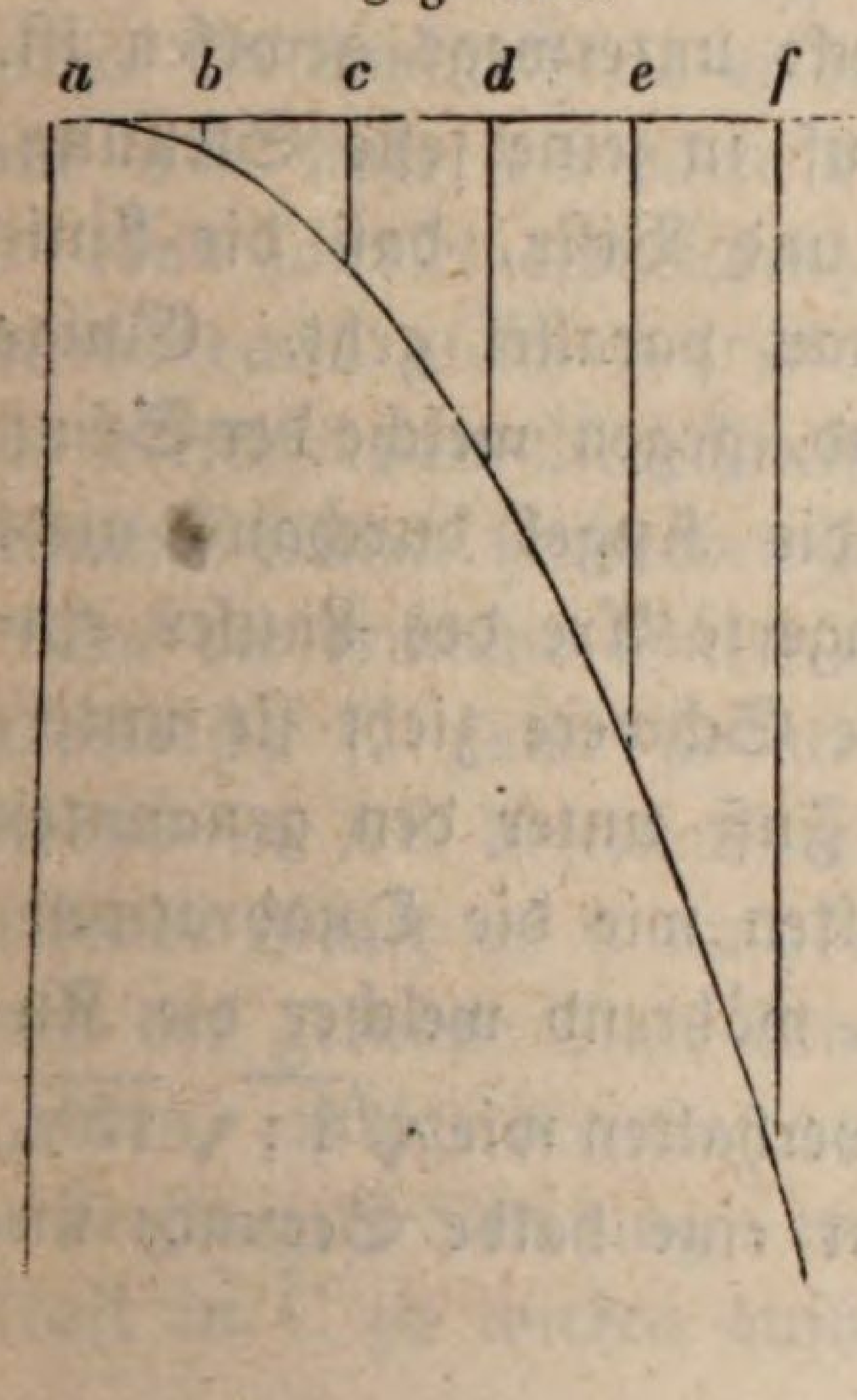
brauchen sie diese Bewegung nicht zu berücksichtigen. Was sie senkrecht aufwerfen, fällt wieder bei ihnen nieder, weil der Ball schon in der Hand dieselbe fortschreitende Bewegung hatte, wie das Pferd.

Um dies an sich unzweifelhafte und leicht verständliche Sachverhältniß durch genaue Versuche noch mehr zu bestätigen, hat man Wagen vorgerichtet, aus denen durch eine obere Oeffnung während ihres Laufes Kugeln emporgeschleudert werden. Die Erfahrung zeigt dann, daß, wie schnell auch der Wagen laufe, die senkrecht geschleuderte Kugel doch in dasselbige Loch zurückfällt, aus welchem sie geworfen wurde.

Mehrere dieser Beispiele sind schon früher gelegentlich erwähnt worden, bekommen jedoch erst hier ihr rechtes Licht, weil die Fallbewegung vorher noch nicht als eine ungleichförmige bekannt war.

Das Voranstehende giebt nun eine leichte Antwort auf einen in 216
früheren Zeiten ausgesprochenen Einwurf gegen das Gesetz der Axendrehung der Erde. Man folgerte nämlich, ein in die Höhe geworfener Körper könne nicht auf dieselbe Stelle zurückfallen, wenn die Erde sich darunter hinwegdrehe. Hat man diesen Einwurf durch das Obige widerlegt, so lehrt jedoch auch eine tiefer eingehende Betrachtung, daß die Umdrehung der Erde dennoch einen Einfluß auf die Richtung der Fallbewegungen äußern müsse und wirklich äußere. Allein dieser Einfluß ist so klein, daß er nur durch die sorgfältigsten Versuche sich auffinden läßt. Hierüber wird später im §. 242c gehandelt.

Fig. 134.



Wenn ein Körper parallel mit dem 217
Horizonte in der Richtung af geworfen wird, so ist diese Bewegung, welche durch eine momentane Kraft hervorgerufen wurde, gleichförmig und unverändert, und die von ihr durchlaufenen Strecken ab, bc, cd, de, ef verhalten sich wie die darauf verwendeten Zeiten. Durch die Schwere aber wird der Körper unaufhörlich aus der Richtung af weggezogen und beschreibt folglich eine krumme Linie. Die Abweichungen derselben von der wagerechten Bewegung, welche die Figur durch senkrechte Linien darstellt, sind Strecken,

die durch gleichmäßig beschleunigte Fallbewegung zurückgelegt werden, und verhalten sich daher wie die Quadrate der angewendeten Zeiten.

Betrachtet man demnach die wagerechten Abstände von a als die Ordinaten, die senkrechten Linien als die Abscissen für die Bestimmung der krummen Bahn, so verhalten sich für jeden Punkt in der erzeugten krummen Linie die Abscissen so, wie die Quadrate der Ordinaten, und die krumme Linie ist deshalb eine Parabel.

Selbst wenn die Richtung af nicht dem Horizonte parallel ist, sondern einen Winkel mit demselben macht, erhält man eine krumme Linie nach gleichem Gesetz, also auch von parabolischem Verlauf.

Demnach ergiebt sich, daß diejenige krumme Linie, welche durch Wurfbewegung erzeugt wird, stets eine parabolische ist, ausgenommen den Fall, wenn die Geschwindigkeit, womit ein Körper geworfen wird, so groß wäre, daß die Fallrichtungen nicht mehr sämmtlich als parallel betrachtet werden könnten. Dann wird durch Zusammenwirken beider Kräfte keine Parabel, sondern, wie sich im Folgenden zeigen soll, eine Ellipse gebildet. Auf der parabolischen Bahn der Wurfbewegung beruht die Theorie des Bombenwerfens, wobei man jedoch, außer der Fallgeschwindigkeit und der durch die Explosion bewirkten Stoßbewegung, noch den Widerstand der Luft als ein wesentliches Moment berücksichtigen und in Rechnung bringen muß.

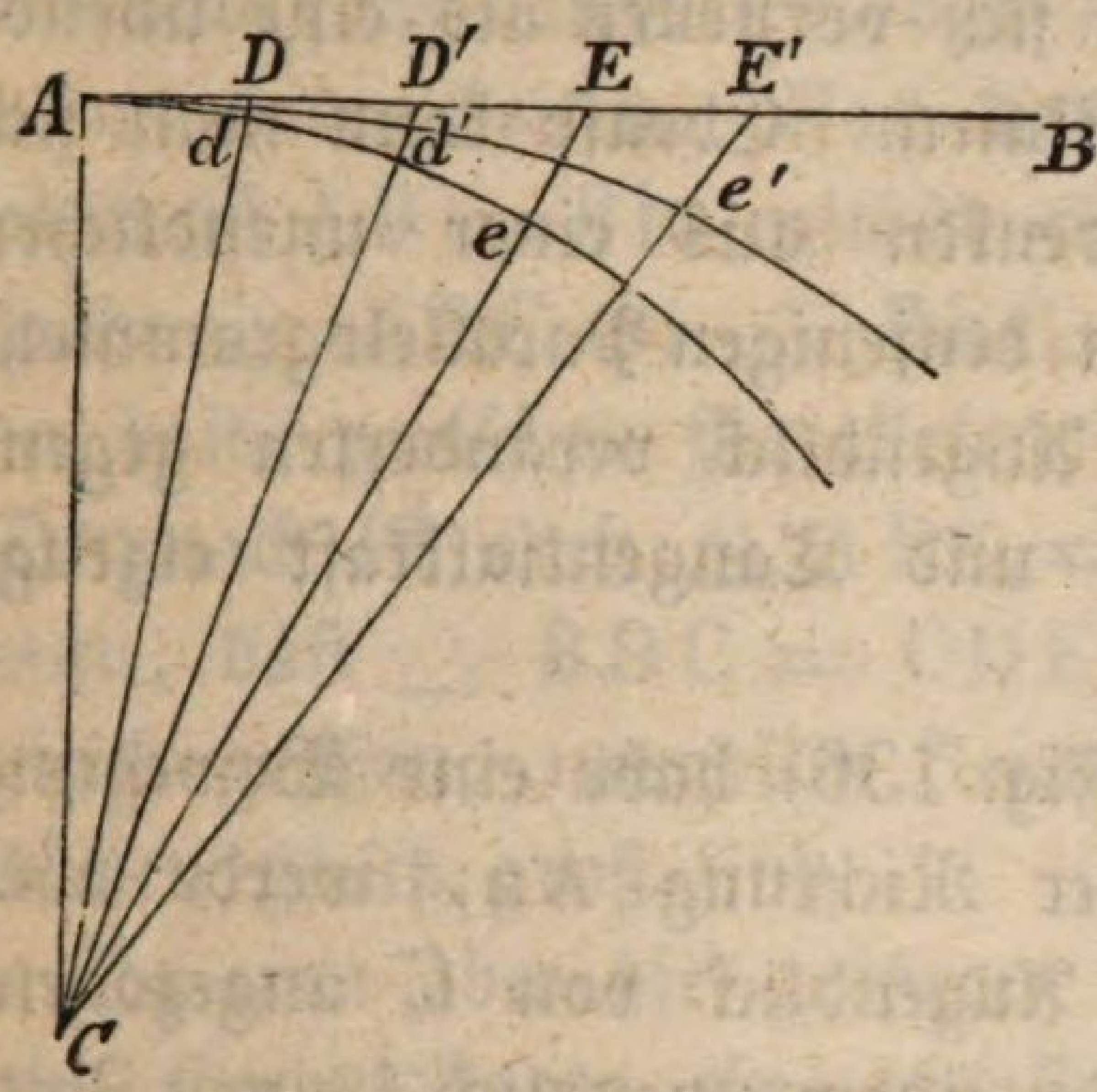
Ferner kann man auch in Anwendung dieser Grundsätze die Güte des Pulvers prüfen, indem man darnach genau die Zeit berechnet, welche die Kugel auf einer bekannten Strecke unterwegs gewesen ist.

Man legt zu dem Ende den Büchsenlauf in eine feste Stellung, und versieht ihn mit einem solchen Korn und Visir, daß die Linie des Zielens mit der Axe des Laufes genau parallel geht. Einige hundert Schritte davon steht eine Holzwand, gegen welche der Schuß gerichtet wird. Wenn nun die Schwere die Kugel durchaus nicht ablenkte, so sollte sie genau in die verlängerte Axe des Laufes einschlagen. Das thut sie nicht, sondern die Schwere zieht sie unterwegs abwärts. Trifft sie nun z. B. 4 Fuß unter den genannten Punkt, so muß, da sich die Zeiten verhalten wie die Quadratwurzeln der durchfallenen Strecken, die Zeit, während welcher die Kugel unterwegs war, sich zu einer Secunde verhalten wie $\sqrt{4} : \sqrt{15^5/_8}$, oder ungefähr wie 1 : 2. Die Kugel war eine halbe Secunde unterwegs.

Da auch das beste Schießpulver diese Wirkung nicht ganz aufheben kann, so pflegt man bei dem gewöhnlichen Schießgewehr die Axe des Büchsenlaufes nicht parallel mit der durch Korn und Visir bezeichneten Linie des Zielens zu machen, sondern sie unter einem unbedeutenden und je nach der Entfernung des Zieles zu vergrößernden Winkel gegen einander zu neigen, weil sonst die Kugel beständig unterhalb des Punktes einschlagen würde, auf welchen man gezielt hatte.

Wenn ein Körper A (Fig. 135) einen Stoß nach der Richtung 218

Fig. 135.



AB erhalten hat, durch den er in dieser Linie mit gleichmäßig unveränderter Geschwindigkeit fortgehen müßte, zugleich aber unaufhörlich durch eine von dem Punkte C ausgehende Kraft aus dieser Richtung abgelenkt wird, so entsteht dadurch eine krummlinige Bewegung. Gesetzt, C wäre im Stande gewesen, den Körper von D bis d zu ziehen in derselben Zeit, in welcher AD durchlaufen wird, oder von E nach e in derselben Zeit, in welcher er AE durchläuft, so müssen diese beiden Punkte in der krummen Bahn Ade liegen. Das Verhältniß zwischen der Anziehung und der Geschwindigkeit in der Richtung AB bestimmt die Krümmung; denn wenn dem Körper anfangs eine so große Geschwindigkeit ertheilt worden wäre, daß er AD′ statt AD und AE′ statt AE hätte durchlaufen können, so würde er erst bei D′ eben so viel abweichen, wie vorhin bei D. Die krumme Linie würde dann gleich Ad′e′ sein. Schon hieraus gewahrt man, daß ein verschiedenes Verhältniß zwischen den beiden Kräften verschiedene krumme Linien hervorbringen muß.

Da die krumme Bahn nur eine Folge der einen stetig wirkenden Kraft ist, so kann sie als eine beständige Abweichung von der geraden, in AB bezeichneten, betrachtet werden, und sobald die anziehende Kraft in C aufhört zu wirken, wird sich auch A weiter nach der geraden Linie bewegen, jedoch nicht in der Richtung AB, sondern, zufolge des Gesetzes der Willenlosigkeit aller Materie, immer in derjenigen Richtung, welche er in dem Augenblicke hat, da die Kraft in C zu wirken aufhört, d. h. nach der Tangente desjenigen

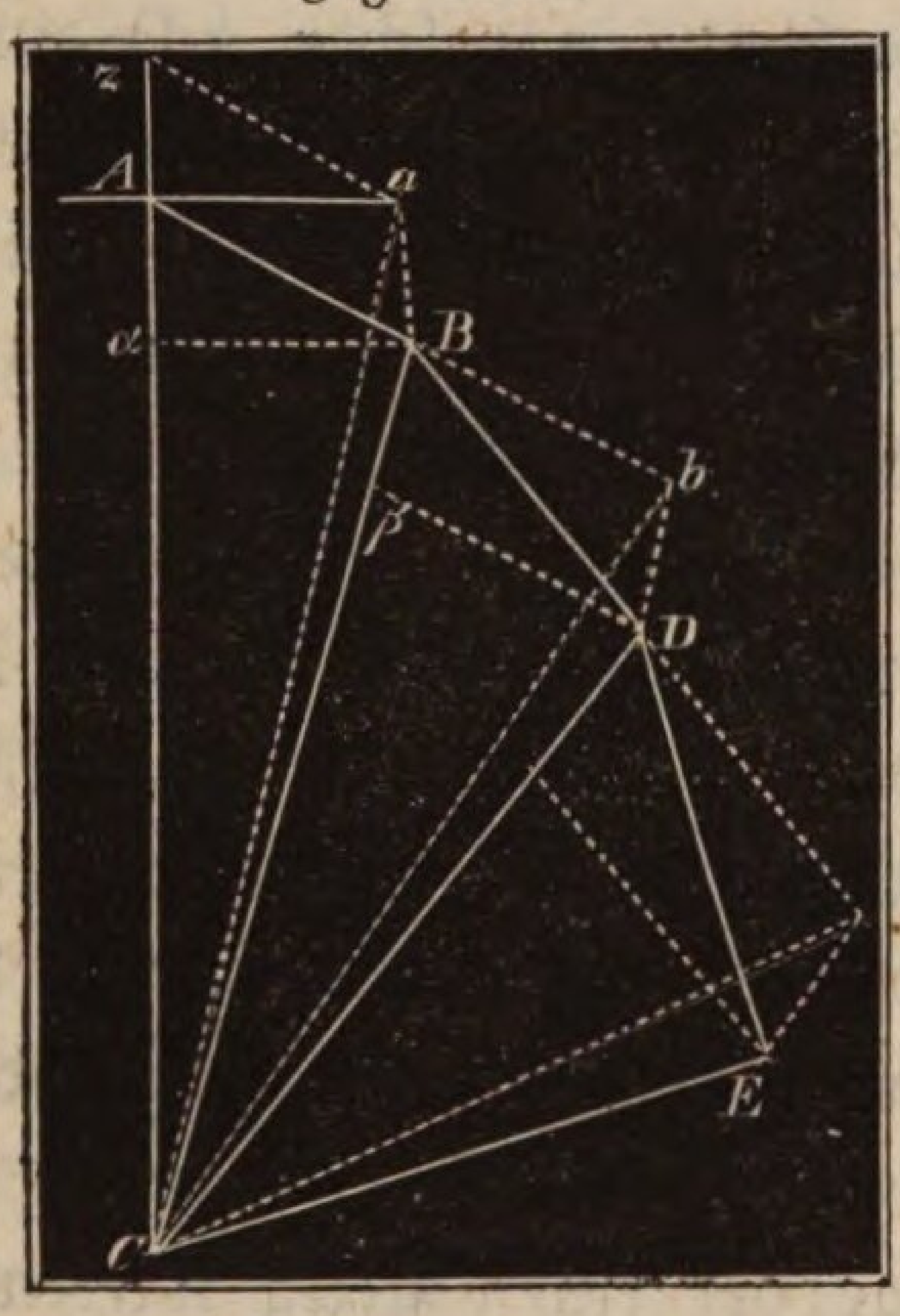
Punktes der krummen Linie, wo er sich in dem fraglichen Augenblicke befindet.

219 Diejenige Kraft, welche den bewegten Körper gegen den Mittelpunkt zieht, heißt die centripetale oder Ziehkraft; die andere Kraft dagegen, welche ihn nach der Tangente der krummen Linie fortführen muß, wenn die Ziehkraft zu wirken aufhört, oder welche bei dem ersten Anfange der Bewegung als Stoß auftritt, heißt die Tangentialkraft. Die Bewegung selbst nennt man eine Kreis-, Umlaufs- oder Centralbewegung, und den Punkt, um welchen sie geschieht, den Mittelpunkt der Kräfte.

Eine jede krumme Linie kann man sich vorstellen als eine unendliche Folge unendlich kleiner gerader Linien. Ebenso kann man sich eine Umlaufsbahn zusammengesetzt denken aus einer unendlichen Folge unendlich kleiner Diagonalen in denjenigen Parallelogrammen, welche nach einander durch die jeden Augenblick veränderten gegenseitigen Richtungen der Centripetal- und Tangentialkraft erzeugt werden.

Man stelle sich vor, der Punkt A (Fig. 136) habe eine Bewegung in der Richtung Aa, werde aber jeden Augenblick von C angezogen, und in einem unendlich kleinen Zeittheil werde er von beiden Kräften, resp. bis a und α, getrieben, so müßte er die Diagonale AB in dem Parallelogramm dieser beiden Kräfte beschreiben.

Fig. 136.



Hörte darnach die Anziehungskraft urplötzlich zu wirken auf, so müßte der bewegte Punkt in der einmal gewonnenen Richtung verharren und in dem nächsten gleich großen Zeittheilchen den Weg Bb (= AB) zurücklegen. Da aber thatsächlich die Anziehungskraft in C nicht aufhört, so wird durch sie in gleicher Zeit der Punkt von B bis β gezogen. Beiden Kräften gehorsam, folgt er der Diagonale BD. Auf gleiche Weise geht dann sein Weg längs DE und so fortan durch eine unendliche Zahl unendlich kleiner gerader Linien, die unter sehr stumpfen Winkeln auf einander folgen und in ihrer Continuität die krummlinige Bahn bilden.

Eine gerade Linie von dem Mittelpunkt der Kräfte nach einem 220
Punkte in der Bahn des bewegten Körpers nennt man eine Zuglinie oder einen radius vector. Wenn man sich vorstellt, daß eine solche Linie dem in einer Centralbewegung begriffenen Körper folgt, wie ein Faden, der ihn an's Centrum bindet und sich zugleich in demselben Maaße verlängert oder verkürzt, als der Körper seinen Abstand von dem Mittelpunkt der Kräfte verändert, so sagt man, die Zuglinie beschreibe die Flächen, welche sie während ihres Laufes gedeckt hat.

Von diesen durch die Zuglinie beschriebenen Flächen gilt bei jeder Centralbewegung das Gesetz, daß sie sich eben so verhalten, wie die darauf verwendeten Zeiten. Nach der Darstellung in dem vorigen Paragraphen ist AB = Bb, mithin als Dreiecke von gleicher Grundlinie und Höhe △ ABC = △ BbC. Aber auch △ BbC = △ BDC, da beide zwischen Parallelen auf derselben Grundlinie BC stehen. Demnach ist auch △ ABC = △ BDC. Auf gleiche Art beweiset man, daß △ BDC = CDE u. s. w., oder kurz, daß alle die in gleich großen, unendlich kleinen Zeittheilchen beschriebenen Dreiecksflächen gleich groß sind.

Da nun aber die größeren Flächen, welche von zwei Zuglinien und einem Bogen eingeschlossen worden, eben so viele gleich große Flächentheile enthalten, als Zeittheile angewendet wurden, um den Bogen zu beschreiben, so verhalten sich auch diese Flächen immer so wie die angewendeten Zeiten.

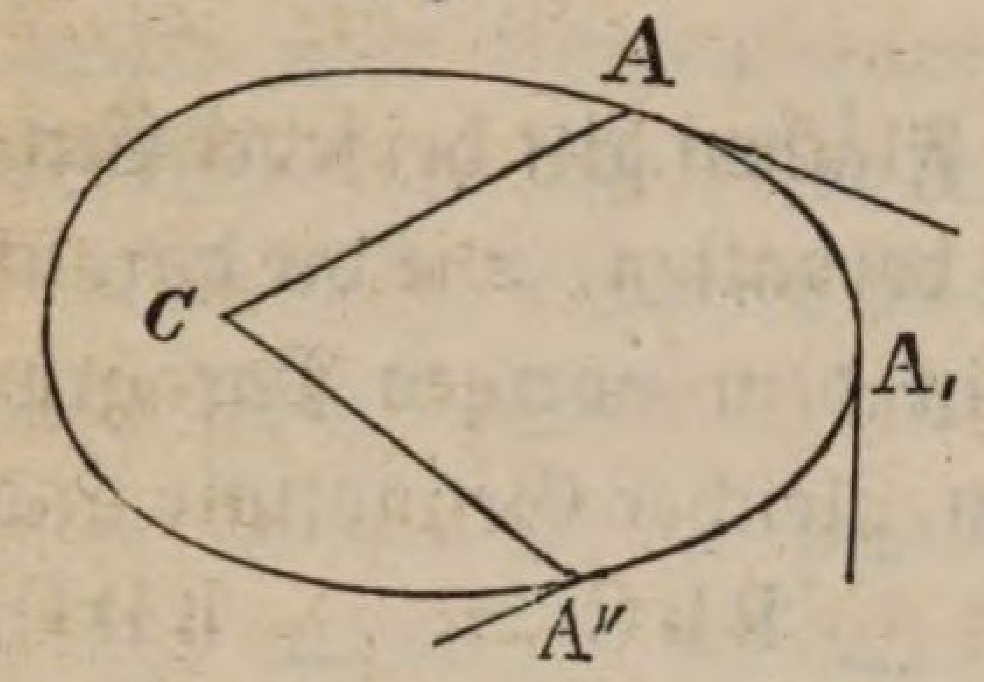
Die Geschwindigkeit eines in Centralbewegung befindlichen Kör- 221
pers an verschiedenen Stellen seiner Bahn verhält sich umgekehrt, wie der Abstand seiner jedesmaligen Richtungslinie oder Tangente von dem Mittelpunkte der Bewegung.

Da erwiesenermaßen gleiche Zeiten erforderlich sind, um die Bahnstücke AB, BD, DE zurückzulegen, so verhalten sich an diesen Stellen der Bahn auch die Geschwindigkeiten ebenso wie diese Stücke, d. h. ebenso wie die Grundlinien in den drei gleich großen Dreiecken CAB, CBD und CDE, oder umgekehrt wie die diesen Grundlinien entsprechenden Höhen in denselben Dreiecken, oder mit anderen Worten, umgekehrt wie die Perpendikel, die man von C auf die Richtungen dieser verschiedenen Bahnstücke fällt. Diese Perpendikel aber sind die oben erwähnten Abstände der jedesmaligen Richtungslinie von dem Mittelpunkt der Kräfte. Eine einfache Anwendung dieses Satzes ist die, daß die Geschwindigkeit in allen Theilen der Bahn

gleichförmig bleibt, wenn die Abstände überall gleich sind, d. h. wenn die Bahn ein Kreis ist; daß ferner die Bewegung sich einer gleichförmigen um so mehr nähert, je mehr die Bahn einem Kreise gleich kommt.

Die eigentlich wirksame Ursache in diesen Verhältnissen tritt anschaulicher hervor, wenn man sich eine krummlinige Bahn denkt, die von dem Kreisumrisse abweicht, wie z. B. Fig. 137, in welcher C den Mittelpunkt der Kräfte bezeichnet. Ist der umkreisende Körper bei A im Begriffe, sich von C zu entfernen, und bei A″ sich C zu nähern, so wird die Anziehungskraft offenbar schwächend im ersten, verstärkend im zweiten Falle auf die vorhandene tangentiale Geschwindigkeit einwirken. Bei A′ dagegen wird sie weder in dem einen, noch in dem anderen Sinne Einfluß haben.

Fig. 137.



222 Die Zeit, während welcher ein in Umlaufsbewegung befindlicher Körper seine Bahn zurücklegt, heißt die Umlaufszeit. Diese muß selbstverständlich um so kürzer sein, je größer die Geschwindigkeit, und um so länger, je größer die Bahn.

Demnach stehen also die Umlaufszeiten verschiedener in Centralbewegung befindlicher Körper in einem Verhältniß zu einander, welches zusammengesetzt ist aus dem geraden Verhältniß der Größe der Bahnen und dem umgekehrten Verhältniß der Geschwindigkeiten.

Die ganze Umlaufszeit eines Körpers verhält sich zu der Zeit, in welcher ein beliebiger Bogen seiner Bahn durchlaufen wird, wie die ganze Bahnebene zu dem Stücke derselben, welches der Bogen und die Zuglinien seiner Endpunkte einschließen.

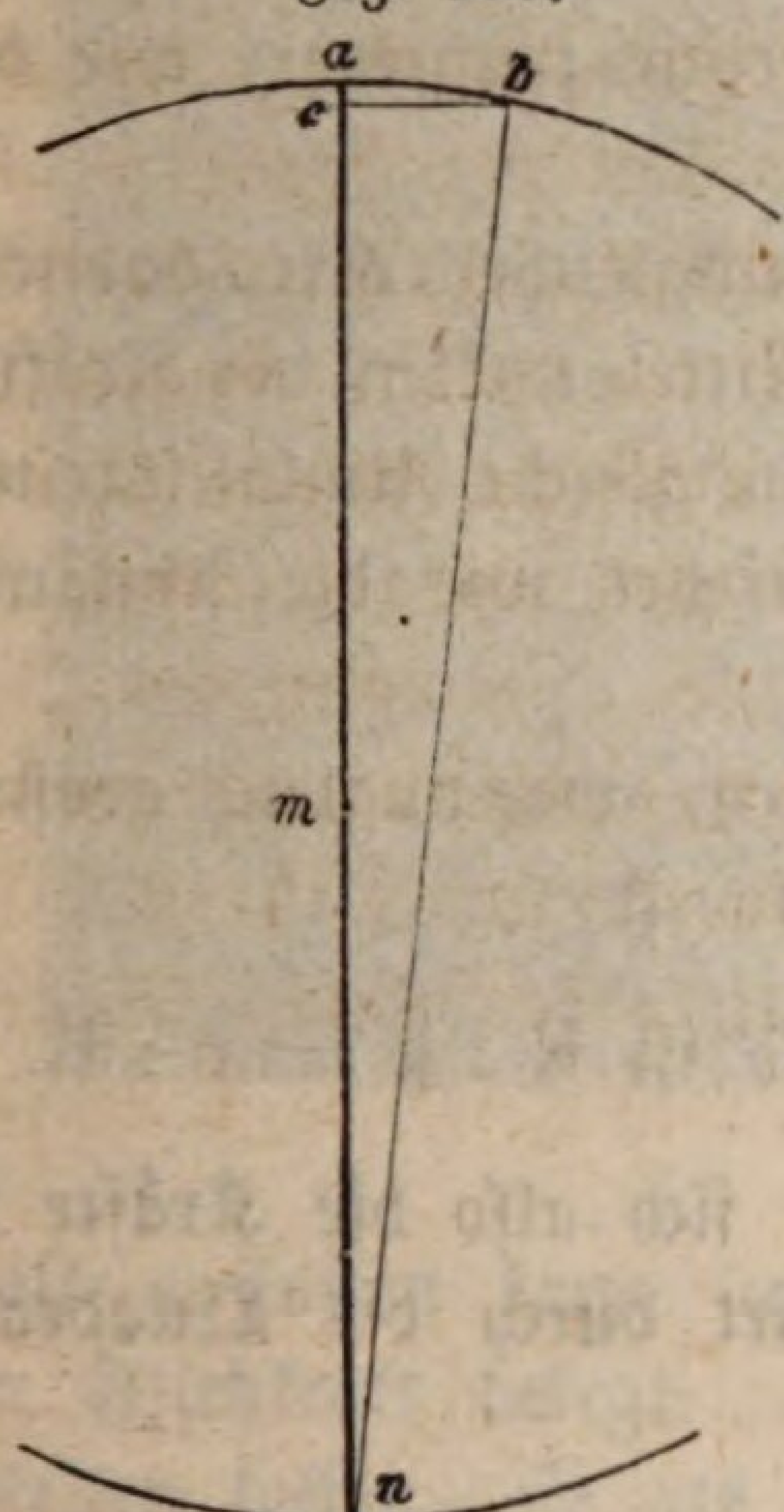
Um der Anschaulichkeit und des Verständnisses willen pflegt man jede in sich selbst zurücklaufende krummlinige Bewegung, die zum Gegenstande einer Untersuchung gemacht wird, auf einen Kreis zurückzuführen, welcher der Ebene der Bahn gleich ist, und den, wie man annimmt, der Körper in derselben Zeit wie seine wirkliche Bahn, aber mit gleichförmiger Geschwindigkeit, durchläuft, welche eine mittlere Geschwindigkeit zwischen der größesten und kleinsten in seiner wirklichen Bewegung ist.

Bei solchen auf Kreise zurückgeführten Bahnen verhalten sich die Umlaufszeiten gerade so wie die mittleren Abstände, und umgekehrt, wie die Geschwindigkeiten; daher auch andererseits die Geschwindig-

keiten gerade wie die Abstände, und umgekehrt, wie die Umlaufszeiten.

Die Größe der Ziehkraft ae ist in Fig. 138 gleich dem Quer- 223 sinus des durchlaufenen Bogens ab, oder wenn man die Sehne des Bogens ab gezogen denkt, in dem rechtwinkeligen Dreieck $abn = \frac{ab^2}{an}$. Da indessen ein Bogen, wenn er sehr klein genommen wird, statt seiner Sehne gesetzt werden kann, so ist überhaupt die Ziehkraft $= \frac{ab^2}{an}$, d. h. gleich dem Quadrate des Bogens, dividirt durch den zweifachen Abstand von dem Mittelpunkt der Kräfte, und in kreisförmigen Bahnen mit dem Radius r, also $= \frac{ab^2}{2r}$.

Fig. 138.



Wenn zwei Körper in Kreisbahnen von 224 ungleicher Größe gleich große Umlaufszeiten haben, so verhalten sich die Ziehkräfte wie ihre Abstände von den resp. Mittelpunkten der Kräfte.

Nennt man die beiden Ziehkräfte K und k, die Abstände von den Mittelpunkten R und r, die in gleichen Zeiten durchlaufenen, gleich großen, aber nicht gleich langen Bogen b und b′, so ist in dem größeren Kreise $K = \frac{b^2}{2R}$, in dem kleinen Kreise $k = \frac{b'^2}{2r}$, also $K : k = \frac{b^2}{2R} : \frac{b'^2}{2r} = 2b^2r : 2b'^2R$. Da aber $b : b' = R : r$ oder $b'R = br$, so wird

$$K : k = R : r.$$

Wenn dagegen zwei Körper in gleichen Kreisbahnen, also auch gleichen Abständen von dem Mittelpunkt der Kräfte, ungleiche Geschwindigkeiten haben, so verhalten sich die Ziehkräfte wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, und folglich umgekehrt wie die Quadrate der Umlaufszeiten.

Nennt man wiederum die beiden in ihrem Verhältniß zu bestimmenden Ziehkräfte K und k, die in den beiden gleichen Bahnen in gleicher Zeit durchlaufenen ungleichen Bogen B und b, den Abstand

vom Mittelpunkt der Kräfte r, so ist $K : k = \frac{B^2}{2r} : \frac{b^2}{2r} = B^2 : b^2$, und da sich die Geschwindigkeiten V und v wie die durchlaufenen Strecken verhalten, so ist auch $K : k = V^2 : v^2$. Die Umlaufszeiten T und t dagegen verhalten sich natürlich umgekehrt wie die Geschwindigkeiten, also $K : k = t^2 : T^2$.

225 Wenn endlich drittens zwei Körper in ungleichen Kreisbahnen, also ungleichen Abständen von ihren resp. Mittelpunkten der Kräfte, gleiche Geschwindigkeiten und demzufolge ungleiche Umlaufszeiten haben, so verhalten sich die Ziehkräfte umgekehrt wie die Abstände von den Mittelpunkten.

Nennt man nämlich die beiden gleich langen, aber ungleich großen Bogen B und B′, die Abstände R und r, so ist:

$K : k = \frac{B^2}{2R} : \frac{B'^2}{2r}$, und da $B = B'$, so ist $K : k = r : R$.

Ganz allgemein ausgesprochen, verhalten sich also die Kräfte so wie die Abstände vom Mittelpunkte, dividirt durch die Quadrate der Umlaufszeiten:

$$K : k = \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}.$$

Von diesen vorhergehenden Sätzen läßt sich eine wichtige Anwendung machen. Man hat nämlich durch astronomische Beobachtungen das Gesetz gefunden, daß die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten um die Sonne sich verhalten wie die Würfel ihrer Abstände von derselben. Verbindet man dieses Gesetz, das in den Buchstaben des vorigen Paragraphen diese Gestalt hat:

$$T^2 : t^2 = R^3 : r^3,$$

und die Proportion $K : k = \frac{R}{T^2} : \frac{r}{t^2}$ aus dem vorigen Paragraphen mit einander, so erhalten wir die Proportion:

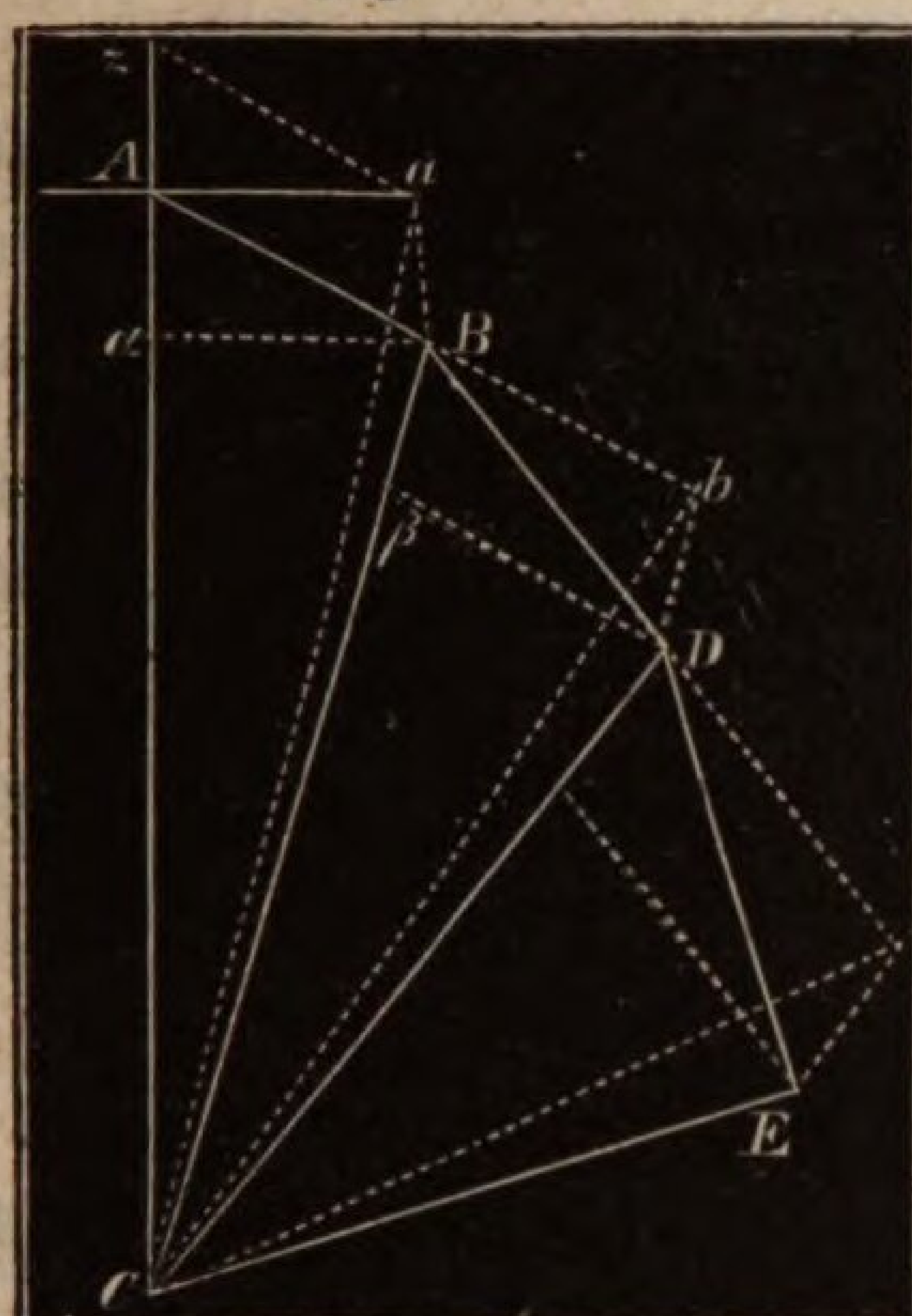
$$K : k = \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2} = r^2 : R^2,$$

so daß das Gesetz von der Abnahme der Wirkung einer centralen Kraft mit der Entfernung, dessen allgemeine Gültigkeit oben demonstrirt wurde und welches für die Anziehung der Erde gleichfalls oben schon erfahrungsmäßig festgestellt worden, nun auch für die Anziehung der Sonne erfahrungsmäßig nachgewiesen ist.

226 Heften wir unsere Aufmerksamkeit auf irgend einen Punkt A (Fig. 139, s. f. S.) in einer Umlaufsbahn, so ist die Tangente für

diesen Punkt des Bogens diejenige Richtung, welche der Körper

Fig. 139.



fortan unausgesetzt verfolgen würde, wenn nicht die Anziehung seinen Gang stets auf's Neue ablenkte. Hörte diese Kraft einen Augenblick zu wirken auf, so würde er, anstatt durch die vereinte Thätigkeit beider Kräfte das Bogenstück AB zu beschreiben, nur noch ein entsprechendes Stück Aa der Tangente zurücklegen und dadurch sich um eine Strecke aB vom Mittelpunkte entfernen.

Demnach liegt in der tangentialen Richtung zugleich ein Bestreben vom Mittelpunkte weg, welches man durch Abstraction als eine für sich bestehende Kraft auffassen kann und dann mit dem Namen Centrifugalkraft oder Fliehkraft belegt. Durch diesen Namen darf man sich nicht verleiten lassen, sie als eine dritte eigenthümliche, von den beiden anderen unabhängige und zum Erfolg der Centralbewegung mitwirkende Kraft aufzufassen, oder sie wohl gar, wie das nicht selten geschieht, mit der Tangentialkraft zu verwechseln, sondern man muß den Gedanken festhalten, daß sie nur ein Bestandtheil der Tangentialkraft, von dieser nur durch den Gedanken nach den Vorschriften der Kräftezerlegung losgelöset ist.

Wenn die Centralbewegung vorhanden ist, so ist darin das einzige noch immer Thätige die Ziehkraft, während dagegen die fortwirkende Tangentialkraft — abgesehen von dem ersten Anlaß derselben — nachher immer nur eine Folge der Willenlosigkeit ist, mit welcher die Körper ihre Bewegungen fortsetzen.

Diejenigen Wirkungen, welche wir der Fliehkraft zuschreiben, sind daher nichts anders, als ein abgesonderter Theil der Wirkungen, welche bei einer Centralbewegung aus dem Gesetze der Willenlosigkeit hervorgehen.

Am anschaulichsten wird man mit dieser Betrachtung vertraut durch eine wirkliche Zerlegung der Kräfte. Bei unendlich kleinen Bogen, wie sie hier gedacht werden, kann man AB als gerade Linie betrachten. Demnach kann Aa in die beiden Kräfte Az und AB zerlegt gedacht werden. Die solchergestalt für den Punkt A erhaltene

Fliehkraft A z wird durch die gleich große Ziehkraft A α aufgehoben, so daß als Gesammtwirkung aller Kräfte nur die Bewegung in der wirklichen Bahn A B übrig bleibt.

Es muß bei dieser bildlichen Darstellung des Vorganges nochmals ausdrücklich bemerkt werden, daß es nur von der Unvollkommenheit der Zeichnung herrührt, wenn wir dem Bogen eine endliche Größe geben, während in der Wirklichkeit die Richtung sich jeden Augenblick verändert, daher nur wirklich unendlich kleine Bogen betrachtet werden können; deshalb aber auch die nach den Endpunkten des Bogens gezogenen Halbmesser als parallel gelten müssen, woraus dann von selber folgt, daß an jedem Theile der Bahn Ziehkraft und Fliehkraft gleich groß, aber entgegengesetzt sind.

227 Ohne Rücksicht auf die Kräfte, welche die Umlaufsbewegung hervorgebracht haben, muß daher diese jedesmal eine Fliehkraft enthalten, und dieser Theil der gesammten dabei thätigen Kräfte verdient eine besondere Aufmerksamkeit, weil er bei allen im täglichen Leben vorkommenden Rotationsbewegungen, in welchen statt der Ziehkraft nur eine der Fliehkraft widerstehende Substanzfestigkeit wirksam ist, den Grad der erforderlichen Festigkeit bestimmt, also eine unmittelbar praktische Bedeutung hat.

Daß bei solchen Bewegungen die Fliehkraft mit ihren Wirkungen eine große Wichtigkeit hat, geht schon aus einfachen Beispielen hervor. Ein Stein, der an einen Faden geheftet ist und hurtig umgeschwungen wird, spannt diesen Faden selbst in solchen Stellungen, wo es nicht geschehen kann, ohne daß die Wirkung der Schwere aufgehoben ist, und man kann durch Vergrößerung der Geschwindigkeit dieser Schwingungen die Fliehkraft so groß machen, daß der Faden zerrissen wird; denn bei gleichem Abstande von dem Mittelpunkte verhalten sich die Fliehkräfte gleich den Ziehkräften, so wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

Auf der Wirkung dieser Kraft beruht der physikalische Kunstgriff, ein Glas Wasser in einen Tonnenreif zu setzen und durch hurtiges Umschwenken zu bewirken, daß weder das Glas aus dem Reif, noch das Wasser aus dem Glase fällt, wenn es während der Schwenkung sich in umgekehrter Stellung befindet. Ebenso ist es die Fliehkraft, welche macht, daß sich die Kunstreiter, auf den Pferden stehend, ganz schräge nach dem Innern der Reitbahn richten; eine Stellung, welche beizubehalten nicht möglich sein würde, wenn nicht die durch des Pferdes schnellen Umlauf hervorgebrachte Fliehkraft

der Schwere entgegenwirkte. Oftmals sieht man die Kunstreiter an der inneren Seite des Pferdes gleichsam angeklebt sich halten, ohne jeden Stützpunkt, so daß sie auch vom ruhenden Pferde herunterfallen würden. Hier wirkt wiederum die Fliehkraft, welche erst während des Umlaufs entstanden ist, und nie wird man daher sehen, daß ein Kunstreiter die Stellung gleich beim Anfange seines Rittes wählt. Dagegen ist aber die gemeine Steinschleuder, welche von so Vielen als eine Anwendung der Fliehkraft angesehen und genannt wird, entschieden nur ein Beispiel der Tangentialkraft.

Selbst ein einfacher Steinwurf ist die Wirkung der Tangentialkraft, die in dem Umschwunge unseres Armes entsteht, wenn auch die Hand keine regelrechte Umlaufsbewegung vollführt.

Um Versuche über die Fliehkraft und deren Gesetze anzustellen, 228
bedient man sich eines Apparates, welcher die Centrifugalkraftma-

Fig. 140.

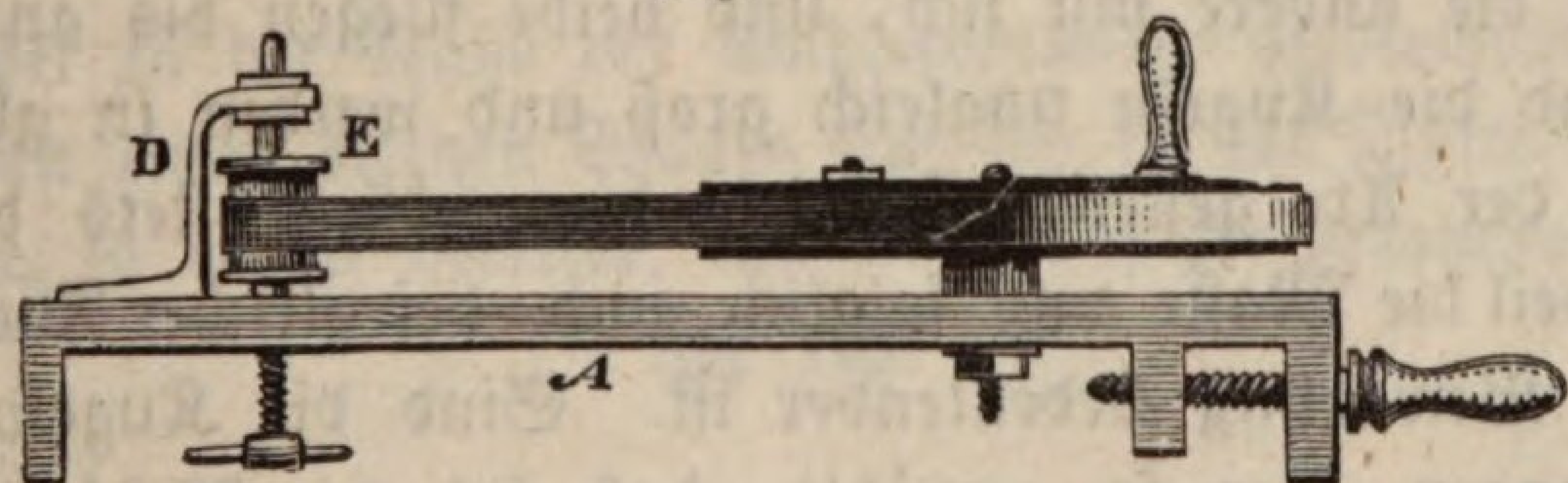
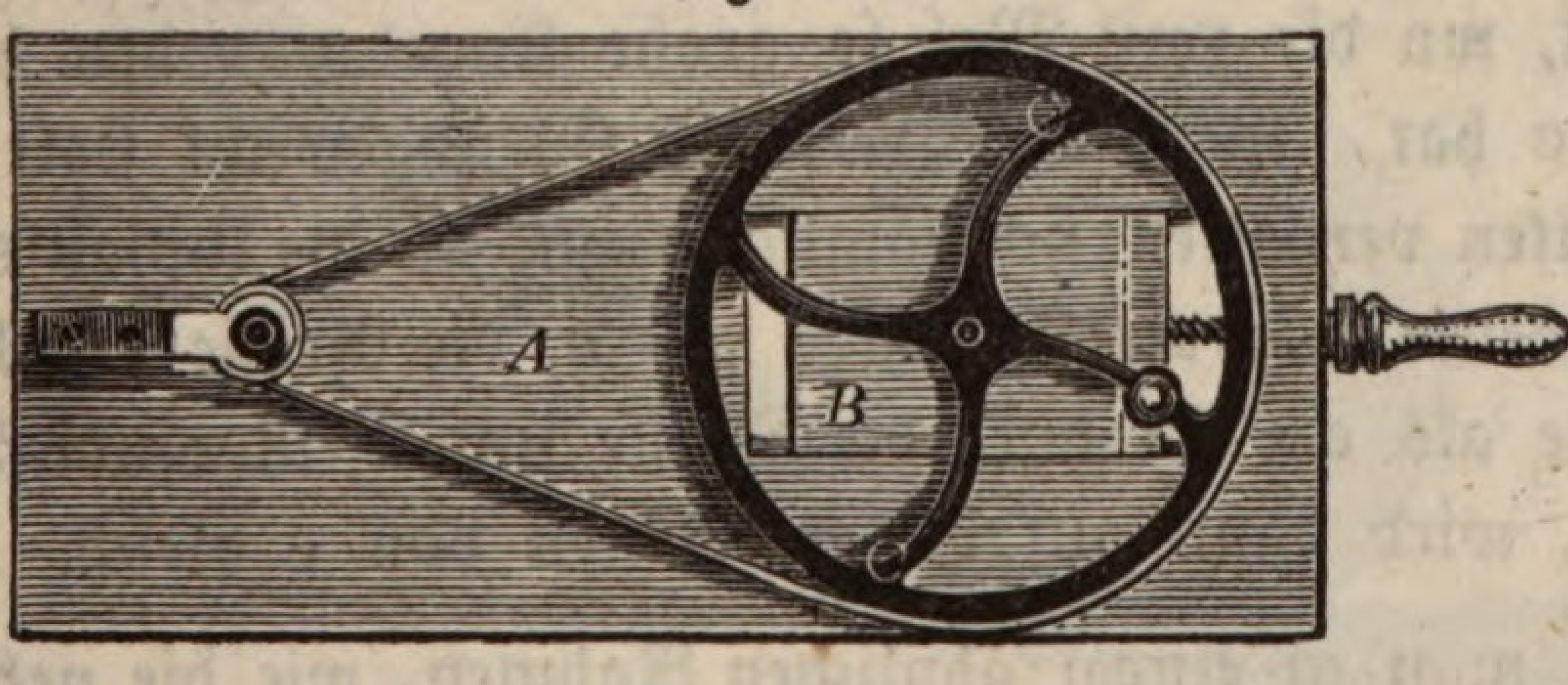


Fig. 141.



schine heißt, und der im Wesentlichen nur aus einem Rade besteht, welches mit bedeutender Geschwindigkeit umgedreht werden kann, und zur Befestigung verschiedener Gegenstände eingerichtet ist, die man an dieser Axendrehung Theil nehmen lassen will. Die bewegende Kraft bringt man an einem größeren Rade an, das durch eine Schnur ohne Ende das kleine Rad umtreibt, dessen Axendrehung man benutzen will.

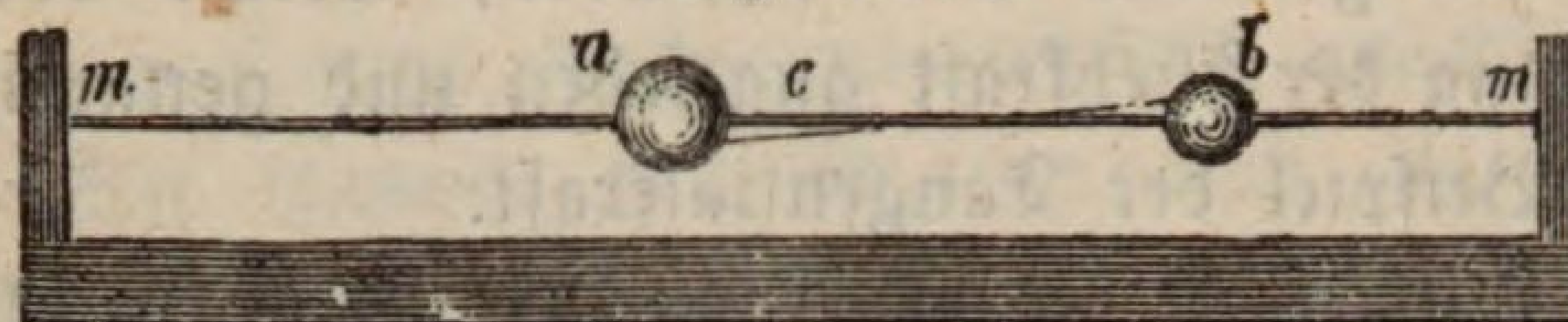
Die gegenseitige Stellung der beiden Räder, ihre Befestigung auf einer gemeinschaftlichen Basis A, die Haltung des kleinen Rades E

durch den Bügel D geht aus der im Grund- und Aufriß gegebenen Figur hervor.

Einer von den Ansätzen, deren man sich zur Demonstration der Gesetze der Fliehkraft bedient, ist der in der Figur gezeichnete Rahmen.

In diesem Rahmen ist ein Metalldraht mm ausgespannt, auf welchem die Kugeln a und b, die durch einen Faden verbunden sind, frei hin- und hergleiten können.

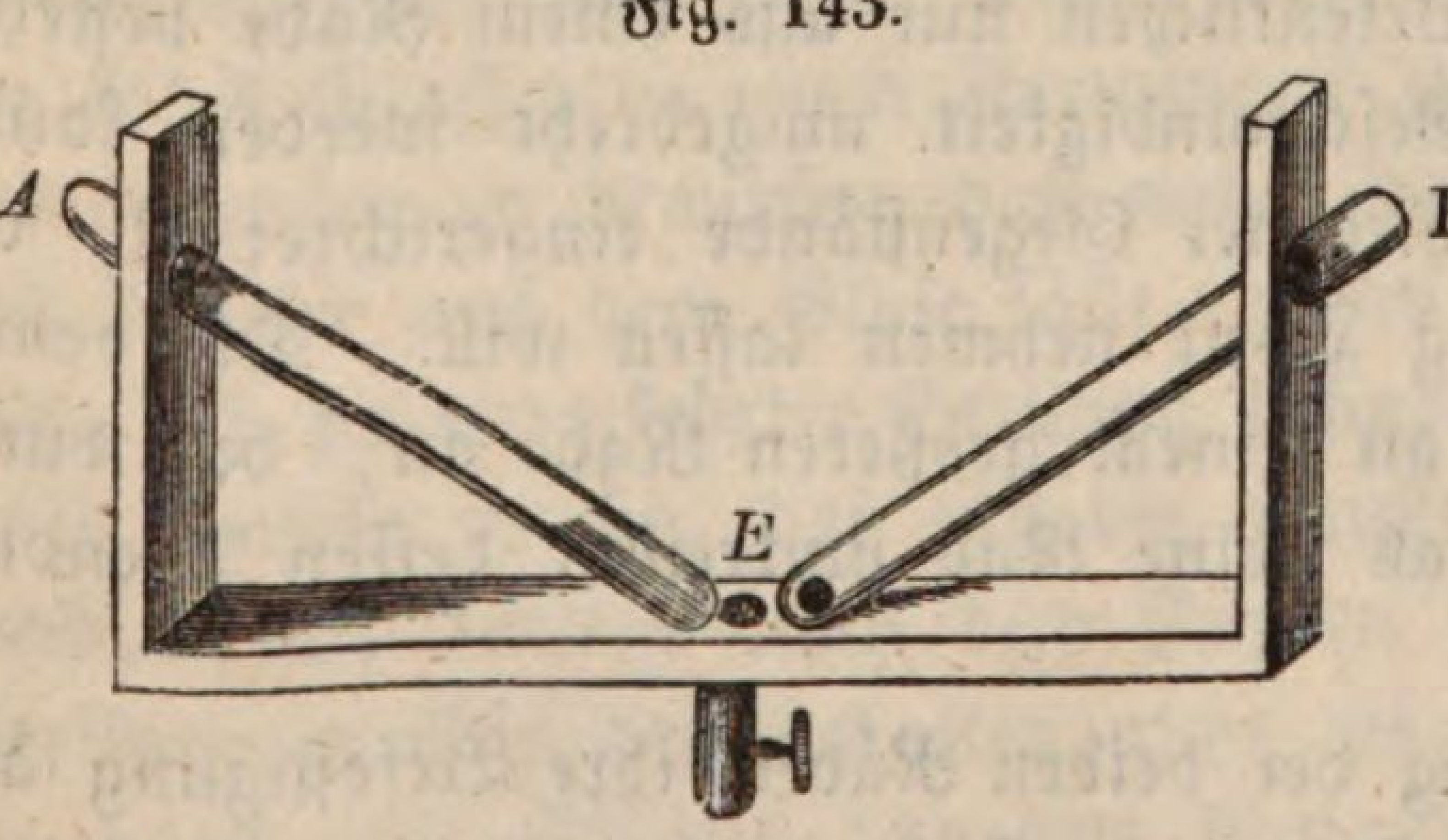
Fig. 142.



Wenn beide Kugeln gleich groß sind, so werden sie einander bei eintretender Axendrehung des Rahmens nur dann das Gleichgewicht halten können, wenn sie gleichen Abstand von der Axe haben, die durch den Punkt c bezeichnet ist. Im entgegengesetzten Falle erhält diejenige Kugel, welche den größeren Abstand hat, auch die größere Fliehkraft, zieht dann die andere mit sich, und beide fliegen bis an den Rahmen. Sind die Kugeln ungleich groß und werden in gleichen Abstand von der Axe gestellt, so zieht die größere stets die kleinere mit sich, weil die Masse und folglich auch, bei gleicher Fliehkraft, die Größe der Bewegung bedeutender ist. Sind die Kugeln ungleich, ihre Stellungen aber so gewählt, daß sich die Abstände von der Axe umgekehrt verhalten wie ihre Massen, so wie dies in der Figur der Fall ist, wo die zwei Mal so große Kugel nur den halben Abstand von c hat, so findet abermals Gleichgewicht statt; die Geschwindigkeiten verhalten sich nämlich dann, da die Umlaufszeit beider gleich ist, ebenso wie die Abstände von c, die Größe der Bewegung aber, welche als ein Produkt der Masse und Geschwindigkeit zu betrachten ist, wird dann auf beiden Seiten von c gleich.

Befestigt man in einem ähnlichen Rahmen, wie die nebenstehende Figur zeigt, zwei Glasröhren AE und BE in schräger Stellung, wovon die eine Quecksilber, die andere eine kleine Kugel umschließt, so erhalten durch die Umdrehung beide Gegenstände eine hinreichende Flieh-

Fig. 143.

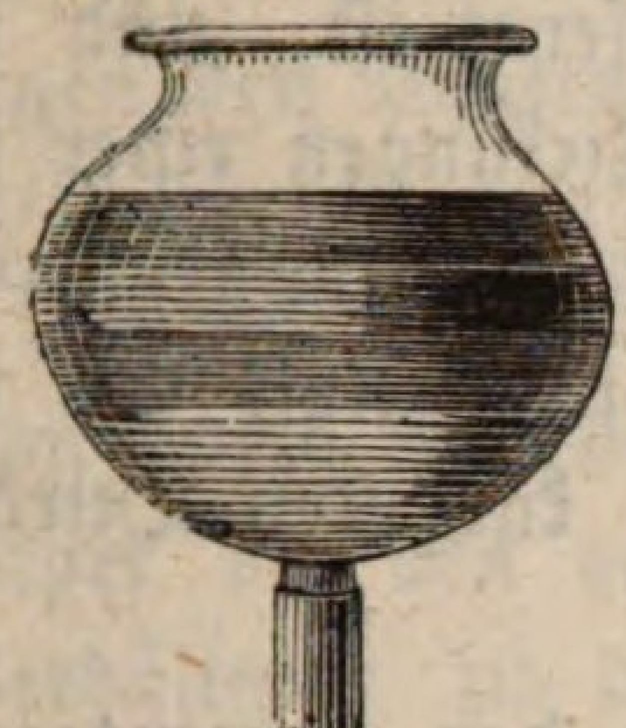


kraft, um die Wirkung der Schwere zu überwinden und gegen die Schiefebene aufzusteigen.

Enthält eine dieser Röhren zwei Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit, zum Beispiel Quecksilber und Wasser, so erhält die dichtere, um ihrer größeren Masse willen, eine überwiegende Größe der Bewegung und nimmt daher die äußerste Stellung ein — das Quecksilber steht über dem Wasser.

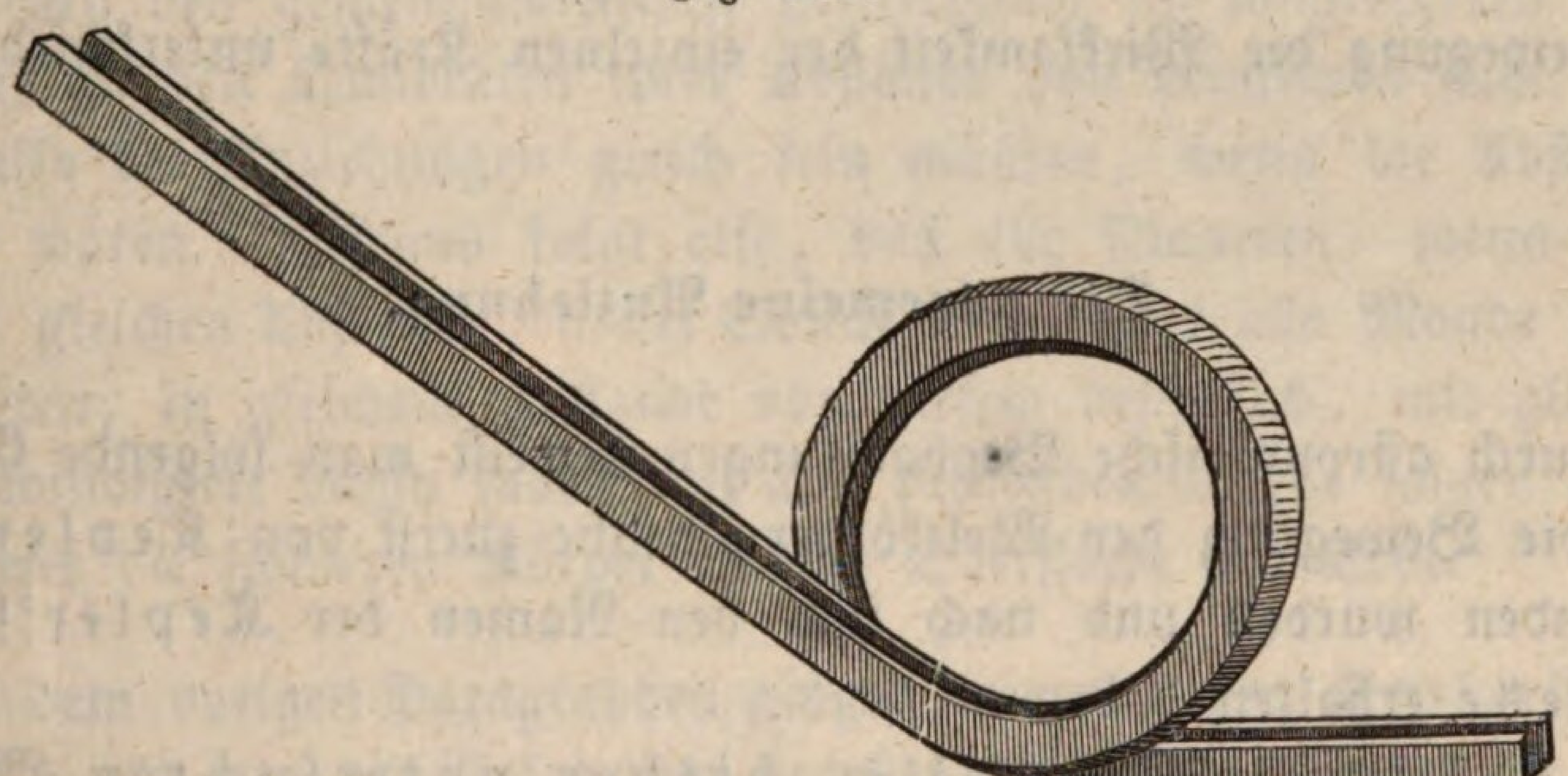
Ueberhaupt sucht in jeder Umlaufsbewegung, wo Körper von ungleicher Dichtigkeit den Wirkungen der Fliehkraft ausgesetzt werden, die größere Dichtigkeit auch immer den größeren Abstand vom Mittelpunkte der Bewegung zu behaupten; so wird in einer hohlen Kugel, welche Wasser, Quecksilber und Luft enthält, bei einer Axendrehung das Wasser und Quecksilber gegen den Umkreis getrieben, dort in deutlichen Ringen erscheinen, die Luft aber in der Nähe der Umdrehungsaxe verbleiben.

Fig. 144.



Setzt man einen kleinen Wagen auf die in der Figur abgebildete Schiefebene, so erhält derselbe, indem er auf ihr herabläuft, eine so

Fig. 145.

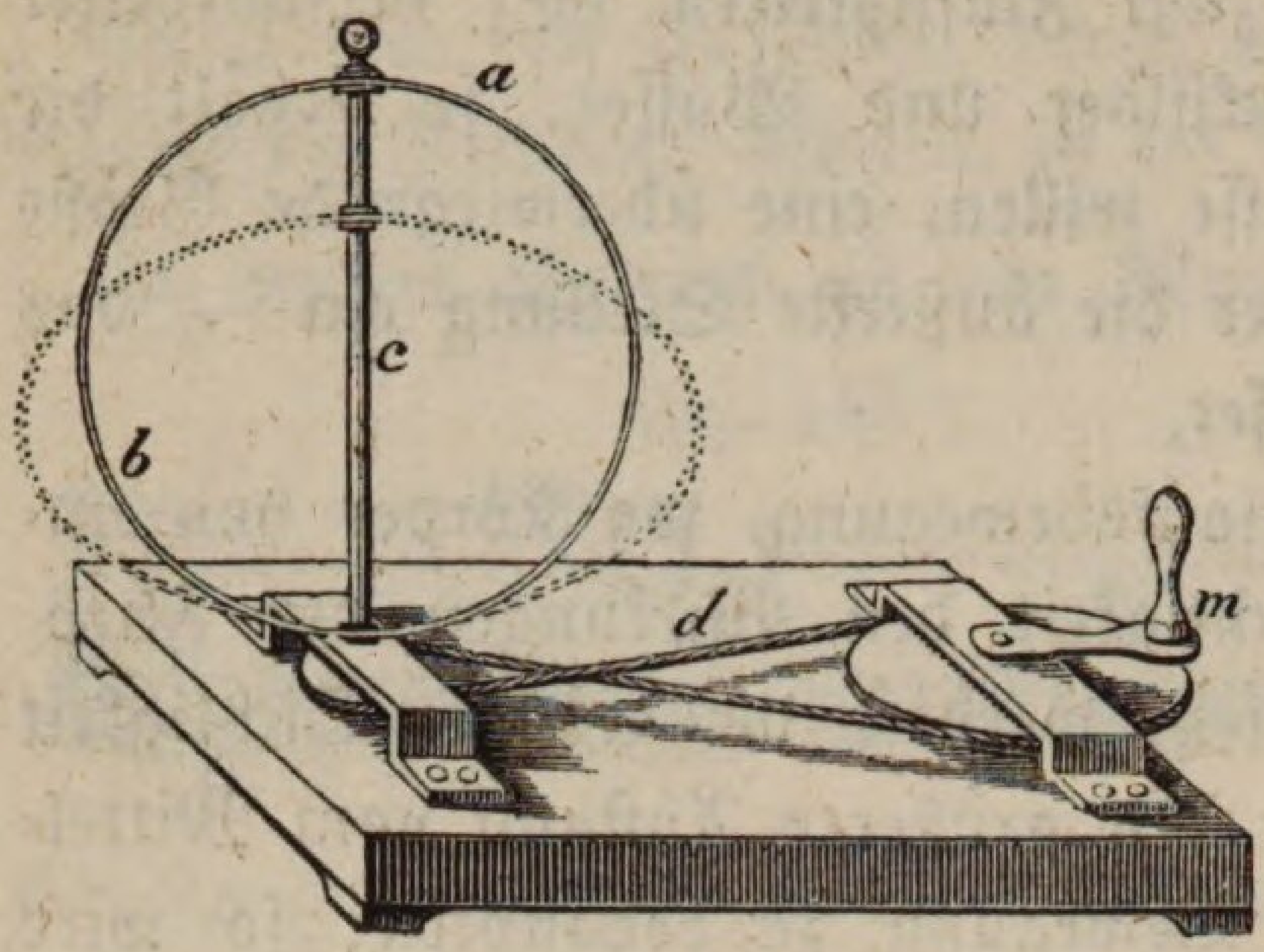


große Geschwindigkeit, daß er vermittelst der dadurch hervorgebrachten Fliehkraft ringsum innerhalb des krummen Theiles der Bahn laufen kann, ohne herauszufallen; man kann auch Gewichte in den Wagen legen, ohne daß diese herausfallen, während der Wagen im Bügel herumläuft.

Endlich muß hier noch ein merkwürdiger Versuch über diese Kraft 229
angeführt werden, welcher eine Wirkung derselben zeigt, die auf die Gestalt der Weltkörper großen Einfluß ausübt. Auf der Axe befestigt

man einen oder mehrere dünne und sehr biegsame Metallringe, so, daß sich ihr oberstes Ende frei an der Axe auf und ab bewegen kann. Wird diese Axe nun mit Hülfe der Schnur d und der Kurbel m umgedreht, so beschreibt jeder Punkt des Ringes ab einen um so größeren Kreis, je weiter er von der Axe entfernt ist, und ist daher den Wirkungen einer in demselben Verhältnisse größeren Fliehkraft ausgesetzt. Die Ringe werden daher die Gestalt des in der Figur punktirten Reifes annehmen und ihren kürzesten Durchmesser in der Axe der Umdrehung haben.

Fig. 146.



230 Die Umlaufsbewegung ist hier nur mit Hülfe der elementaren Mathematik dargestellt; mit Hülfe der höheren Mathematik läßt sich eine weit vollständigere und tiefere Darstellung geben, da die Einzelheiten in diesem Gebiete nur mathematische Entwickelungen aus der einen physikalischen Anschauung sind, welche in der Centralbewegung die Wirksamkeit der einzelnen Kräfte unterschied.

Die allgemeine Anziehung.

231 Durch astronomische Beobachtungen beweist man folgende Gesetze für die Bewegung der Weltkörper, welche zuerst von Kepler aufgefunden wurden und nach ihm den Namen der Kepler'schen Gesetze erhalten haben:

1) Die Bahnen aller bisher untersuchten Weltkörper unseres Sonnensystemes können auf einen der Kegelschnitte, und die aller Planeten auf die Ellipse zurückgeführt werden.

2) Die Flächen, welche die Zuglinien derselben beschreiben, verhalten sich wie die auf die Bewegung verwendeten Zeiten.

3) Bei Weltkörpern, die in verschiedenen Abständen sich um einen gemeinschaftlichen Centralkörper bewegen, verhalten die Quadrate ihrer Umlaufs-

zeiten sich wie die Würfel der Abstände vom Mittelpunkte ihrer Bewegung.

Aus jedem der hier ausgesprochenen Gesetze, welche durch die genauesten Beobachtungen bekräftigt sind, kann man wichtige Eigenschaften der gegenseitigen Anziehung oder Schwere der Körper erkennen. Das Verhältniß, welches zwischen den Ausschnitten der Bahn und den Zeiten, in denen sie beschrieben worden, stattfindet, zeigt, daß die Kraft, welche die Planeten und Kometen gegen die Sonne, oder die Monde gegen die Hauptplaneten treibt, stets gegen den Centralkörper, um welchen die Bahn beschrieben wird, gerichtet sein muß (§. 219.).

Daraus, daß die Bahnen zu den Kegelschnitten gehören, kann man durch Rechnung beweisen, daß die Ziehkraft für jeden Weltkörper auf den verschiedenen Stellen seiner Bahn in umgekehrtem Verhältnisse zu den Quadraten seiner Abstände von dem Centralkörper steht.

Endlich aus dem dritten Gesetze sieht man, daß alle Planeten die gleiche Schwere gegen ihren Hauptplaneten haben, denn aus diesem Gesetze folgt, daß die Anziehung der verschiedenen Weltkörper gegen den gemeinschaftlichen Mittelpunkt im umgekehrten Verhältniß zu den Quadraten ihrer Abstände von demselben steht, und daß also die Anziehungen gleich sein müßten, wenn die Abstände gleich wären. Hieraus folgt also, daß alle Planeten, wenn man sie in gleichen Abstand von der Sonne stellt, oder alle Monde eines Planeten, in gleichem Abstande von diesem befindlich, mit gleicher Geschwindigkeit dahin fallen und also demselben Gesetze folgen würden, wie die schweren Körper an der Oberfläche der Erde.

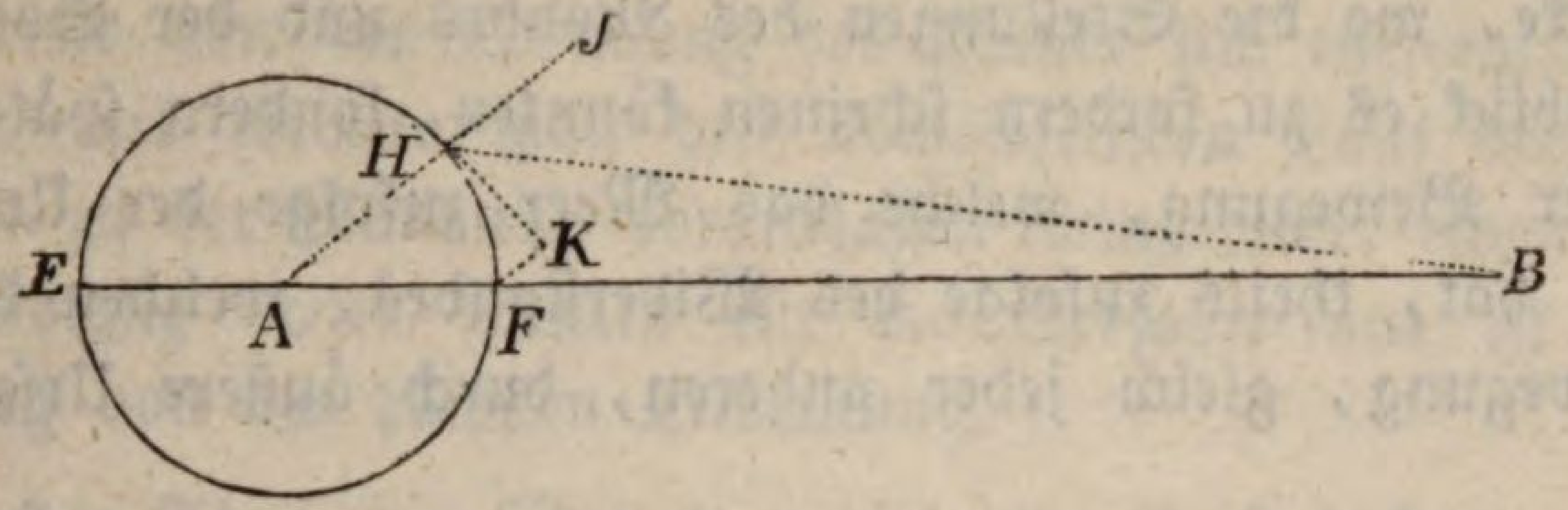
In dem vorigen Paragraphen gingen wir von den Kepler'schen Gesetzen als von der Erfahrung gegeben aus; aber früher (§. 218 —226) sahen wir schon zum Theil, daß man aus den bloßen Gesetzen der Bewegung und der Anziehung (§. 213) die Kepler'schen Gesetze ableiten und also ihre Uebereinstimmung mit der Erfahrung als einen Beweis betrachten kann, daß unsere Untersuchung nichts dahin Gehöriges übersehen hat. Die Geschichte der Astronomie zeigt, daß alle Entdeckungen in dieser Wissenschaft seit Newton neue Bekräftigungen der von ihm dargestellten Lehre sind. Die Uebereinstimmung geht bis in die äußersten Einzelheiten; so weiß man zum Beispiel, daß Weltkörper, die einander nahe kom- 232

men, gegenseitig einander die Gestalt der Bahn und die Geschwindigkeit der Bewegung verändern; Alles, was hierüber die Berechnung giebt, sieht man durch Planeten, Monde und Kometen ohne Ausnahme bekräftigt. Man kann demnach mit der vollkommensten Ueberzeugung annehmen, daß die Kraft, welche wir auf der Erde Schwere nennen, das allgemeine Kraftband ist, durch welches das große Weltall zusammengehalten wird.

233 Die allgemeine Anziehung zeigt sich auch in einer von den großen Naturbegebenheiten auf der Erde, nämlich in den Gezeiten, das heißt, dem täglich abwechselnden Steigen und Fallen des Meeres, in Ebbe und Fluth. So wie die Wellen auf dem Meere aus Erhebungen und Senkungen, Wellenbergen und Wellenthälern bestehen, so kann man auch Fluth und Ebbe zusammengenommen als eine Welle betrachten, und das Fortschreiten der Ebbe und Fluth von einer Stelle zur andern als eine Wellenbewegung bezeichnen. Wir benutzen jedoch diese Bezeichnungen hier nur als kurze Ausdrücke, ohne die übrige Wellentheorie vorauszusetzen, welche erst später abgehandelt wird. Diese Wirkung richtet sich besonders nach dem Gange des Mondes, so daß das Wasser zwei Mal in der Zeit, welche zwischen zweien Culminationen des Mondes verläuft, steigt und fällt. Bei einer näheren Vergleichung der Beobachtungen findet man, daß auch die Sonne einigen Einfluß auf die Gezeiten hat, obgleich einen weit geringeren. Die hierdurch hervorgerufenen Wirkungen, welche theils nach der Stellung der beiden Himmelskörper bedeutend abweichen, theils durch die verschiedenen Tiefen und Begränzungen des Meeres manche nähere Bestimmungen erhalten, sind in hohem Grade mannigfaltig. Auch ist die Theorie derselben sehr verwickelt und noch nicht vollendet. Wir müssen uns daher hier mit einer ungefähren Darstellung des Grundgedankens darin begnügen. Wir stellen uns zu dem Ende die Erde als eine Kugel vor, die von einer überall gleich dicken Schicht Wasser umgeben ist, und denken uns den Mond in einem gegebenen Augenblick einem Punkte jener Wasseroberfläche gerade gegenüberstehend, ohne auf die Folgen Rücksicht zu nehmen, welche die Bewegungen der beiden Körper mit sich führen. Sei der Mittelpunkt der Erde in A (Fig. 147), der des Mondes in B. Letzterer wird die nächsten Wassertheile auf der Erde stärker anziehen als den ferneren Mittelpunkt und so das Wasser bei F herum emporheben. Dagegen wird

der Mittelpunkt stärker angezogen werden, als die ferneren Wassertheile in und bei E, so daß auch diese einen größeren Abstand vom

Fig. 147.



Mittelpunkt erhalten. Auch die von F entfernteren Theile auf derselben Seite der Erde, zum Beispiel H, üben durch die Anziehung des Mondes einen Druck gegen F hin aus, indem die Kraft, mit welcher sie gen B gezogen werden, in zwei andere aufgelöst werden kann, deren eine nach der Richtung HI also der Schwere geradezu entgegen, die andere nach HK also nach der Tangente wirkt. Letztere wird demnach einen Druck gegen F ausüben und dazu beitragen, daß das Wasser in dieser Gegend steigt. Demnach strebt das Wasser, sich zu heben, wo der Mond durch den Meridian geht, mag er nun über oder unter dem Horizonte sein, und zu fallen an den Stellen, welche 90° davon liegen und den Mond in ihrem Horizonte haben. Aehnliche Wirkungen muß die Sonne haben, doch wegen ihres größeren Abstandes sind dieselben viel schwächer, als die des Mondes. Bei Neumond und Vollmond verbinden sich die Wirkungen der Sonne und des Mondes mit einander und erzeugen eine stärkere Fluth, die Springfluth, bei Halbmond dagegen schwächen die Wirkungen beider einander und diese schwächere Wirkung heißt Nippfluth. Je näher Sonne und Mond der Erde stehen, desto stärker ist ihre Wirkung. Der Abstand, den der Tagkreis der Sonne oder des Mondes vom Aequator hat, trägt gleichfalls zu den Abwechselungen in Ebbe und Fluth bei. Es ist nämlich klar, daß, wenn einer von diesen Weltkörpern einem der Pole der Erde gerade gegenüberstände, das Meer um diesen her beständig höher stehen würde, daß aber dadurch keine Bewegung hervorgebracht werden könnte; stände er dagegen im Aequator, so würde er die größeste Bewegung hervorbringen. Hieraus kann man sich leicht erklären, weshalb Ebbe und Fluth größer bei Tag- und Nachtgleiche als bei der Sonnenwende sind. Da alle Stellungen der Sonne und des Mondes sich in einer Periode von ungefähr 223 Monaten wiederholen, so werden auch in dieser Periode einzelne

große Fluthen vorfallen, welche durch Zusammentreffen mit anderen Wirkungen an gewissen Stellen Ueberschwemmungen hervorbringen.

Ganz genau treffen die Veränderungen des Meeres nicht in die Augenblicke, wo die Stellungen des Mondes und der Sonne beim ersten Anblick es zu fordern scheinen könnten, sondern später, theils wegen der Bewegung, welche das Meer zufolge der Umdrehung der Erde hat, theils zufolge des Widerstandes, welchen des Wassers Bewegung, gleich jeder anderen, durch äußere Ursachen erleidet.

In Wassermassen, welche keine große Ausdehnung haben, kann keine merkliche Ebbe und Fluth stattfinden, weil der Mond beinahe gleichweit von jedem Punkte in denselben entfernt ist, also keinen Anlaß zu irgend einem Hinströmen nach einer besonderen Stelle geben kann. Deshalb hat kein Binnenwasser Ebbe und Fluth, nicht einmal das Kaspische Meer. Eingeschlossene Theile des Meeres, z. B. das Mittelmeer, die Ostsee, erhalten nur ihre übrigens unbedeutende Ebbe und Fluth durch Einwirkungen des Oceans. Aber selbst im Ocean scheint eine kräftige Ebbe und Fluth sich nur auf der großen südlichen Wasserfläche ausbilden zu können. Wenn die Gezeitenwelle, welche darin erweckt worden ist, dem Atlantischen Meere vorbeigeht, so wird in der Fluthzeit ein Seitendruck vom Wellenberge ausgeübt, und in der Ebbezeit, wenn das Wellenthal vorbeigeht, ein Fallen veranlaßt. Dieses Steigen und Fallen setzt sich später durch das ganze Atlantische Meer fort, und giebt von da aus Seitenwirkungen an die Theile des Meeres ab, welche damit in Verbindung stehen. Dies geschieht unter anderen in der Meerenge zwischen Frankreich und England, die eine Gezeitenwelle empfängt, welche sich gegen Ost fortsetzt, während die Hauptwelle selbst gegen Norden vordringt, um Großbritannien und Ireland herumgeht, an die zwischenliegende Meerenge wiederum eine Seitenwelle abgiebt, worauf die Hauptwelle, nachdem sie sich nordwärts um diese Landmasse gebogen hat, südwärts in die Nordsee geht, ihre Wirkungen bis durch das Kattegat ausbreitet und dabei eine starke Seitenwelle an die Wassermasse zwischen Frankreich und England abgiebt, welche besonders längs der englischen Küste hinläuft, und auf die vorhin erwähnte, von Westen kommende Welle trifft, welche mehr an der französischen und holländischen Küste bemerkbar ist. Durch letzteren Zusammenstoß entstehen dann eine große Menge von Verwickelungen, welche die Schiffahrt in diesen

Fahrwassern schwierig machen. Bei Flüssen, welche in das Meer münden, hat man auch Fluth und Ebbe durch die Einwirkung des Meeres. Diese Einwirkung verliert sich natürlich allmälig, so wie man weiter von der Mündung des Flusses sich entfernt. Die Sicherheit, mit welcher man den abwechselnden Lauf des Stromes von und zu der Mündung voraussagen kann, bildet einen sehr wichtigen Vorzug dieser Stellen für die Seefahrt und ist z. B. für Hamburg von der höchsten Bedeutung.

Da jeder Theil der Materie anziehende Kraft besitzt, und zwar 234
in gleichem Grade mit den übrigen, so muß die anziehende Kraft, welche ein Körper ausübt, stets im Verhältniß zu seiner Masse stehen. Wenn also zwei Körper einander frei anziehen können, so nähern sie sich einander mit Geschwindigkeiten, die in umgekehrtem Verhältnisse ihrer Massen stehen. Wenn daher ein Weltkörper sich um einen anderen zu drehen scheint, so sind es doch eigentlich beide, welche sich um den gemeinschaftlichen Punkt drehen, in dem sie zusammenstoßen würden. Dieser Punkt ist ihr gemeinschaftlicher Schwerpunkt. Natürlich gilt dasselbe von einem ganzen System von Weltkörpern; der Mittelpunkt ihrer Bewegungen ist der gemeinschaftliche Schwerpunkt. In unserem Sonnensystem liegt jedoch dieser Punkt in der Sonne selbst, deren Masse eine so überwiegende Größe gegen die ihrer Planeten hat.

Kann man die anziehende Kraft eines Weltkörpers berechnen, so 235
kann man daraus auch seine Masse berechnen. Um die Masse der Sonne im Verhältniß zur Erde zu bestimmen, muß man das Verhältniß ihrer gegenseitigen Anziehungen kennen. Wie weit die Erde, wenn sie sich selbst überlassen würde, in einer Secunde der Sonne zufallen müßte, ist leicht zu bestimmen, sobald man weiß, wie groß der Bogen ihrer Bahn ist, den sie in einer Secunde durchläuft; denn der Quersinus desselben giebt die Größe des Falles an; gleichfalls kann man aus dem Fall der Körper an der Erdoberfläche leicht die Größe des Falles eines Körpers in einem Abstande gleich dem der Sonne berechnen. Hiedurch würde man das Verhältniß ihrer anziehenden Kräfte erhalten und folglich auch ihrer Massen. Auf gleiche Weise kann man die Masse eines Planeten aus der Bewegung seiner Trabanten um ihn berechnen.

Die Massen und die Durchmesser der Sonne und der bekanntesten Planeten sind, wenn man die Erde als Einheit setzt, folgende:

	Masse.	Aequatorialdurchmesser.		
Sonne	354940,00	112,049	192740	Meilen
Mercur	0,17	0,390	672	»
Venus	0,88	0,959	1649	»
Erde	1,00	1,000	1720	»
Mond	0,0114	0,254	464	»
Mars	0,32	0,519	893	».
Jupiter	336,75	11,225	19307	»
Saturn	101,41	9,022	15518	»
Uranus	19,81	4,345	7473	»
Neptun	21,50	—	—	

236 Steht die anziehende Kraft eines Weltkörpers in geradem Verhältnisse zu seiner Masse und im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Abstände des angezogenen Körpers von dem Mittelpunkte des anziehenden, so kann die Schwere an der Oberfläche eines Planeten durch $\frac{M}{r^2}$ ausgedrückt werden, worin M die Masse und r den Halbmesser bedeutet.

237 Mit Hülfe astronomischer Beobachtungen kann man ganz genau den Raumgehalt der verschiedenen Planeten bestimmen, und da man ihre Massen im Verhältniß zu der der Erde kennt, so kann man folglich ihre mittlere Dichtigkeit oder Wucht berechnen, wenn man die der Erde als Einheit setzt Die Wucht der Erde kann nach den Versuchen von Cavendish bestimmt werden, indem man aus der Wirkung der kleinen Bleikugel die Wirkung einer Bleikugel von der Größe der Erde berechnet, und dann aus der Vergleichung dieser Anziehung und der bekannten Anziehungskraft der Erde die Wucht derselben ableitet.

Baily's weit umfassendere und genauere Versuche geben einer solchen Berechnung eine größere Zuverlässigkeit; nach diesen wird die Wucht der Erde 5,67mal so groß als die des Wassers. Die Wucht der bekanntesten Planeten und der Sonne ist, wenn man die Erde als Einheit setzt, folgende:

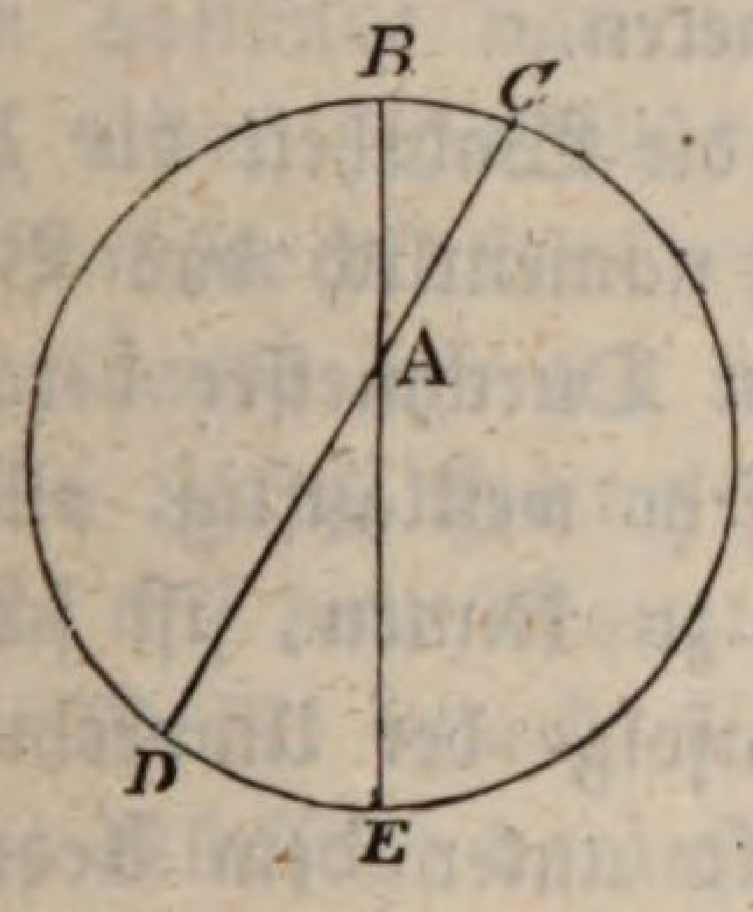
Sonne	0,25	Mars	0,98
Mercur	2,90	Jupiter	0,24
Venus	0,92	Saturn	0,14
Erde	1,00	Uranus	0,62.
Mond	0,62		

Da die Anziehung an der Oberfläche einer Kugel durch $\frac{M}{r^2}$ aus- 238
gedrückt werden kann, wenn M die Masse und r den Halbmesser bezeichnet (§. 236.), so verhält sich diese Anziehung bei Kugeln von gleicher Wucht (deren Massen sich demnach wie die Würfel ihrer Halbmesser verhalten) gerade wie die Halbmesser.

Eine hohle überall gleich dicke Kugelrinde zieht keinen Punkt, der 239
sich in ihrer Höhlung befindet, nach irgend welcher Seite.

Es sei BCDE der Durchschnitt einer solchen Kugelrinde, und A ein Punkt innerhalb derselben. Betrachtet man nun die Wirkung der Anziehung des Stückes von der Kugelfläche, dessen Durchschnitt BC ist, so denke man sich A als den Scheitelpunkt eines Kegels, dessen Grundfläche das genannte Stück ist. Die Verlängerung dieses Kegels schneidet auf der anderen Seite ein Stück der Kugelfläche ab, dessen Durchschnitt DE ist, und die Größen dieser beiden Flächen, welche A in entgegengesetzten Richtungen anziehen, verhalten sich gerade so wie die Quadrate der Abstände von A, wogegen sich die Anziehungen umgekehrt wie die Quadrate dieser Abstände verhalten, woraus also folgt, daß die Wirkungen in entgegengesetzten Richtungen gleich groß sind.

Fig. 148.



Unter Voraussetzung einer gleichförmigen Dichtigkeit in der Erde, wird also jeder Punkt im Erdballe nur von einer Kugel angezogen, deren Halbmesser gleich dem Abstande des fraglichen Punktes vom Mittelpunkte ist; und die Schwere eines Punktes innerhalb der Erde wird folglich in geradem Verhältnisse zu seinem Abstande vom Mittelpunkte stehen, im Mittelpunkte selbst natürlicher Weise gleich Null sein.

Zufolge der Lehre von der allgemeinen Anziehung können wir auch 240
die Gestalt der Weltkörper erklären; durch Untersuchungen über den inneren Bau des Erdballes überzeugen wir uns nämlich, daß dieser in einem früheren Weltalter in flüssigem Zustande gewesen ist; und in Folge der Aehnlichkeit, welche die anderen Planeten mit der Erde haben, kann man mit Wahrscheinlichkeit dasselbe von ihnen vermuthen. Sind nun diese Weltenmassen flüssig gewesen, so haben sich die Theile nicht anders in Gleichgewicht setzen können, als indem sie die Kugelgestalt annahmen (§. 87), in welcher alle Theile der

Oberfläche gleichen Abstand vom Mittelpunkte haben, und wo ein jeder Punkt der Masse in einem entsprechenden Punkte Gegengewicht findet. Diese Kugelgestalt wird aber durch die Umdrehung des Weltkörpers etwas verändert, denn da jeder Theil einen Kreis um die Axe des Planeten beschreibt, so müssen nothwendiger Weise die Theile, welche den größesten Abstand von der Axe haben, auch die größesten Kreise beschreiben, und die Wirkungen der Fliehkraft müssen also am stärksten unter dem Aequator sein, woraus folgt, daß der Planet auf seinem Aequator sich erhöht und auf den Polen sich abplattet, oder mit anderen Worten, daß der Durchmesser des Aequators größer wird, als die Axe des Planeten.

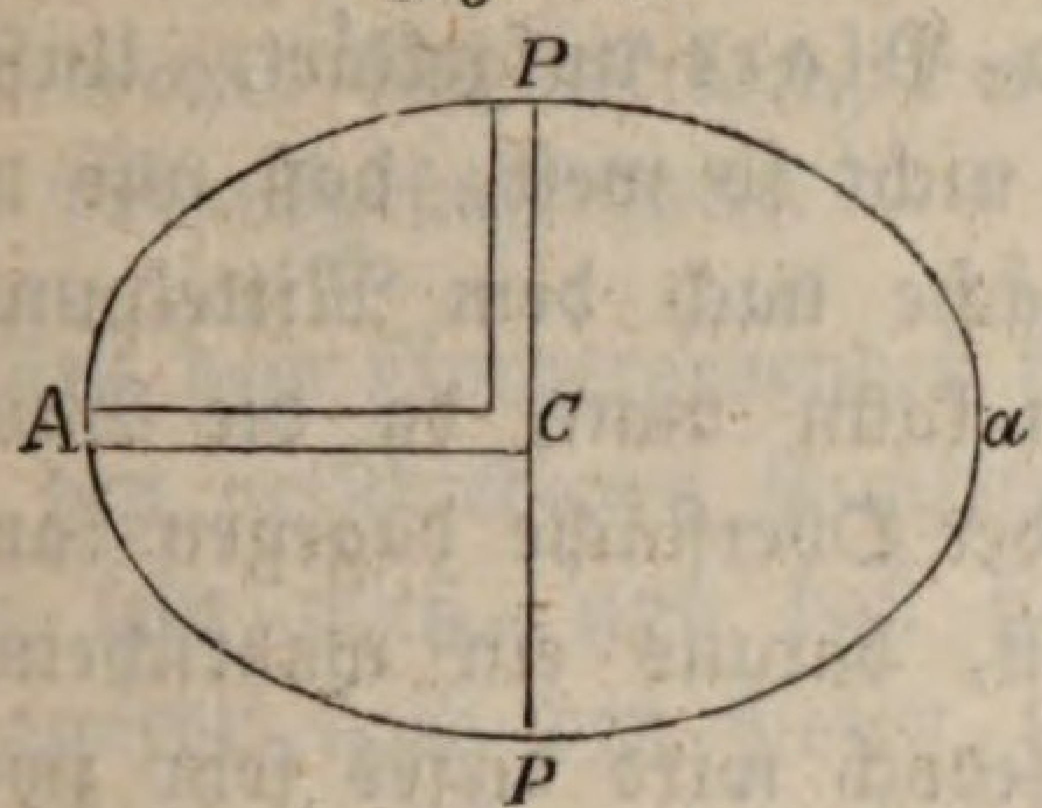
241 Man kann mit sehr großer Annäherung an die Wahrheit die Abweichung der Erde von der Kugelgestalt und namentlich das Verhältniß zwischen ihrem größesten und kleinsten Durchmesser berechnen. Eine vollständige Berechnung ist zwar sehr weitläuftig, allein bloß den Gedankengang in der Untersuchung zu kennen, ist schon lehrreich, und ihn zu fassen, nicht schwer. Zufolge der Umdrehung der Erde um ihre Axe, durchläuft jeder Punkt unter dem Aequator in einem Sternentage eine Strecke, welche dem Umkreis der Erde an derselben Stelle gleich ist. Diesen kennen wir und können ihn unter anderen auch in Fußen ausdrücken. Dividirt man diese Größe mit der Zahl der Secunden eines Sternentages, nämlich 86164, so erhält man die Länge des Bogens, welchen ein Punkt des Aequators in einer Secunde durchläuft, und zwar ungefähr 1482 Fuß. Nach §. 226 findet man die Fliehkraft, indem man das Quadrat dieser Zahl mit dem Durchmesser der Krümmung also 40639325 Fuß dividirt, wodurch sich ergiebt

$$\frac{2196324}{40639325} = 0{,}054044 \text{ Fuß}.$$

So weit würde also hier die Fliehkraft in einer Secunde einen Körper von dem Mittelpunkte der Erde forttreiben. Nun aber ist 0,054044 ungefähr $\frac{1}{289}$ der Fallhöhe 15,625 oder mit anderen Worten: die Fliehkraft unter dem Aequator ist $\frac{1}{289}$ der Schwere. Die Größe 15,625 sollte zwar noch eine Berichtigung erfahren, die aber hier übergangen werden kann. Man denke sich nun einen Durchschnitt der Erde in der nebenstehenden Figur dargestellt, so daß P und p die Pole, A und a die Endpunkte eines Durchmessers im Aequator sind. Ferner stelle man sich einen Kanal ACP vor, der aus zwei Röhren zusammengesetzt ist, welche im Mittel-

punkte C sich treffen und mit Wasser gefüllt sind, so wird bei einer

Fig. 149.



Umdrehung um Pp als Axe das Wasser in beiden Röhren nicht im Gleichgewicht stehen, wenn es nicht in CA durch die Länge der Säule ersetzt, was ihm an Schwere abgeht. Wären nicht mehrere Umstände zu erwägen, so müßten wir hierüber so urtheilen: die Fliehkraft ist beim Mittelpunkte = 0 und wächst mit dem Abstande von demselben (§. 224) bis sie bei der Oberfläche $1/_{289}$ wird. Die Mittelzahl zwischen 0 und $1/_{289}$ ist $1/_{578}$ und folglich müßte die Wassersäule in AC, um Gleichgewicht herzustellen, um $1/_{578}$ länger sein als in CP.

So schloß Huyghens, und schloß mit Recht daraus, daß die Erde auf dem Aequator erhöht sein müsse, weil sie sonst daselbst mit Wasser bedeckt sein würde. Bei dieser Betrachtung aber war nicht Rücksicht darauf genommen, daß die Anziehung innerhalb einer Kugel von der Oberfläche an nach innen zu abnehme und sich wie die Abstände vom Mittelpunkte verhalte (§. 238), mithin überall ebenso wie die Fliehkraft. Sofern man nun die Betrachtung nicht auf noch mehrere Umstände ausdehnt, ist also das Verhältniß zwischen der Fliehkraft und der Schwere durchweg wie $1/_{289}$ zu 1. Demnach wurde die Erhebung der Erde auf dem Aequator doppelt so groß, als Huyghens angenommen hatte. Dies zeigte Newton; er machte aber weiter aufmerksam darauf, daß die Theile welche $1/_{289}$ weiter vom Mittelpunkte entfernt seien, dadurch veranlaßt würden, größere Kreise zu beschreiben und also eine verstärkte Fliehkraft erhielten. Er berechnete, daß darnach der Durchmesser der Erde am Aequator nicht um $1/_{289}$, sondern um $1/_{230}$ länger als die Axe werden müßte.

Aber in allen diesen Betrachtungen haben wir noch aus den Augen gelassen, daß die flüssige Erde nicht, wie wir hier voraussetzten, durch und durch gleich dicht ist, sondern daß die Dichtigkeit derselben nach innen zu gegen den Mittelpunkt hin durch den Druck aller darüberliegenden Theile wächst.

Es ist also eine Ursache vorhanden, welche die Anziehung in der Nähe des Erdmittelpunktes über die vorausgesetzte Größe erhöht, so daß die Fliehkraft in jedem Punkte innerhalb der Erde doch wie-

der etwas kleiner wird als $1/_{289}$ der Anziehung gegen den Mittelpunkt, und folglich eine geringere Erhebung als die hier berechnete hervorbringt. Dieses wurde von de la Place aufgeklärt. Unsere Kenntniß vom Innern der Erde geht nicht so weit, daß wir den Gang der Verdichtung von der Oberfläche nach dem Mittelpunkte zu genau berechnen könnten, inzwischen kann man, da die Wucht der ganzen Erde 5,67 mal, die Wucht der Oberfläche dagegen kaum $2^1/_2$ mal größer als die des Wassers ist, daraus ein wahrscheinliches Gesetz der Verdichtung berechnen, jedoch wird dieses sehr zweifelhaft, da sowohl die Wärme der Erde, als auch die natürliche Dichtigkeit der Stoffe nach innen zu in einem unbekannten Gesetze wachsen.

Nun aber hat man an vielen Stellen der Erde Meridiangrade gemessen und daraus gelernt, daß diese kürzer sind, je näher man zu dem Aequator kommt, wodurch bewiesen wird, daß dort der Bogen stärker gekrümmt ist. Da jede Messung aus vielfachen Bestimmungen besteht, kann es uns nicht Wunder nehmen, daß sie keine ganz vollständige Uebereinstimmung geben; so viel aber geht doch aus allen Messungen hervor, daß der Aequatorialdurchmesser der Erde ungefähr um $1/_{300}$ länger sein muß, als der Polardurchmesser, die Axe, und daß diese Bestimmung nur sehr wenig von der Wahrheit abweichen kann. Schon der Unterschied zwischen $1/_{289}$ und $1/_{300}$ ist sehr gering, nämlich: $= \frac{11}{86700}$.

In dem Folgenden wird sich zeigen, daß das Pendel, welches durch die Schwere in Bewegung gesetzt wird, um so langsamer schwingt, je näher es dem Aequator kommt, was uns eine andere große Uebereinstimmung unserer Theorie mit der Erfahrung zu erkennen giebt.

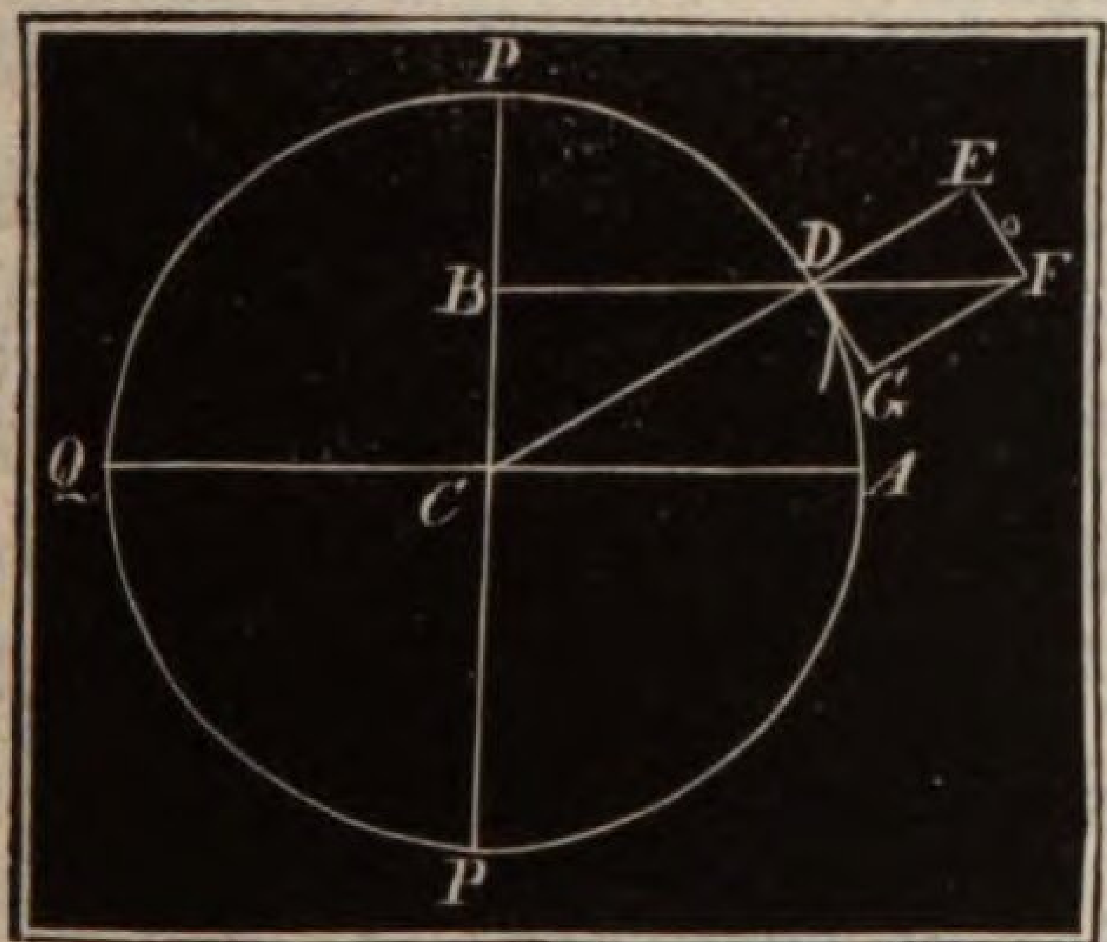
Die Grundgesetze für die Umlaufsbewegungen wurden von Huyghens vor 1670 aufgefunden und, wie oben gesagt, von ihm auf die Gestalt der Erde angewendet. Picard schloß aus Huyghens Entdeckung, daß das Pendel unter dem Aequator langsamer gehen müsse (siehe die Lehre vom Pendel) was sich kurz darauf bestätigte. Newton entwickelte ungefähr um dieselbe Zeit selbstständig seine vollkommene Lehre, dagegen wurden keine so umfassende Erdmessungen, als eine Prüfung dieser Lehre sie erforderte, vor 1740 unternommen In diesem Jahre sandte die französische Akademie Mathematiker nach verschiedenen Theilen der Erde, und

namentlich nach den Aequatorialgegenden und nach Torneå zu dem Polarkreise, um Gradmessungen vorzunehmen. Durch diese Messungen wurde das bekräftigt, was die Theorie ungefähr 70 Jahre früher vorausgesagt hatte.

Aus dem Vorhergehenden kann man nun einsehen, daß die Schwere 242a
an den verschiedenen Punkten auf der Oberfläche der Erde verschieden sein muß, und daß sie wachsen muß, wenn man von dem Aequator nach den Polen zu geht; denn theils nimmt die Fliehkraft ab, je näher man dem Pole kommt, theils haben die Stellen, welche dem Pole näher liegen, in Folge der Gestalt der Erde einen kürzeren Abstand von deren Mittelpunkt, und werden also von diesem stärker angezogen. Diese beiden Umstände wirken also zusammen die Schwere zu vergrößern, indem man sich von dem Aequator entfernt, oder mit anderen Worten, sie in einem Verhältniß wachsen zu machen, das sich nach der Breite des Orts richtet. Das Gesetz für die Verminderung der Fliehkraft kann man leicht durch folgende Betrachtung einsehen.

Der Kreis ACQ sei ein Durchschnitt der Erde, welche sich um die Axe Pp dreht. Dann beschreiben die Punkte A und D Kreise mit den Halbmessern CA und BD. Gleich diesen Halbmessern verhalten sich die Fliehkräfte (§. 224) also gleich AC : BD, oder wenn man die Fliehkraft in A mit 1 bezeichnet, so ist die des Punktes D, nämlich

Fig. 150.



$$DF = \frac{BD}{CA}.$$

Die Fliehkraft in D wirkt aber nicht der Richtung der Schwere entgegen, sondern nach DF. Mit Hülfe des Parallelogrammes zerlegt man sie deshalb in die beiden Kräfte DG und DE, von denen die eine tangential zur Erdoberfläche steht, also für die Schwerewirkung keine Bedeutung hat, während die andere ihr geradezu entgegenwirkt.

Nun ist $DE : DF = BD : DC$
$= BD : CA,$

also $DE = DF \cdot \frac{BD}{CA}$. Nach der obigen Entwickelung war

$DF = \frac{BD}{CA}$, also $DE = \left(\frac{BD}{CA}\right)^2$, d. h. gleich dem Quadrate des Cosinus von Winkel DCA oder Bogen DA, und da dieser Bogen die nördliche oder südliche Breite des Punktes D auf der Erdkugel mißt, so ergiebt sich, daß diejenige Wirkung der Fliehkraft, welche auf der Erdoberfläche die Schwerewirkung vermindert, von dem Aequator nach den Polen zu abnehmend, in verschiedenen Breiten sich verhält, wie das Quadrat des Cosinus der Breite.

Nimmt nun die der Schwere entgegenwirkende Fliehkraft vom Aequator nach den Polen zu ab, so tritt in demselben Sinne, also mit den höheren Breiten, eine Zunahme der Schwerewirkung oder der Fallgeschwindigkeiten ein.

Eine zweite Ursache solcher mit der Breite zunehmenden Schwere ist schon früher bezeichnet worden, in der an den Polen abgeplatteten Gestalt der Erde und den dadurch hervorgebrachten verschiedenen Abständen der Aequatorial- und Polargegenden von dem Mittelpunkte der Erde.

Wird diese in gleichem Sinne wirkende Ursache mit in Rechnung gezogen, so findet man, daß die Zuwachsgrößen der Schwere vom Aequator nach den Polen hin sich verhalten wie die Quadrate von den Sinussen der Breite.

Hieraus folgt, daß eines Körpers Schwere oder Fallgeschwindigkeit sich vermehrt, wenn er vom Aequator nach den Polen zu gebracht wird, und die Größe dieser Vermehrung hat man auf $\frac{1}{194}$ bis $\frac{1}{192}$ berechnet. Von dieser Größe ist $\frac{1}{289}$ die Folge der Fliehkraft und $\frac{1}{590}$ Folge der Gestalt der Erde. Der Körper, dessen Schwere unter dem Aequator eine Kraft = 192 ausübt, wird bei einem der beiden Pole eine Kraft von 193 darstellen.

Man sieht jedoch leicht ein, daß diese Kraftvermehrung mit Hülfe einer Waage nicht bestimmt werden kann, da das Gewicht des Körpers sowohl, als der Gewichtsstücke im Verhältniß zur Schwere steht, und mit derselben gleichmäßig zu- oder abnimmt, daß man vielmehr hiezu ein anderes Maaß der Schwere benutzen muß, z. B. einen sogenannten Kraftmesser, eine Federwaage, wo man das Gewicht eines Körpers durch die Zusammendrückung einer elastischen Feder bestimmt. Im Folgenden wird gezeigt werden, wie man mit Hülfe des Pendels die Verschiedenheiten der Schwere an verschiedenen Stellen der Erde zu größerer Genauigkeit bestimmen kann.

242b Diese Ungleichheit der Schwere an verschiedenen Stellen der Erde

erhält einen merklichen Einfluß bei Vergleichungen der Luftdruckangaben von verschiedenen Orten. Die Quecksilberhöhen, die von der Luft getragen werden, müssen nämlich durch die Ungleichheiten der Schwere ungleiche Bedeutung erhalten. Indem man nun die Mitte zwischen Aequator und Pol, 45° Breite zum Ausgangspunkte gewählt hat, findet man die Berichtigung, wenn man die Barometerhöhe des Ortes mit $-0{,}0025978 \cdot \cos^2 \varphi$ multiplicirt (wo unter φ die Breite zu verstehen ist). Die meisten Untersuchungen haben zum Gebrauche bei dieser Formel die Größe 0,0025935 eingeführt, allein nach einer sorgfältigen Berechnung von Hansteen wird sie 0,0025978. In der Natur der Formel liegt es, daß die so erhaltene Berichtigung für alle Stellen, deren Breite unter 45° ist, abgezogen, für alle, deren Breite größer ist, hinzugelegt wird. Die Berichtigung wird am größesten bei Aequator und Pol und beträgt für die Quecksilberhöhe von 336 Linien daselbst $\pm 0{,}869$ Linien nach der älteren Bestimmung und $\pm 0{,}870$ nach der neueren. (cf. §. 191.)

Wir haben nun an verschiedenen Stellen des Vorangehenden die wichtigsten Gesetze kennen gelernt, welche bei den Versuchen in Betracht gezogen werden müssen, die den Einfluß der Umdrehung der Erde auf die Richtung des Falles zeigen sollen. Jeder Punkt der Erde beschreibt zufolge ihrer Umdrehung einen Bogen, der im Verhältniß zu seinem Abstande von der Axe steht, die Geschwindigkeit gegen Osten, welche ein Körper von einem hochliegenden Punkte, wo sein Fall begann, mitbringt, ist demnach größer als die Bewegung in dem senkrecht darunter liegenden Punkte der Erdoberfläche. Daraus folgt, daß der fallende Körper die Erde östlich von diesem Punkte erreichen wird. Der Grundgedanke hievon wird am besten durch ein Beispiel deutlich werden, worin man fürs erste von manchen Umständen absieht, die zur genauen Bestimmung der Sache gehören. Geschehe der Fall unter dem Aequator aus einer Höhe von 280 Fuß, die, wenn man die Verzögerung durch Luftwiderstand nicht rechnet, 4 Secunden für den Fall erfordert. Diese Höhe macht ungefähr $\frac{1}{81275}$ des Radius am Aequator aus, folglich muß der zugehörige Bogen gleichfalls so viel größer sein als der, den ein Punkt des Aequators beschreibt. Letzterer ist aber für jede Secunde 1482 Fuß, also in 4 Secunden 5928 Fuß = 853632 Linien, woraus eine Abweichung von $\frac{853632}{81275}$ = beinahe $10\frac{1}{2}$ Linien folgt. 242c

Allein bei dieser vorläufigen Berechnung ist nicht darauf Rücksicht genommen, daß die Falllinien im Mittelpunkte der Erde zusammenlaufen, also nicht parallel sind. Zwar ist der Fehler in dieser Voraussetzung äußerst gering, allein da hier von Unterschieden solcher Größen die Rede ist, welche, selbst mit diesen Unterschieden verglichen, sehr groß sind, so hat man diesen Umstand in Rechnung bringen müssen und gefunden, daß die Abweichung nur $2/3$ derjenigen wurde, welche aus dem ersten Gedanken folgt. An jeder Stelle, die nicht auf dem Aequator liegt, ist der Halbmesser des Umlaufs geringer und gleich dem Cosinus der Breite. Es ist also die unter dem Aequator gefundene Größe mit dieser Größe zu multipliciren. Auch versteht sich, daß man auf die zu jeder Stelle gehörende Fallgeschwindigkeit Rücksicht nehmen und den Widerstand der Luft mit in Rechnung bringen muß. Man könnte noch fragen, ob nicht eine Abweichung der Falllinie gegen den Aequator, also bei uns gegen Süden, stattfinde. Der §. 242 a scheint dies zu zeigen, allein hierbei muß bemerkt werden, daß ein hängendes Loth, mit welchem der Fall verglichen werden müßte, gleichfalls gegen Süden abweichen würde. Im luftleeren Raume würden beide Abweichungen gleich sein, allein da der Luftwiderstand die Fallzeit verlängert, so würde demnach eine Abweichung gegen Süden eintreten, wenn nicht die Luft zugleich Widerstand auch gegen diese Abweichung leistete, und dieselbe, wie aus den Berechnungen hervorgeht, aufhöbe.

Um diese Schlüsse durch Erfahrung zu prüfen, hat man viele mühsame Versuche angestellt. Guglielmini stellte solche Versuche in einem Thurme in Bologna bei einer Höhe von 249 rheinl. Fuß an; Benzenberg bei einer Höhe von 243 Fuß im Michaelisthurm zu Hamburg und bei einer Höhe von 269 Fuß in einem Bergwerksschachte; Reich in einem Bergwerksschachte in Freiberg mit einer Fallhöhe von 505 Fuß. Diese letzteren gaben die größeste östliche Abweichung, nämlich 13 Linien rheinl. Maaß. Die erhaltenen östlichen Abweichungen in diesen Versuchen stimmen gut mit der Theorie, jedoch ist gegen sie alle einzuwenden, daß die Versuche, aus denen die Mittelzahlen gezogen sind, ziemlich starke Abweichungen unter einander zeigen, was das Zutrauen, das man ihnen schenken könnte, bedeutend vermindert. Besonders sind die älteren Versuche dem Zweifel ausgesetzt, der weniger die Versuche von Reich betrifft, die sich auch durch größere Fallhöhe und dar-

aus folgende größere Abweichung auszeichnen. Alle Versuche hierüber haben zugleich eine Abweichung gegen Süden ergeben, welche die Theorie nicht billigt. Allein diese Abweichung könnte doch vielleicht ihre Erklärung in der Wirkung finden, welche die Erde durch ihren Magnetismus auf das Metall, wenn es sich bewegt, ausübt. Diese Wirkung muß abstoßend sein, also in der nördlichen Halbkugel eine südliche Richtung haben.

Mit Hülfe der hier dargestellten Grundsätze kann man den Ent- 243
wickelungsgang in der Bildung des ganzen Weltsystemes auffassen, wenn man das Dasein der Materie und die Umdrehung um eine Axe voraussetzt. Stellt man sich nämlich zuerst die ganze Masse, die im Sonnensystem enthalten ist, als gleichförmig über den ganzen Raum desselben ausgebreitet vor, so wird dieselbe minder dicht sein als irgend ein uns bekanntes Gas; durch Anziehung muß dieselbe eine Kugel bilden. Setzen wir voraus, diese drehe sich um eine Axe, so wird ein Theil Materie nach dem Aequator dieser Dunstkugel getrieben werden, und um diesen herum einen Ring bilden, der als eine Erhebung oder Auswölbung mit dem Uebrigen zusammenhinge, wenn nicht die dunstförmige Masse beständig strebte, sich zusammenzuziehen, nicht bloß durch die Anziehung, sondern auch durch chemische Kräfte, so daß der Ring davon getrennt wird und für sich zu bestehen anfängt. Da aber seine Theile nicht in vollkommenem Gleichgewichte sind, so muß er an einer Stelle zerreißen, und durch die gegenseitige Anziehung der Theile sich unaufhörlich zusammenziehen, bis sich die Theile zu einer Kugel geordnet haben. Zufolge ihrer früheren Umdrehung hat diese Masse eine Tangentialbewegung, die im Verein mit der Anziehung der Hauptmasse eine Umlaufsbewegung hervorbringen muß, und da nicht alle Theile dieser Kugel gleiche Geschwindigkeit gehabt haben, so erhält sie zugleich eine Umdrehung um ihre Axe. In einer Reihe auf einander folgender Zusammenziehungen haben sich eine Reihe von Kugeln gebildet, und da sie nach und nach von dichterer Materie gebildet sind, so müssen sie auch dichter werden, je nachdem sie der Sonne näher stehen, so weit nämlich nicht andere Kräfte entgegengewirkt haben. Daß alle Planeten gleichsam in einem Gürtel um die Sonne herumliegen, ist nach dieser Vorstellungsweise leicht begreiflich, da sie sich in dem Aequator der großen Kugel gebildet haben müssen, der wohl in gewissen Schwingungszeiten seine Stellung verändert haben kann, allein gleich dem Aequator der

Planeten in jetziger Zeit, diese nur innerhalb gewisser enger Gränzen ausgeführt haben wird.

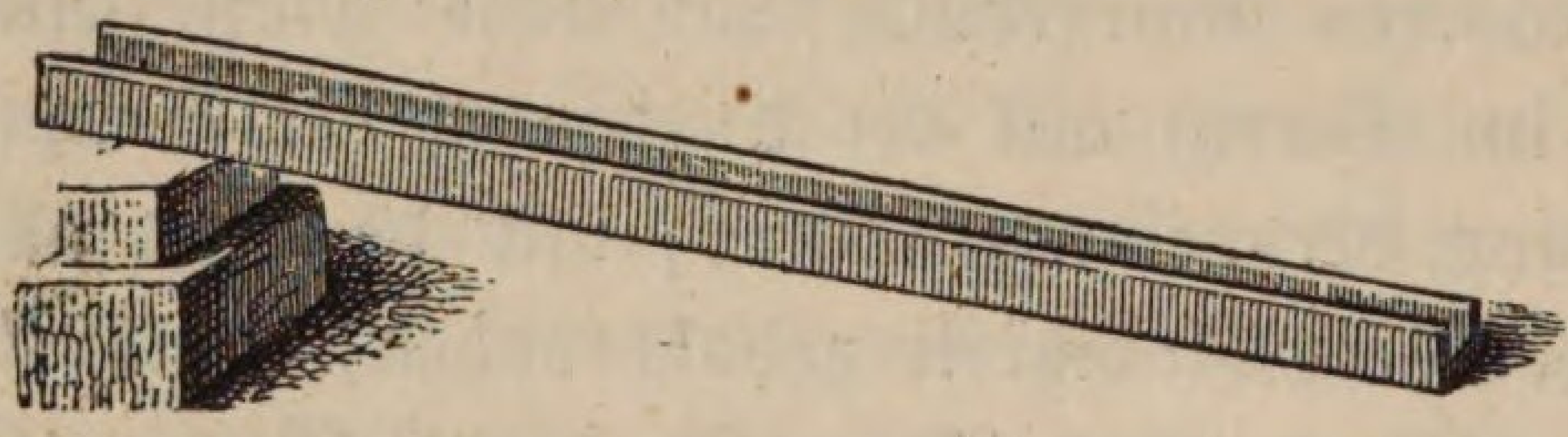
Was mit der großen Dunstkugel geschah, konnte sich bei den kleinen aufs Neue wiederholen, ehe sie sich ganz verdichtet hatten, und hiedurch erhielten dann die Monde ihre Entstehung. Traf dagegen die Bildung eines solchen Ringes in einen Abstand von dem Hauptkörper, wo die Flieh- und Ziehkraft in Gleichgewicht waren, so mußte derselbe unzerstört bleiben, wie wir es bei dem Saturn sehen. Was ein von Monden umringter Planet gegen die Sonne ist, daß ist wiederum diese gegen ein höheres System, und solche Systeme von Sonnensystemen können wiederum mit höheren zusammenhängen und also noch weiter hinauf, weit weit über alle Gränzen unserer Beobachtungen.

Fall auf der Schiefebene.

244 Der Fall der Körper auf einer Schiefebene geschieht nach denselben Gesetzen wie der freie Fall, denn die treibende Kraft ist in jedem Punkte der Schiefebene dieselbe und nur in einem gewissen Verhältnisse kleiner als die treibende Kraft in dem freien Falle.

Das Verhältniß der treibenden Kräfte ist das umgekehrte der zurückzulegenden Wege. Ist die schiefe Ebene 10 Fuß lang und nur einem Fuß hoch, so ist die treibende Kraft auf der Schiefebene nur $1/_{10}$ der gewöhnlichen Schwerkraft, wie früher in §. 74 nachgewiesen ist.

Fig. 151.



In derselben Zeit, in welcher eine fallende Bleikugel die ganze Höhe h durchfällt, rollt sie daher auf der Bahn nur $1/_{10}$h. In 10 solchen Zeittheilchen ist nach den Gesetzen einer gleichmäßig beschleunigenden Bewegung der Weg der rollenden Kugel also $10^2 \; 1/_{10} h = 10 h$ gleich der Länge der Bahn, d. h. soll ein Körper von einer Höhe fallen oder in einer schiefen Bahn von derselben Höhe herabrollen: die Zeiten, welche er gebraucht, um auf den Boden zu kommen, verhalten sich immer genau so wie die Längen der durchlaufenen Bahnen.

245 Ein Körper erhält, nachdem er eine Schiefebene durchlaufen, dieselbe Fahrt, wie er sie erhalten hätte, wenn er senkrecht durch die

Höhe gefallen wäre. Setzt man wieder die Länge der Schiefebene = 10h, wo h die Höhe, so ist die Fahrt, welche der Körper erhält, wenn er in einem Zeittheil durch die Höhe h fällt, gleich 2h; hat er aber in 10 Zeittheilen 10h durchlaufen, so hat er eine Fahrt erlangt, zufolge welcher er in den nächsten 10 Zeittheilen 20h durchlaufen würde, also in einem Zeittheile 2h, was dieselbe Geschwindigkeit ist, wie die durch den Fall von der Höhe der Schiefebene erlangte.

Man erkennt also für den Fall auf Schiefebenen von gleichem Neigungswinkel, gleich wie bei dem freien Falle, daß die erlangte Fahrt in demselben Verhältnisse zur Quadratwurzel der durchlaufenen Strecke steht, und ebenso, daß die angewendeten Zeiten sich wie die Quadratwurzeln der durchlaufenen Längen verhalten (§. 200).

Dieselben Gesetze könnten auch für den Fall auf einer gebroche- 246
nen Schiefebene angewendet werden, wenn nicht der Körper bei dem Uebergange von der einen Neigung auf die andere einen Widerstand erlitte, der die Geschwindigkeit schwächt, womit er, nachdem die erste Neigung durchlaufen ist, den Fall auf der nächsten beginnen müßte. Sieht man von diesem Widerstande ab, und betrachtet ihn als nicht vorhanden, so steht eine gebrochene Schiefebene durchaus unter demselben Gesetze wie eine ungebrochene.

Da nämlich der fallende oder auf einer Schiefebene herabrollende Körper immer dieselbe Endgeschwindigkeit gewonnen hat, wenn er aus derselben Höhe in eine bestimmte Horizontalebene kommt, ohne Rücksicht auf die Neigung der Bahn, welche er durchlaufen, so hat er auch bei dem Uebergange aus einer Schiefebene in eine andere, mehr oder weniger geneigte, genau dieselbe Geschwindigkeit, als wenn er die ganze Höhe auf dieser zweiten Bahn zurückgelegt hätte. Die Zeit aber, welche er zum Herablaufen gebrauchte, wird nach der Summe der Längen beider Ebenen und dem obigen Gesetze zu bestimmen sein.

Was von einer einmal gebrochenen Bahn gilt, bezieht sich auch auf eine aus mehreren Stücken und mehreren Neigungen zusammengesetzte Bahn.

Da ferner eine krumme Linie als eine unendlich oft gebrochene betrachtet werden kann, so findet das Gesetz auch Anwendung auf sie, und zwar hier nicht bloß unter der Abstraction, daß der Uebergangswiderstand unberücksichtigt bleibe, sondern mit voller Bestimmt-

heit, weil hier die Uebergänge aus einer Richtung in die andere unmerklich sind und also der bezeichnete Widerstand wegfallen wird.

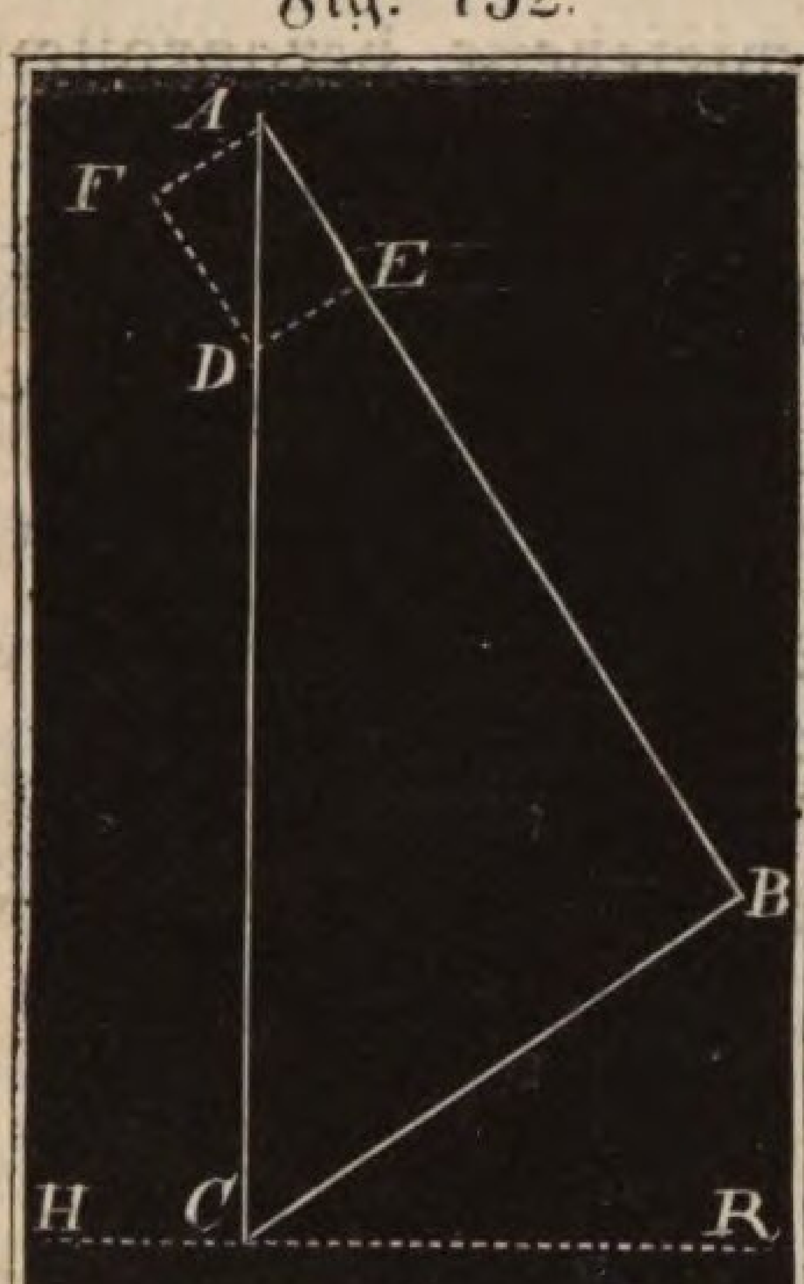
Demnach erlangt ein Körper durch den Fall in einer gekrümmten Bahn bis zu deren Berührungspunkt mit einer horizontalen Tangente dieselbe Fahrt in horizontaler Richtung, als er in verticaler Richtung haben würde, wäre er von dem Anfangspunkte der Bahn in freiem Falle auf die Horizontalfläche dieser Tangente gefallen, oder dieselbe Fahrt, als wäre er auf einer schiefen Ebene herabgelaufen.

Mag daher ein Körper in der Bahn eines Kreisbogens oder aber in dessen Sehne oder Quersinus herabfallen, immer erreicht er dieselbe Fahrt.

Da parallele einfache oder gebrochene Schiefebenen den Gesetzen der ähnlichen Dreiecke unterliegen, so verhalten sich ihre Höhen eben so wie die Längen, die durchlaufenen Strecken also wie die Quadrate der aufgewendeten Zeiten. Dasselbe aber findet dann auch nach dem Obigen seine Anwendung auf parallele Kreisbogen, welche zu gleichen Winkeln gehören.

247 In einem rechtwinkeligen Dreieck, dessen Hypotenuse senkrecht auf der Oberfläche der Erde steht, werden alle Seiten in gleichen Zeiten durchlaufen. Sei ABC ein solches Dreieck, dessen Hypotenuse senkrecht auf der Wasserlinie HR steht, und AD das Fallbestreben in A, aufgelöst in die beiden Kräfte AE und AF (§. 74). Diese Linien stellen die unendlich kurzen Wege, welche in gleicher Zeit durchlaufen werden, folglich auch das Verhältniß zwischen den treibenden Kräften vor. Aber in demselben Verhältnisse stehen auch die Seiten in den rechtwinkeligen Dreiecke ABC, wie man aus der Aehnlichkeit der Dreiecke einsieht. Demnach werden diese in gleichen Zeiten durchlaufen werden, weil die durch gleichmäßig beschleunigte Bewegungen in gleichen Zeiten durchlaufenen Strecken sich wie die Anfangsgeschwindigkeiten verhalten. (§. 200)

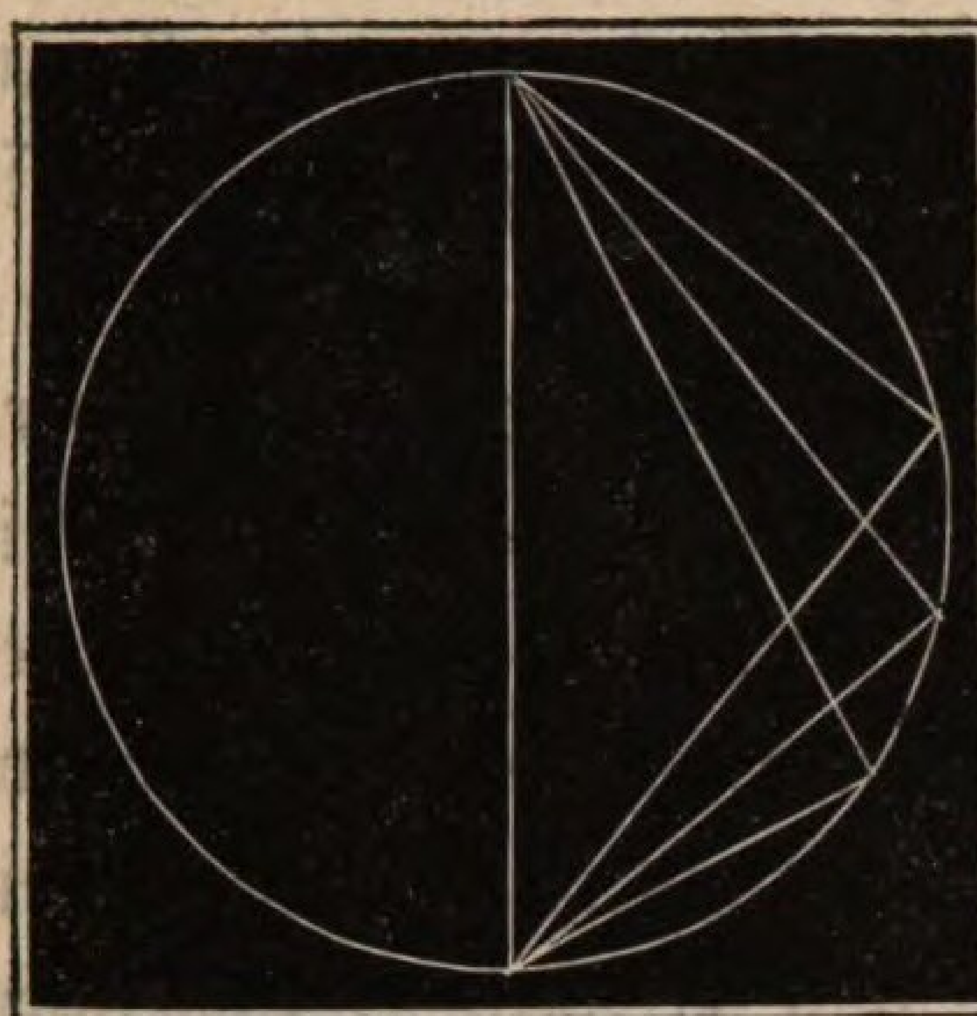
Fig. 152.



248 Da alle Sehnen, welche mit demselben Endpunkte eines Kreisdurchmessers zusammenstoßen, als Katheten in rechtwinkeligen Dreiecken betrachtet werden können, deren Hypotenuse der erwähnte Durchmesser ist, so müssen alle die Sehnen, die mit einem End-

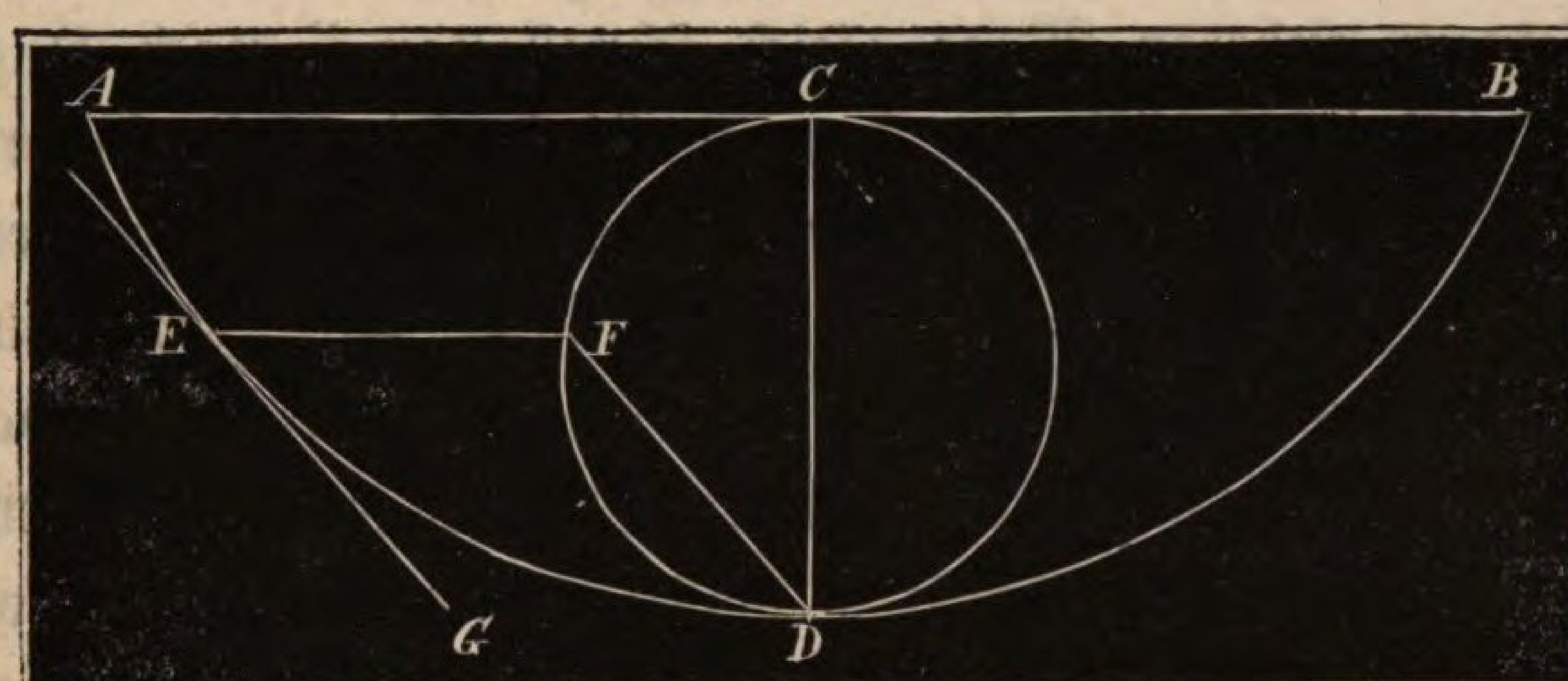
punkte eines senkrecht stehenden Durchmessers zusammentreffen, in derselben Zeit durchlaufen werden, wie dieser, also auch gegenseitig in gleicher Zeit; die treibenden Kräfte verhalten sich also dabei wie die Längen der Sehnen.

Fig. 153.



In der Cycloide oder Radlinie braucht 249
ein fallender Körper stets gleiche Zeit, um einen irgend welchen Bogen bis zur untersten Stelle zu durchlaufen, er sei lang oder kurz. Die treibende Kraft in jedem Punkte E hängt von

Fig. 154.



der Lage der Tangente dieses Punktes ab; diese findet man folgendermaßen. Durch E wird eine Linie EF parallel AB gezogen und vom Punkte F, wo sie den Kreis trifft, der durch seine rollende Bewegung längs AB die Radlinie hervorgebracht hat, zieht man eine Sehne FD nach dem untern Endpunkte des senkrechten Durchmessers CD. Darnach zieht man durch E die Linie EG parallel mit der Sehne FD, und EG ist dann die Tangente der Radlinie im Punkte E. Hieraus sieht man, daß, je näher der Punkt, von dem der Fall ausgeht, bei A liegt, der Winkel, den die Tangente mit der waagerechten Linie bildet, um so größer wird, und daß also auch die treibende Kraft um so größer ist; und aus dem gleichen Verhältnisse dieser Zunahme entspringt die oben angeführte Eigenschaft des Falles in der Radlinie, daß die Körper, weche einen größeren Weg bis D zu durchlaufen haben, dennoch in Folge ihrer größeren Geschwindigkeit die mit geringerer Geschwindigkeit einen kürzeren Weg durchlaufenden Körper am Ende dieses Weges einholen können. Der vollständigere Beweis für diesen Satz gehört in die höhere

Mathematik und wird deshalb hier übergangen. Indem man Kugeln in cycloidenförmigen Räumen hinablaufen läßt, kann man sehr gut zeigen, daß, wenn sie zu gleicher Zeit anfingen, auch alle zu derselben Zeit den Endpunkt des Bogens erreichen, einerlei wo sie ihren Fall begannen.

Die Radlinie hat in Beziehung auf den Fall auch noch eine andere merkwürdige Eigenschaft, nämlich die, daß sie von allen Linien zwischen zweien Punkten, die nicht senkrecht über einander liegen, in der kürzesten Zeit durchlaufen wird, so daß, wenn z. B. verlangt wird, ein von E aus fallender Körper solle in der möglichst kurzen Zeit nach D gelangen, man ihn nicht auf einer von E nach D gehenden Schiefebene laufen lassen muß, weil er auf dem längeren nach dem Bogen ED der Radlinie gekrümmten Wege schneller als auf jenem, und auf keinem anderen Wege gleich schnell von E nach D gelangt.

Die Radlinie ist diejenige krumme Linie, die von einem Punkte eines Kreises beschrieben wird, der auf einer geraden Linie hinrollt. Ihren Namen hat sie davon, daß jeder Punkt im Umkreise eines Rades eine solche beschreibt, wenn das Rad auf einer geraden Linie hinrollt. In Folge ihrer oben angeführten beiden Eigenschaften heißt sie auch Tautochrone und Brachystochrone.

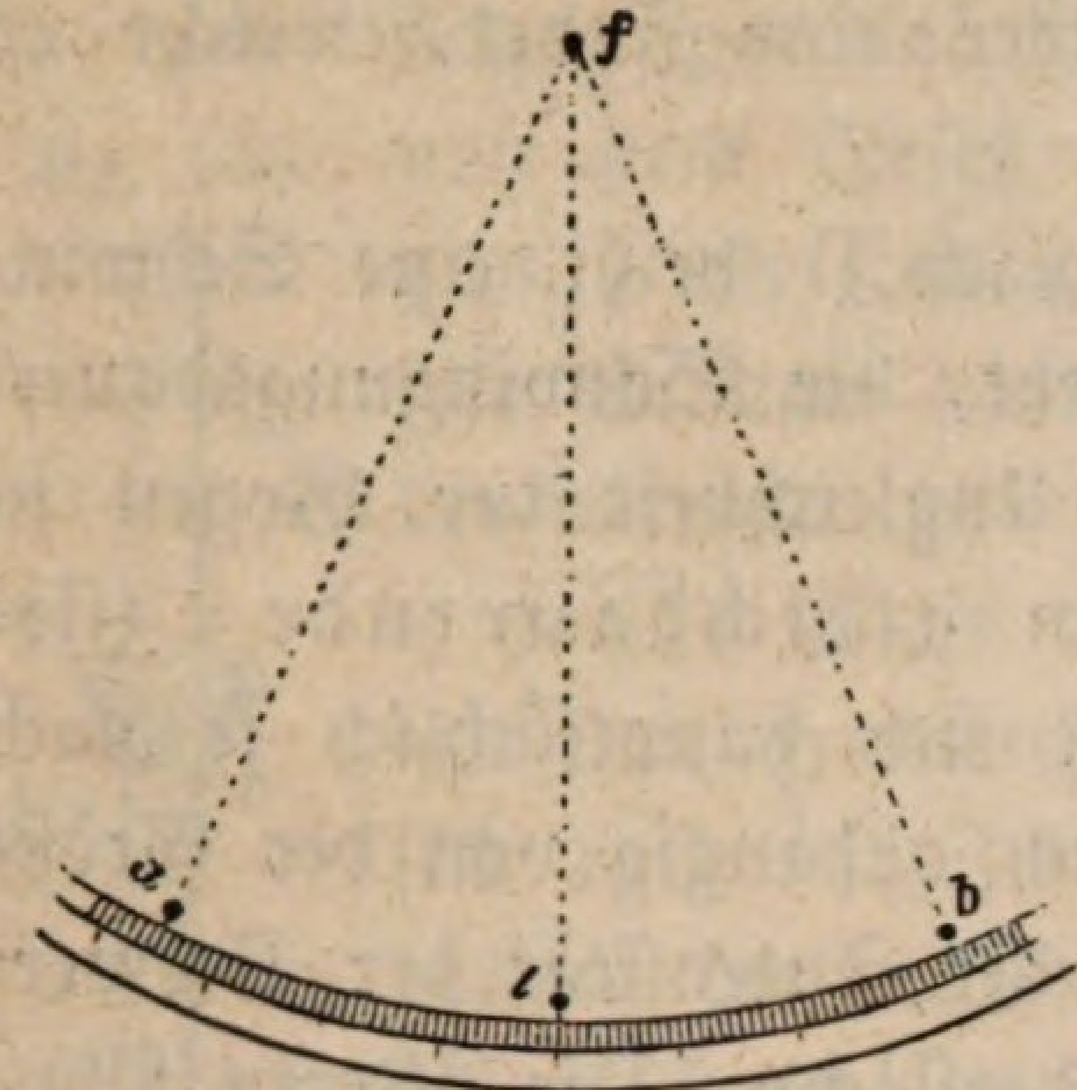
Das Pendel.

250 Ein jeder Körper, welcher in einem Punkte aufgehängt ist, um den er sich drehen kann, und der mit seinem Schwerpunkte nicht zusammenfällt, strebt beständig diejenige Stellung einnehmen, in welcher sich der Schwerpunkt zu unterst befindet. Wenn er nun nicht in dieser Stellung ist, sondern sich dahin bewegt, so kommt er in Schwingungen, weil er, sobald der Schwerpunkt die unterste Stelle erreicht, eine Fahrt erlangt hat, durch welche derselbe wieder steigen muß, und nun abwechselnd wiederum fällt und steigt, bis die Hindernisse der Bewegung den Körper zur Ruhe bringen. Ein solcher Körper heißt ein Pendel.

In seiner einfachsten Gestalt besteht es aus einer Metallkugel, die mit einem Faden aufgehängt ist. Wird ein derartiges Pendel ft aus seiner Gleichgewichtslage nach fa gezogen, so fällt es zurück bis ft, hat aber, daselbst angekommen, eine solche Fahrt erlangt, daß es darüber hinaus bis fb fliegt und nun fortan eine Schwingung hin-

und zurückmacht, bis die Steifigkeit des Fadens und der Widerstand der Luft es zur Ruhe bringen.

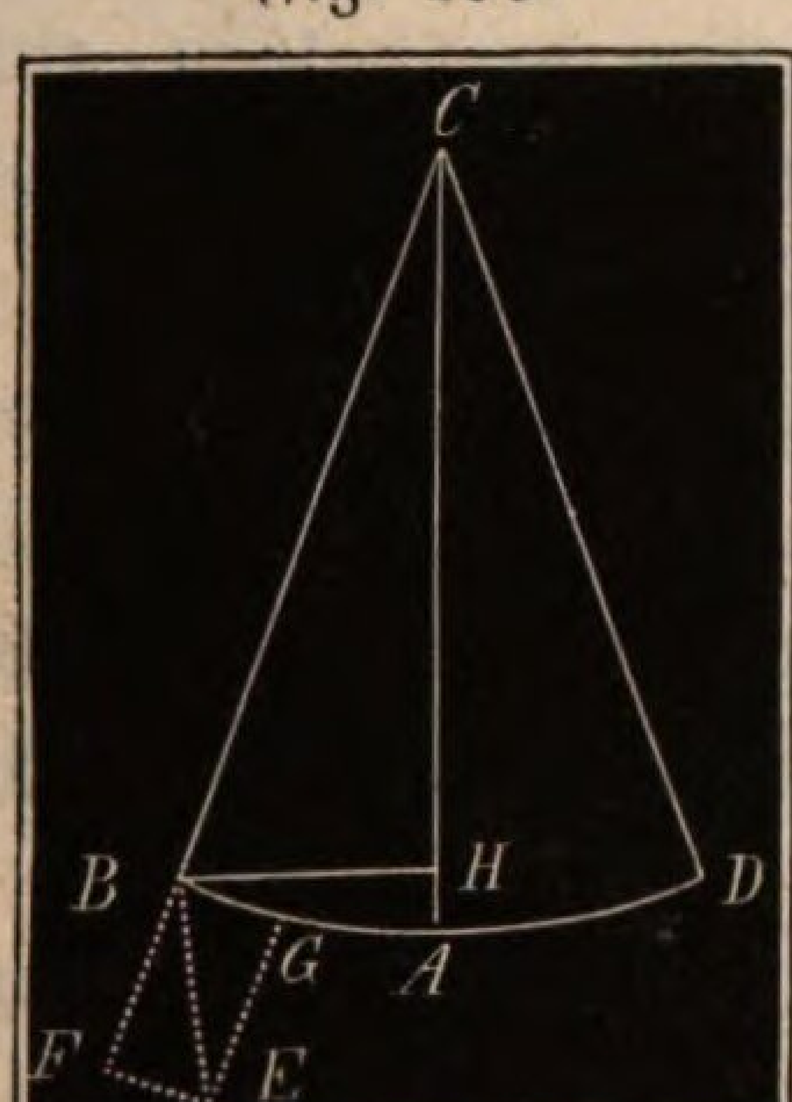
Fig. 155.



Um die Gesetzmäßigkeit, welche mehr oder weniger in jeder Pendelbewegung vorhanden ist, auszudrücken, betrachtet man den allereinfachsten, aber abstracten Fall, ein Pendel, bestehend aus einer Linie ohne Schwere, welche an dem einen Ende aufgehängt ist und an dem anderen einen schweren Punkt trägt. Ein solches Pendel heißt ein einfaches, bei Einigen auch ein mathematisches; das gewöhnliche körperliche Pendel kann dagegen als zusammengesetzt aus unzähligen einfachen gedacht werden, und heißt deshalb ein zusammengesetztes, auch wohl physikalisches Pendel.

Stelle CA ein einfaches Pendel vor, worin A der schwere Punkt 251
ist, so ist auch dies gleich dem zusammengesetzten Pendel nur dann in Ruhe, wenn CA eine senkrechte Stellung hat.

Fig. 156.



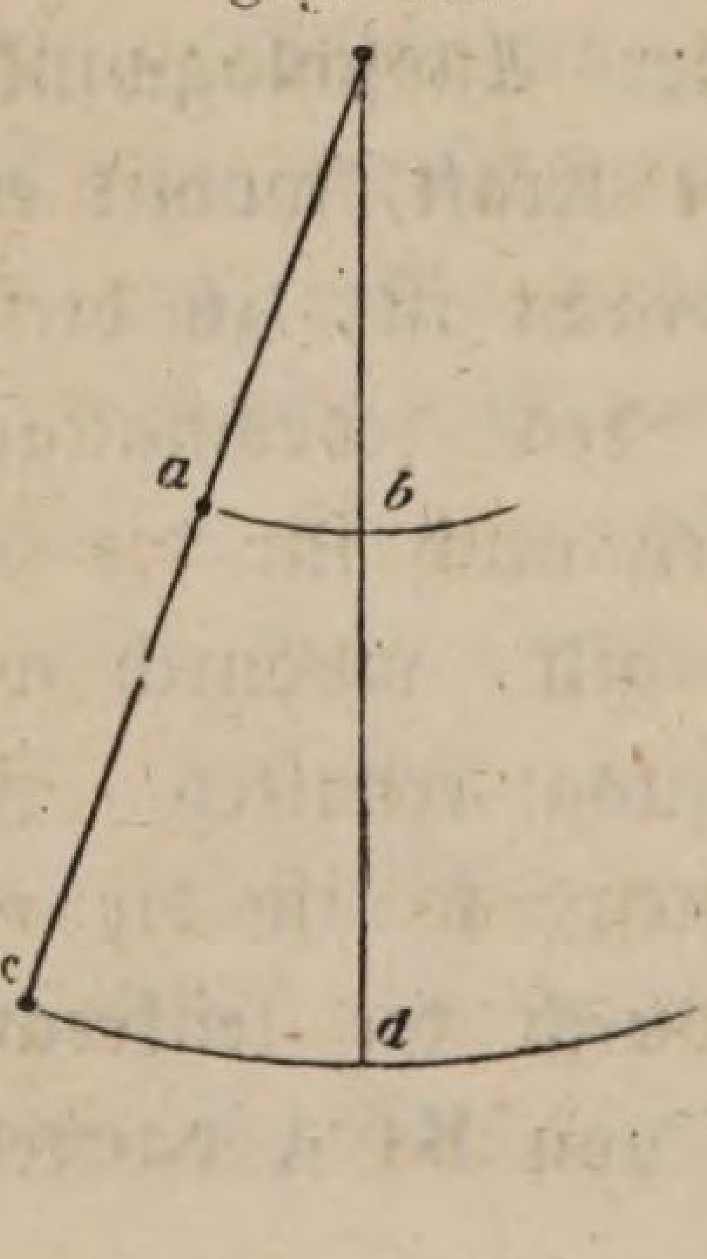
Wird es aus dieser Stellung gebracht, z. B. nach CB, so strebt der schwere Punkt nach A zu fallen. Die Kraft, mit welcher er nach A hin fällt, kann man durch Auflösung des senkrechten Fallbestrebens BE in die beiden anderen BF und BG finden, von denen BF durch die feste Linie aufgehoben wird, so daß nur BG übrig bleibt. — BG nun, oder die damit gleich große FE ist $= BE . \sin FBE = BE . \sin BCA$. Dieser Winkel BCA heißt der Ausschlagwinkel (Elongationswinkel) und man sieht also, daß die Kraft, womit ein Pendel, das aus seiner senkrechten Stellung gebracht ist, zu dieser zurückzukehren strebt, sich wie der Sinus des jedesmaligen Ausschlagwinkels verhält, und daß dasselbe Gesetz auch für die beschleunigende Kraft in jedem Punkte der Bahn gilt, wodurch wir eine ungleichmäßig beschleunigte Bewegung erhalten. Ist das Pendel wieder in die Stellung CA gekommen, so ist die erlangte Fahrt so groß, als ob der Punkt B durch die senkrechte Höhe HA gefallen wäre, welche den Quersinus von BCA darstellt

(§. 246). Durch diese Fahrt wird es nun weiter getrieben, bis es den mit AB gleichgroßen Bogen AD durchlaufen hat; darauf wendet es nach A zurück und erlangt wieder eine Fahrt, welche es nach B treibt, u. s. w.

252 Die Bewegung des Pendels von B nach D heißt eine Schwingung, und die Zeit, in welcher sie vorgeht, die Schwingungsdauer. Schwingungen, welche ungeachtet der Ungleichheit der Bogen in gleichen Zeiten vollführt werden, heißen gleichdauernde (isochrone). Die Schwingungsdauer ändert sich hauptsächlich je nach der Länge des Pendels; sie ist aber auch abhängig von der Größe des jedesmaligen Ausschlagwinkels und der Intensität der Schwerkraft auf verschiedenen Stellen der Erdoberfläche. Die älteren Physiker verstanden unter einer Schwingung die hin- und hergehende Bewegung des Pendels von B nach D und wieder von D nach B. Diese nennt man auch eine zusammengesetzte oder eine ganze Schwingung. Man muß deshalb Acht darauf geben, wenn in älteren Schriften die Anzahl der Schwingungen angegeben wird, ob damit zusammengesetzte oder einfache Schwingungen gemeint sind. Gegenwärtig ist eine Schwingung immer zu verstehen als die ganze Bewegung, welche in einem und demselben Sinne geschieht. Man unterscheidet indeß noch die halbe absteigende von der halben aufsteigenden Schwingung. Die letztere ist selbstverständlich nach demselben Gesetz verzögert, wie die erste beschleunigt.

253 Gehen die Schwingungen des Pendels in sehr kleinen Bogen vor, so sind sie gleich dauernd; man kann nämlich statt der sehr kleinen Bogen ihre Sehnen setzen und es folgt dann geradezu aus §. 248, daß die Zeiten, welche gebraucht werden, um sie zu durchlaufen, gleich groß sind.

254 Fig. 157.

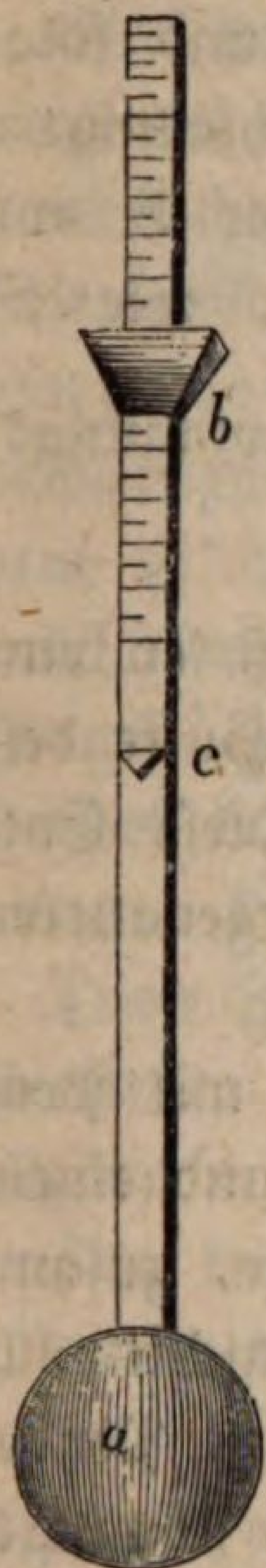


Bei gleichem Ausschlagwinkel und gleicher Intensität der Schwerkraft steht die Schwingungsdauer verschiedener Pendel in demselben Verhältniß wie die Quadratwurzeln der zugehörigen Pendellänge.

In der nebenstehenden Figur gehe von dem Aufhängepunkt das eine Pendel bis b das andere bis d, und da das Pendel in seinem Schwingungskreise den Halbmesser darstellt, werde das kleine mit r, das große mit R bezeichnet.

Setzt man nun beide Pendel mit gleichem Ausschlage in Bewegung, so legt r den Bogen a b und R den Bogen c d zurück. Da diese Bogen parallel sind, so verhalten sich, ganz abgesehen

Fig. 158.



von dem Gesetz der in ihnen erscheinenden Beschleunigung, die Zeiten, in welchen sie durchlaufen werden, so wie bei dem freien Falle (§. 246), d. h., wie die Quadratwurzeln der durchlaufenen Strecken, wie $\sqrt{ab} : \sqrt{cd}$. Diese Bogen aber verhalten sich wiederum wie ihre Halbmesser, die Pendellängen, mithin verhalten sich auch die Zeiten wie $\sqrt{r} : \sqrt{R}$; und da die Verzögerung der aufsteigenden halben Schwingung nach demselben Gesetze geschieht wie die Beschleunigung der absteigenden, so gilt das von der letzteren so eben erwiesene Gesetz auch von der ganzen Schwingung.

Die Anzahl der Schwingungen in einer gegebenen 255 Zeit ist um so größer, je kürzer die Schwingungsdauer, und folglich verhält sich in einer gegebenen Zeit die Anzahl der Pendelschwingungen umgekehrt wie die Pendellängen.

Wenn ein Pendel nicht in dem einen Endpunkte auf- 256 gehängt ist, sondern in einem zwischen beiden liegenden Punkte, z. B. in c, und man dann einen schweren Körper oberhalb des Aufhängepunktes etwa bei b anbringt, so kann a nicht abwärts schwingen ohne b zu heben, wodurch die Beschleunigung von b gemindert, also auch die Schwingungsdauer des Pendels verlängert wird, und zwar um so mehr, je größer der Bogen ist, den b beschreibt, d. h. je näher c an dem Schwerpunkt des ganzen Pendels zu liegen kommt.

Ein derartiges, nach oben verlängertes und mit einem Laufgewicht beschwertes Pendel ist, wenn die nöthigen Theilstriche vorhanden sind, in seiner Schwingungsdauer bequemer zu verändern, als wenn man den Aufhängepunkt ändern und dadurch das Pendel verlängern oder verkürzen soll.

Deshalb gründet sich hierauf die Einrichtung des Taktmessers, welcher angewendet wird, um einen Takt für die Musik genau und sichtbar anzugeben.

Mit Hülfe der höheren Mathematik kann man beweisen, daß die 257 Zeit, in welcher eine unendlich kleine Pendelschwingung vorgeht, sich zu derjenigen, in welcher ein Körper durch die halbe Länge des

Pendels fallen müßte, so verhält, wie eine Kreislinie zu ihrem Durchmesser. Bezeichnet man mit S die Zeit, in welcher eine unendlich kleine Pendelschwingung vorgeht, so ist demnach $\frac{S}{\pi}$ gleich der Zeit des Falles durch die halbe Pendellänge $\frac{1}{2}L$, und folglich verhält sich nach den Gesetzen der gleichmäßig beschleunigten Bewegung die Strecke, welche in der Schwingungsdauer S von dem schwingenden Punkte durchlaufen wird, zu $\frac{1}{2}L$ wie S^2 zu $\frac{S^2}{\pi^2}$ oder wie $1 : \frac{1}{\pi^2}$, und die Fallhöhe in einer Schwingungsdauer S ist also $\frac{1}{2}L\,\pi^2$.

Bestimmt man daher die Länge des Pendels so, daß er eine Schwingung in der Secunde macht, so kann man mit Hülfe desselben die Fallhöhe für eine Secunde also q finden. Diese Entdeckung verdankt man Huyghens; sie dient zu einer genaueren Bestimmung der Fallhöhe, welche sonst möglich würde.

258 Die hier angegebenen Gesetze werden durch Versuche mit Pendeln bekräftigt, welche aus einem kleinen Metallklumpen und einem

Fig. 159.



sehr feinen Faden, am liebsten einem Coconfaden, zusammengesetzt sind. Die Ergebnisse können jedoch nicht vollkommen genau sein, weil jedes zusammengesetzte Pendel schneller als ein eben so langes einfaches Pendel schwingt, da diejenigen Theile, welche dem Aufhängungspunkte näher liegen, schneller zu schwingen streben. Man muß deshalb suchen, das einfache Pendel zu bestimmen, das einem gegebenen körperlichen Pendel entspricht, was dadurch geschieht, daß man berechnet, wieviel jeder Punkt in seinem Abstande beiträgt, das Pendel zu bewegen, und so den Punkt findet, in welchen die Wirkungen aller Schwingungen zusammengedrängt gedacht werden können. Dieser Punkt heißt der Mittelpunkt der Schwingungen, und sein Abstand vom Aufhängungspunkte ist die wahre Länge desjenigen einfachen Pendels, dem das fragliche zusammengesetzte entspricht. Huyghens hat gezeigt, daß ein körperliches Pendel gleich schnell schwingt, mag man es am Mittelpunkt der Schwingungen oder an dem ersten Aufhängungspunkte aufhängen. Dies Gesetz giebt ein Mittel, um die Länge des einfachen Pendels zu bestimmen. Es gilt jedoch ganz vollkommen nur für den luftleeren

Raum. Ein Pendel, an welchem diese beiden Punkte mit Schneiden versehen sind, wie bei a und b, so daß es, auf jede der beiden Schneiden gehängt, dieselbe Schwingungsdauer zeigt, heißt ein Reversionspendel.

Eine der wichtigsten Anwendungen des Pendels ist die zur Mes- 259
sung der Zeit. Schon Galiläi, der den Isochronismus kleiner Pendelschwingungen entdeckte, benutzte diese Beobachtung, um kleine Zeiträume durch die Anzahl der Pendelschwingungen zu messen. Huyghens aber, der Entdecker aller wichtigsten Gesetze der Pendelbewegungen, vollendete auch deren Anwendung als Zeitmaaß, indem er das Pendel noch mit einer zweiten Maschine verband, welche durch eine in ihr angebrachte Kraft bewirkt, daß die Schwingungen des Pendels nicht kleiner werden, während zugleich das Pendel durch seine stets gleichdauernden Schwingungen die in der anderen Bewegung liegende Tendenz zur Beschleunigung hemmt.

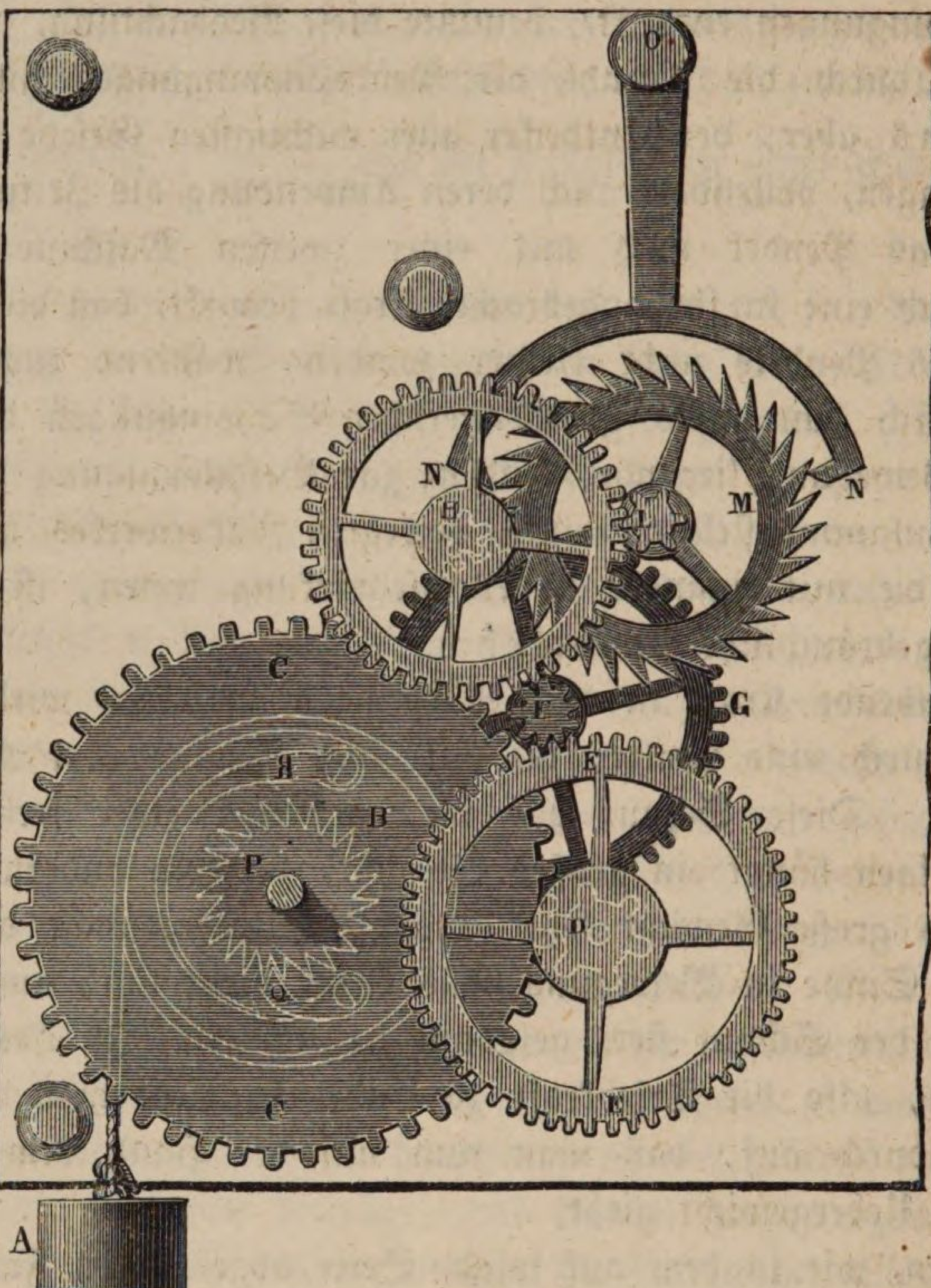
Diese Zusammenstellung eines bewegten Räderwerkes und eines Pendels, die mit einander in Wechselwirkung treten, ist die nun allgemein gebräuchliche Pendeluhr.

Die treibende Kraft in dem Räderwerke derselben wird hervorgebracht durch eine Walze, die mit einer Schnur oder Kette umwickelt ist. Diese Schnur hat in der Regel zwei freie Enden. An dem einen hängt ein großes Gewicht, an dem andern ein kleines Das große Gewicht setzt durch sein Uebergewicht die Walze in seinem Sinne in Bewegung, das kleine dient nur, um das andere Ende der Schnur stets gespannt zu erhalten. Ist das Gewicht abgelaufen, also die Triebkraft zu Ende, so zieht man das Werk einfach dadurch auf, daß man nun mit der Hand dem kleineren Lothe das Uebergewicht giebt.

Zuweilen, wie in dem auf folgd. Seite abgebildeten Frontenplan einer Pendeluhr befestigt man das eine Ende der Schnur auf der Walze B und windet ihre ganze Länge auf. An dem freien Ende läßt man das Gewicht A wirken, welches durch sein Fallbestreben die Walze dreht, durch das mit der Walze verbundene Stirnrad C das übrige Räderwerk in Bewegung setzt, und sich allmählich ganz abwickelt. Um dann die Uhr wieder aufzuziehen, das heißt, die Triebkraft wieder herzustellen, wird durch einen Uhrschlüssel die Walze rückwärts gedreht. Mit dieser Bewegung würde man den Gang der ganzen Uhr stören, wenn nicht, um das Räderwerk von der rückgehenden Bewegung auszuschließen, die folgende einfache

Vorrichtung getroffen wäre: Das Hauptrad C und die Walze B haben zwar der Lage nach eine gemeinschaftliche Axe, sind aber gegen einander frei beweglich. Man kann daher die Walze aufziehen, ohne daß das Rad sich mit umdreht. So würde aber auch die Walze ablaufen, ohne das Hauptrad, ohne die Uhr in Bewegung zu setzen, wenn nicht für die normale Bewegung Walze und Triebrad an einander geknüpft würden. Dies geschieht durch das Sperrrad P, welches mit der Walze, und den Zahn Q welcher mit dem Rade verbunden ist, und der durch die ebenfalls mit dem Rade verbundene Feder R stets zwischen die Zähne des Sperrrades gedrückt wird, wie die Figur es zeigt.

Fig. 160.

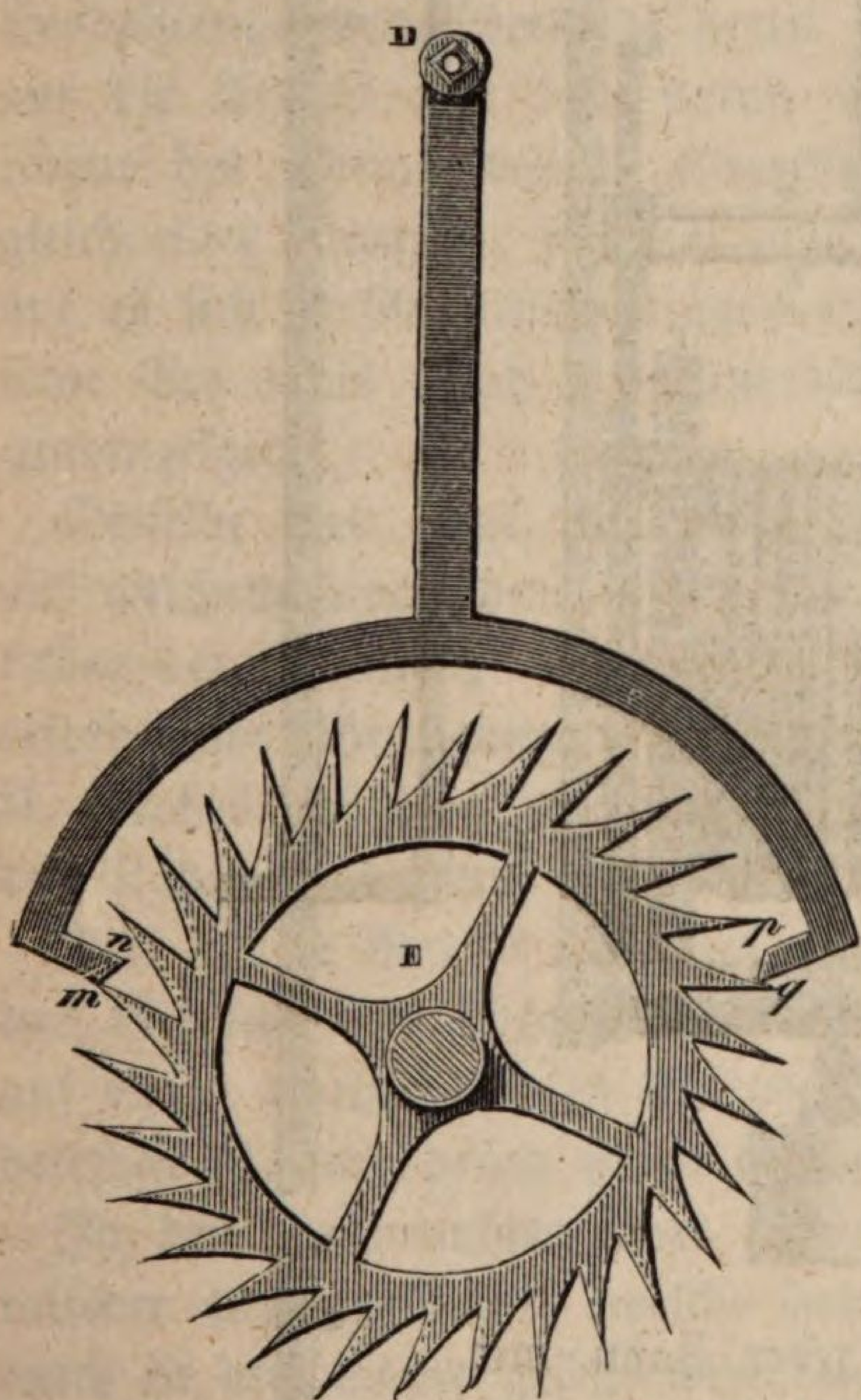


Man hat demnach mit Ausnahme der Zeit des Aufziehens in dem Stirnrade C eine immerwährende Bewegung. Die Zähne dieses Rades greifen in die Stäbe des Getriebes D, wodurch das Rad E, das auf derselben Axe befestigt ist, in Bewegung geräth; die

Zähne von E greifen in die Stäbe von F und setzen dadurch das Rad G in Umlauf, dessen Zähne wieder in die Stäbe von H fassen und das Rad K in Bewegung bringen. Das Rad K dreht endlich das Getriebe L und somit auch das spitzzahnige Rad M, welches die drehende Bewegung nicht weiter überträgt, sondern das letzte Glied des Räderwerkes und also dasjenige Rad ist, welches sich am schnellsten dreht.

Die Geschwindigkeit dieses Rades würde außerordentlich groß sein, weil das Gewicht A mit seiner ganzen Fallgeschwindigkeit die Schnur abzuwickeln strebt. Das einzige, was in dem Räderwerke allein die Geschwindigkeit mäßigt, ist die vielfache Reibung.

Fig. 161.

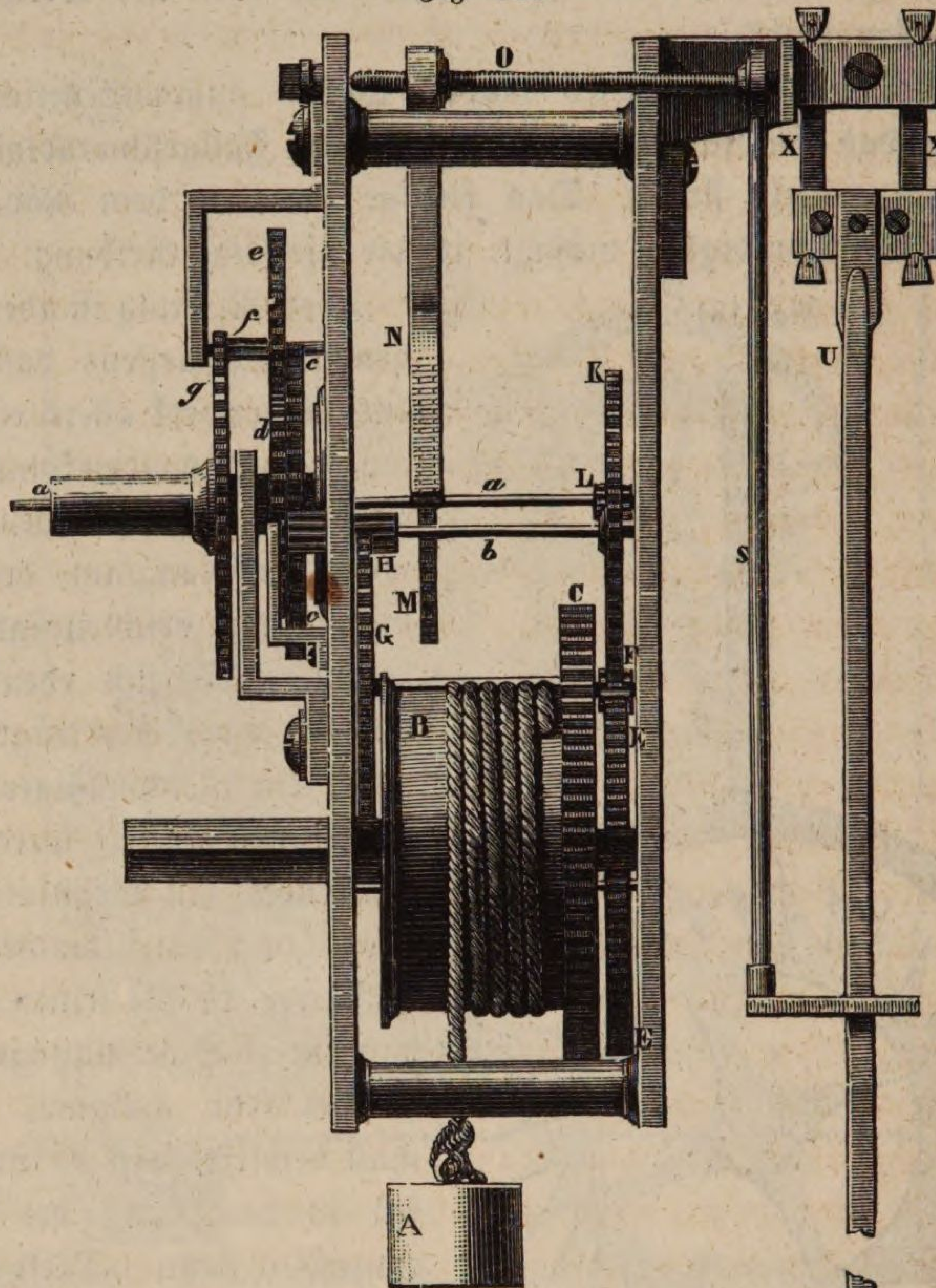


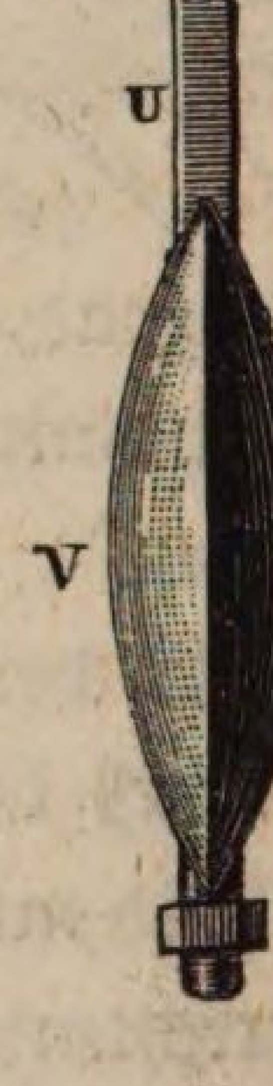
Diese Reibung ist aber nie so genau abzumessen, daß durch das Räderwerk allein ein Zeitmaaß erzielt werden könnte, und außerdem fällt das Gewicht A, wenn auch langsam, doch immerhin mit beschleunigter Bewegung, die sich ebenso auf das Räderwerk überträgt. Soll daher ein gleichmäßiger Gang des Werkes erzielt werden, so muß noch ein Regulator der Bewegung hinzukommen.

Hierzu ist mit seinen gleichdauernden Schwingungen das Pendel sehr geeignet, wenn man bewirkt, daß es mit diesen in den Gang der Räder eingreifen kann. Diese Wechselwirkung geschieht durch das scharfzahnige Rad M, das sogenannte Steigrad, und den mit dem Pendel verbundenen, mit ihm hin- und herschwingenden und dabei in die Zähne des Steigrades eingreifenden Anker N, welche in Figur 161 noch besonders abgebildet sind. Das Verhältniß der Reibung des Räderwerkes gegen das Gewicht ist so abgepaßt, daß die Bewegung schneller ist als der Gang der Uhr erfordert. Deshalb muß das Pendel *hemmend* eingreifen, und die dazu dienliche Vorrichtung trägt den Namen Hemmwerk. Wenn nämlich der

Anker mit dem Pendel hin und her schwingt, so kommen die Zähne des Steigerades E bei der einen Schwingung gegen die untere Fläche m des einen und bei der andern Schwingung gegen die obere Fläche p des andern Armes zu stehen, wodurch jedesmal die Drehung des Rades einen Augenblick gehemmt wird. Das Rad vollendet

Fig. 162.





seinen Umlauf nur, nachdem jeder Zahn mit jedem Arme des Ankers in Berührung gewesen, also nachdem das Pendel doppelt so viele einfache Schwingungen vollführt hat, als das Rad Zähne zählt.

Dadurch ist die Zeit des Umlaufes für dieses Rad, und mithin das gesammte Räderwerk jedesmal genau bestimmt und nebenher erhält

das Pendel fortwährend solche Impulse, daß es nie zum Stillstande kommen kann.

Die Dauer des erforderlichen Pendelschlages, und also die erforderliche Länge des Pendels wird daher bestimmt nach der Zahl der Zähne des Steigrades und nach der Räderverbindung bis zum Minutenzeiger, um aber bei mangelhaftem Gange der Uhr die Länge des Pendels verändern zu können, macht man dessen Linse beweglich.

In dem nebenstehenden Seitenplan einer Pendeluhr ist die Verbindung der Theile ersichtlich.

Das Pendel U, dessen Linse V durch eine Schraube gestellt werden kann, hängt auf einem Gestelle X. Eine Gabel umfaßt die Pendelstange und überträgt deren Bewegung durch die Stange S auf die Axe O und den daran befestigten Anker N, der in die Zähne des Steigerades M eingreift. Ist der Pendelschlag genau gleich einer Secunde, so giebt man dem Steigerade 30 Zähne, damit es sich in 60 Pendelschlägen ruckweise umdrehe; alsdann reicht seine Axe a bis durch das Zifferblatt und trägt daselbst den Secundenzeiger.

Dieselbe Axe trägt mit milder Reibung einen hohlen Cylinder, auf welchem hinter dem Zifferblatte die Räder c und d, vor demselben der Minutenzeiger befestigt ist. Die für den Minutenzeiger erforderliche Bewegung erhält dieser Cylinder durch das Getriebe H, welches aus dem inneren Gehäuse hervorragt und in die Zähne des Rades c eingreift.

Das andere Rad d setzt das gleich große Rad e und hierdurch das Getriebe f in Bewegung, und dieses treibt das Rad g, das auf einem zweiten hohlen Cylinder zugleich mit dem Stundenzeiger befestigt ist, und dessen steten Gang bewirkt.

In den Taschenuhren wird die treibende Kraft durch eine Spiralfeder hervorgebracht, welche beim Aufziehen gespannt und dadurch in den Stand gesetzt wird, einen Cylinder zu drehen, in dem sie eingeschlossen ist (das Federhaus), von wo sich dann die Bewegung weiter ausbreitet. Anstatt des Pendels gebraucht man als regulirende Kraft eine Spiralfeder in Verbindung mit einem Schwungrade, der Unruhe. Das Schwungrad spannt nämlich mit seiner durch die Bewegung erlangten Fahrt die Spiralfeder, die das Rad dann nach der entgegengesetzten Seite wirft, wodurch sie selbst aufs Neue gespannt wird, und solchergestalt regelmäßige Schwingungen

hervorbringt, die in Verbindung mit einem Hemmwerke gesetzt, einen beständigen Gang in den übrigen Theilen der Uhr hervorbringen.

Die Anwendung des Pendels zum Messen der Zeit gehört zu den folgenreichsten Erfindungen der letzten Jahrhunderte. Wir haben kein anderes Mittel, die Zeit genau zu bestimmen, als die Bewegung; kennen wir die Geschwindigkeit und die Strecke, so läßt sich die Zeit leicht berechnen. Ehe die Menschen durch Kunst ein Geräth zum Messen der Zeit hergestellt hatten, fanden sie das Maaß derselben in der Bewegung der Weltkörper; da aber diese nicht zu allen Zeiten beobachtet werden kann, so mußte man seine Zuflucht zu Einrichtungen nehmen, die zwar unvollkommen waren, allein den Vorzug hatten, daß sie jederzeit den Menschen zu Gebote standen. Die Zeit, welche verging, bis eine gewisse Menge Wasser oder Sand aus einem Gefäße in ein anderes lief, mußte lange als Maaßstab dienen; da aber der Druck, welcher das Auslaufen des Wassers verursacht, sich mit der Höhe der drückenden Masse vermindert und die Unebenheiten der Sandkörner Ungleichheiten hervorbringen, so konnte dies keine gleichmäßige Bewegung geben, nicht davon zu reden, daß selbst der ganze Zeitraum, der auf diese Weise gemessen ist, weder beim Wasser noch auch beim Sande derselbe ist. Darauf ersann man zusammengesetzte Maschinen, deren gleichförmiger Gang als Maaß der Zeit dienen sollte, allein es ist im höchsten Grade schwierig, eine ganz gleichmäßige Bewegung hervorzubringen, weil der Widerstand der Luft und die Reibung der einander berührenden Theile nicht vermieden werden kann, und doch auch nicht beständig die Bewegung um gleichviel verändert. Erst die Gesetze des Pendels gaben den Naturforschern ein Mittel in die Hand, diese Schwierigkeit zu überwinden.

260 Da sich alle Körper durch Wärme ausdehnen, so wird ein Pendel durch erhöhten Wärmegrad verlängert und schwingt also langsamer, bei verminderter Wärme wird es verkürzt und schwingt schneller. Um diesen Einfluß der Wärme aufzuheben, hat man das Pendel aus verschiedenen Theilen zusammengesetzt, von denen einige ihren Stützpunkt unten haben und sich also aufwärts verlängern, während andere ihren Stützpunkt oben haben und sich abwärts verlängern. Eine solche Einrichtung ist in der nebenstehen-

Fig. 163.



den Figur dargestellt. ad ist ein eiserner Rahmen, an dessen oberen Ende die Schneide befindlich ist, die zur Aufhängung des Pendels dient. Das untere Ende trägt aber nicht unmittelbar die Linse, sondern innerhalb des Rahmens zwei aufrechtstehende Stäbe von Zink, welche oben durch das Querstück nx verbunden sind. An diesem Querstück hängt die eiserne Stange, welche die Linse tragen soll und zu dem Ende frei beweglich durch das untere Rahmenstück d hindurchgeht. Durch die Verlängerung des eisernen Rahmens und der eisernen Stange welche die Linse trägt, wird das ganze Pendel länger, aber indem sich die an ihrem unteren Ende auf den Rahmen gestützten Zinkstreifen verlängern, heben sie das Querstück nx, somit die eiserne Stange und die Linse, verkürzen also das Pendel. Mit Hülfe der bekannten Ausdehnung des Eisens und der größeren des Zinkes bei erhöhter Temperatur kann man nun leicht von vorn herein ein solches Verhältniß der Länge der Stangen treffen, daß der Mittelpunkt der Schwingungen vermöge der entgegengesetzten Ausdehnungen bei jeder Temperatur unwandelbar seine Stelle behält.

Die erste und einfachste Einrichtung, den Einfluß der Wärme auf das Pendel zu verhindern, verdankt man dem englischen Uhrmacher Graham. Sie bestand darin, daß er die Linse hohl machte und sie bis zu einer gewissen Höhe mit Quecksilber füllte, das durch seine Ausdehnung aufwärts den Mittelpunkt der Schwingungen höher brachte, während die abwärts gerichtete Verlängerung der Pendelstange ihn senkte. Dieses letztere Compensationspendel wird jetzt wieder mit Vorliebe angewendet.

Da das Pendel von der Luft getragen wird, so verliert es darin 261
so viel von seinem Gewichte, als ein gleiches Maaß Luft wiegt, und geht deshalb langsamer. Man hat, bis Bessel die Sache in ein besseres Licht stellte, geglaubt, daß man bloß diese Größe zu kennen brauche, um den Geschwindigkeitsverlust des Pendels in der Luft zu berechnen, weil der Widerstand der Luft, welcher die Geschwindigkeit des Pendels in der fallenden Bewegung vermindert, also die Dauer verlängert, aus demselben Grunde die Dauer der aufwärts gehenden Bewegung verkürze, und in so weit also keinen merklichen Unterschied hervorbringe; allein man versäumte, auch den Umstand in Betracht zu ziehen, daß die Luft selbst durch die Bewe-

gungen des Pendels Zusammendrückungen und Ausdehnungen erleidet, und in eine Mitschwingung gesetzt wird, welche sich nur in Verbindung mit den Schwingungen des Pendels in Rechnung bringen läßt.

Durch Versuche und Rechnungen fand sich, daß ein Pendel, welches nach der früheren Rechnungsweise etwas über 6 Secunden in 24 Stunden verloren haben sollte, statt dessen ungefähr 10 Secunden verloren hatte.

262 Aus dem in §. 257 erhaltenen Ausdrucke $g = \frac{1}{2} L \pi^2$ sieht man ein, daß die Schwerkraft an den verschiedenen Stellen der Erde sich wie die Längen der Pendel verhalten muß, welche an diesen Stellen gleiche Schwingungsdauer haben, so daß also die Länge des Pendels ein Maaß für die Schwere ist. Dieses kann man auch durch folgende Betrachtung einsehen: wenn zwei Pendel dieselbe Schwingungsdauer haben, so müssen nach den Gesetzen der gleichmäßig beschleunigten Bewegungen (§. 200) die treibenden Kräfte sich wie die durchlaufenen Bogen verhalten; diese aber verhalten sich bei gleichem Ausschlagwinkel wie die Pendellängen, daher werden sich die treibenden Kräfte (hier die verschiedene Schwere) verhalten wie die Pendellängen.

263 Man kann also, indem man die Länge des Secundenpendels an den verschiedenen Stellen der Erde mißt, die Richtigkeit des in §. 242 gefundenen Gesetzes beweisen, daß nämlich die Schwere von den Polen nach dem Aequator hin abnehme, und die folgende Tabelle giebt Beispiele davon.

Ort	nördl. Breite	Länge des Secundenpendels.	Fallhöhe in einer Secunde.
St. Tomas . . .	0° 24′ 41″	3,157871 rheinl. Fuß.	15,5834 rheinl. Fuß.
Sierra Leona . .	8° 29′ 28″	3,157827 » »	15,5834 » »
Trinidad	10° 38′ 56″	3,157719 » »	15,5824 » »
Jamaica	17° 56′ 7″	3,159034 » »	15,5891 » »
New York	40° 52′ 43″	3,164432 » »	15,6159 » »
Paris	48° 50′ 14″	3,166659 » »	15,6267 » »
London	51° 31′ 8″	3,167475 » »	15,6309 » »
Königsberg	54° 42′ 50″	3,168389 » »	15,6353 » »
Trondhjem	63° 25′ 54″	3,170333 » »	15,6449 » »
Hammersfest . . .	70° 40′ 5″	3,171989 » «	15,6518 » »
Spitzbergen . . .	70° 49′ 58″	3,173570 » »	15,6608 » »

Es ist nicht nothwendig, wenn man diese Versuche anstellt, die 264
sehr schwierigen Ausmessungen der Pendellängen an den verschiedenen Stellen vorzunehmen, sondern man bringt ein für eine bestimmte Stelle besonders genau gemessenes Secundenpendel mit, und vergleicht damit die Secundenpendel an den anderen Stellen der Erde, indem man, zufolge des in §. 225 ausgesprochenen Gesetzes, aus der Anzahl der neben einander in gleicher Zeit vollführten Schwingungen ihre gegenseitigen Längen erfährt; man weiß nämlich dann, daß sich die Längen umgekehrt verhalten, wie die Quadrate der Anzahl dieser in gleichen Zeiten vollführten Schwingungen. Machte z. B. das eine Pendel in einer gewissen Zeit 500 Schwingungen und das andere in derselben Zeit 501, so würde das Verhältniß ihrer Längen sein wie 500^2 zu 501^2.

Auf sehr hohen Bergen muß gleichfalls in Folge der durch die Entfernung vom Erdmittelpunkte verminderten Schwere das Pendel langsamer schwingen. So fand Bouguer, daß ein Secundenpendel, dessen Länge an der Oberfläche des Meeres 439,1 Linien betrug, in 24 Stunden 98770 Schwingungen machte; wurde es aber auf den Gipfel des Berges Pichincha gebracht, 14400 Fuß über der Meeresfläche, so machte es nur 98720 Schwingungen in 24 Stunden, wonach man die daselbst erforderliche Länge des Secundenpendels zu 438,65 Linien berechnen kann. Diese Verminderung der Länge ist zwar etwas geringer, als es nach dem umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Abstände vom Erdmittelpunkte sein sollte, allein das rührt daher, daß auch die Bergmasse selbst eine Anziehung auf das Pendel ausübt.

Das Pendel zeigt ferner auch, daß die Schwere auf derselben 265
Stelle der Erde das ganze Jahr hindurch dieselbe bleibt, so daß die Stellungen des Mondes und der Sonne keinen bemerkbaren Einfluß darauf ausüben können, obgleich sich diese Veränderung in den Gezeiten des Meeres äußern kann, wo unzählige äußerst kleine Einwirkungen auf die einzelnen Theile am Ende doch eine merkliche Summe geben.

Man hat durch genaue Versuche und in neuerer Zeit besonders 266
durch eine vortreffliche Arbeit Bessel's sich davon überzeugt, daß die Beschaffenheit des Stoffes, woraus des Pendels schwere Masse gebildet ist, keinen Einfluß auf die Schwingungsdauer desselben hat, was den aller genauesten Erfahrungsbeweis dafür abgiebt, daß alle Körper gleiche Schwere haben.

267 Huyghens schon schlug vor, die Länge des Pendels als Grundmaaß oder Längeneinheit zu gebrauchen. Man müßte dann die Länge auf einer bestimmten Stelle der Erde z. B. mitten zwischen Pol und Aequator an der Oberfläche des Meeres wählen. Da die Erdrinde nicht überall von gleicher Wucht ist, so müßte auch die Stelle noch näher bestimmt werden. Wenn nicht eine große Veränderung des Maaßes, von Anfang an, und auf lange Zeit hinaus, so manche Unbequemlichkeiten im bürgerlichen Leben verursachen müßte, so wäre es vielleicht rathsam, diese Einheit einzuführen, allein wie die Sachen stehen, muß man sich damit begnügen, das gebräuchliche Maaß an dieses Naturmaaß zu knüpfen. Obgleich man an mehreren Stellen die hieher gehörigen Untersuchungen vorgenommen hat, so geschieht doch die Vergleichung mit diesem Naturmaaße, so wie mit dem Gradbogen der Erde meistens mittelbar. Alle genauen Maaße, mit denen entweder Pendelmessungen oder Gradmessungen ausgeführt worden sind, sind nämlich mit dem Maaßstabe verglichen worden, der bei Bouguer's Gradmessung in den Aequatorialgegenden gebraucht wurde und eine französische Toise (Klafter) war. Dasselbe gilt namentlich auch von dem französischen Meter, welches bei aller Genauigkeit die auf seine Bestimmung gewendet wurde, doch weit davon entfernt ist, ein Naturmaaß zu sein, ja selbst seine genau bestimmte Größe nur der Vergleichung mit der Toise verdankt.

268 Die Gesetze des Pendels finden eine eigenthümliche Anwendung in der Lehre vom menschlichen Gange. Wenn ein Bein nicht ruht, so schwingt es ganz nach den Gesetzen des Pendels. Steht man mit dem einen Beine auf einer Erhöhung und läßt das andere zufolge seiner eigenen Schwere hin und her schwingen, während man durch geringe Nachhülfe das völlige Aufhören der Schwingungen verhindert, so findet man ein Zeitmaaß, das die Geschwindigkeit unseres Ganges bestimmt. Bei dem hurtigsten Gange (von Laufen ist hier nicht die Rede) wird der aufgehobene Fuß niedergesetzt, nachdem er an seinem vorschreitenden Aufhängepunkt eine halbe absteigende Schwingung vollführt hat, und der vorhin ruhende Fuß macht gleich darauf eine eben solche Schwingung. Man macht also zwei Schritte in derselben Zeit, in welcher das als Pendel schwingende Bein eine ganze Schwingung vollführt. Bei einem langsameren Gange läßt man den unterstützenden Fuß länger ruhen, und den sich bewegenden mehr als eine halbe Schwin-

gung machen, braucht also mehr als eine halbe Schwingungsdauer, allein bei der größesten Langsamkeit kann er doch nur die ganze Schwingung vollführen, also eine ganze Schwingungsdauer anwenden. Je schnellere Schritte man macht, desto größer werden sie zugleich, weil der Aufhängepunkt des Pendels um so schneller fortschreitet. Man gewinnt also bei den schnelleren Schritten in zwiefacher Hinsicht. Die Mittelzahl der Schwingungen des Beines ist 86 in der Minute, also die mittlere Schwingungsdauer ungefähr 0,7 Secunden.

Die Gebrüder W. und E. Weber haben vortreffliche Untersuchungen über den Gang des Menschen mitgetheilt, welche aber so umfassend sind, und in so innigen Zusammenhange mit der anatomischen Kenntniß des Körpers stehen, daß wir uns hier mit Andeutungen begnügen müssen, welche bei Weitem nicht den Inhalt ihrer Arbeit erschöpfen. Hier soll nur noch etwas angeführt werden, was die ältere Lehre vom Gange theils berichtigen, theils näher bestimmen kann (§. 57). Man hat nämlich früherhin allzusehr das Fallen des Schwerpunktes und die Unterbrechung dieses Falles durch den angesetzten Fuß hervorgehoben.

Während des Ganges der Menschen schiebt das eine Bein, das in einer schrägen Stellung befindlich ist, durch die Spannkraft seiner Muskeln der Körper vorwärts. Diese von unten nach oben schräge wirkende Kraft kann aufgelöst gedacht werden in eine senkrechte, welche den Schwerpunkt trägt, und eine waagerechte, welche ihn vorwärts schiebt. Sobald nun aber die aufwärts gehende Bewegung von der gegenwirkenden Schwere überwunden ist, würde der Körper, der durch die waagerechte Bewegung über seinen früheren Stützpunkt hinausgeführt ist, dennoch fallen, wenn er nicht durch dasjenige Bein unterstützt würde, das nun, nachdem es eine halbe Schwingung vollführt hat, auf die Erde gesetzt wird und dadurch, daß es sich senkrecht stellt, das begonnene Fallen aufhebt, das also nur einen kleinen Spielraum behält, weshalb der Schwerpunkt des Körpers nahezu in stets gleicher Höhe über den waagerechten Weg dahin geführt wird. Wenn man läuft, so wird dem Gange eine springende Bewegung beigemengt, so daß man bei jedem Schritte beide Beine außer Berührung mit der Erde hat.

Der Stoß.

269 Kann ein bewegter Körper seine Bewegung nicht fortsetzen, ohne einen anderen aus seiner Stelle zu treiben, so sagt man, er stoße denselben. Wir beginnen diese Lehre mit zweien vorausgesetzten Fällen, in denen man sehr einfache Gesetze aufstellen kann, und gehen von da aus auf die Beleuchtung der verwickelteren Verhältnisse über. Jene beiden vorausgesetzten Fälle finden zwar niemals ohne alle Einschränkung in der Wirklichkeit Statt, werden aber doch abgehandelt, weil sich die übrigen Fälle durch Vergleichungen und Annäherung auf sie zurückführen lassen. Wir betrachten nämlich zuerst die Mittheilung der Bewegung unter der Voraussetzung, daß die Körper während des Stoßes durchaus keine innere Veränderung erleiden. Dies würde stattfinden, wenn die Körper ganz unzusammendrückbar und vollkommen hart wären. Dann betrachten wir sie unter der Voraussetzung, daß die Körper durch den Stoß eine Zusammendrückung erlitten, welche augenblicklich und vollständig den wirkenden Kräften entspräche, und daß sie in dem nächsten Augenblicke eben so vollkommen zu ihrem ersten Zustande zurückkehrten. Ein Körper, welcher diese Bedingung durchaus erfüllte, würde vollkommen federnd sein (§. 23). Einige Körper nähern sich einem dieser beiden Zustände so sehr, daß sie ohne sinnenfällige Abweichungen die Wirkungsgesetze zeigen, welche für die vollkommen harten oder die vollkommen federnden Körper bewiesen sind. Die meisten Körper stehen jedem dieser Zustände ferner, richten sich aber nach jenen Gesetzen in dem Verhältnisse, in dem sie an den Eigenschaften der einen oder der anderen Classe Theil nehmen.

270 Der Stoß heißt central, wenn die Richtung, in welcher der Schwerpunkt des stoßenden Körpers sich bewegt, durch den Schwerpunkt des gestoßenen Körpers geht; im entgegengesetzten Falle heißt er excentrisch. Wenn die Richtungslinie des Stoßes auf der Ebene senkrecht steht, in welcher die Körper mit einander zur Berührung kommen, so heißt derselbe gerade, sonst heißt er schief. Bei den folgenden Untersuchungen wird zugleich vorausgesetzt, daß alle Punkte der Körper sich in parallelen Richtungen bewegen, also diese keine Axendrehung haben.

271 Vollkommen harte Körper können bei ihrem Zusammenstoßen

durchaus keine andere Wirkung auf einander haben, als die, daß einer den anderen aus seiner Stelle treibt. Es müssen sich folglich die Größen beider Bewegungen MH und mh auf die Massen beider, M und m gleichmäßig vertheilen, und die Geschwindigkeit H′, mit welcher beide Massen M und m sich vorwärts bewegen, muß gleich $\frac{MH + mh}{M + m}$ sein.

Hieraus folgt:

1) Wenn der gestoßene Körper unbeweglich ist, oder was dasselbe sagt, wenn seine Masse m unendlich groß im Verhältniß zu M ist, so verliert der stoßende Körper seine ganze Bewegung und ruht nach dem Zusammenstoß; denn wenn man in den Ausdruck für H′ m . h = 0 und m = ∞ setzt, so wird $H' = \frac{1}{\infty} = 0$.

2) Ist m zwar ruhend, aber doch beweglich, also bloß mh = o so wird $H' = \frac{MH}{M + m}$; wenn z. B. ein Körper, der 4 Pfund wiegt, und sich mit einer Geschwindigkeit von 6 Fuß in der Secunde bewegt, gegen einen anderen stößt, der in Ruhe ist und 8 Pfund wiegt, so werden beide nach dem Stoße sich mit der Geschwindigkeit von 2 Fuß in der Secunde bewegen.

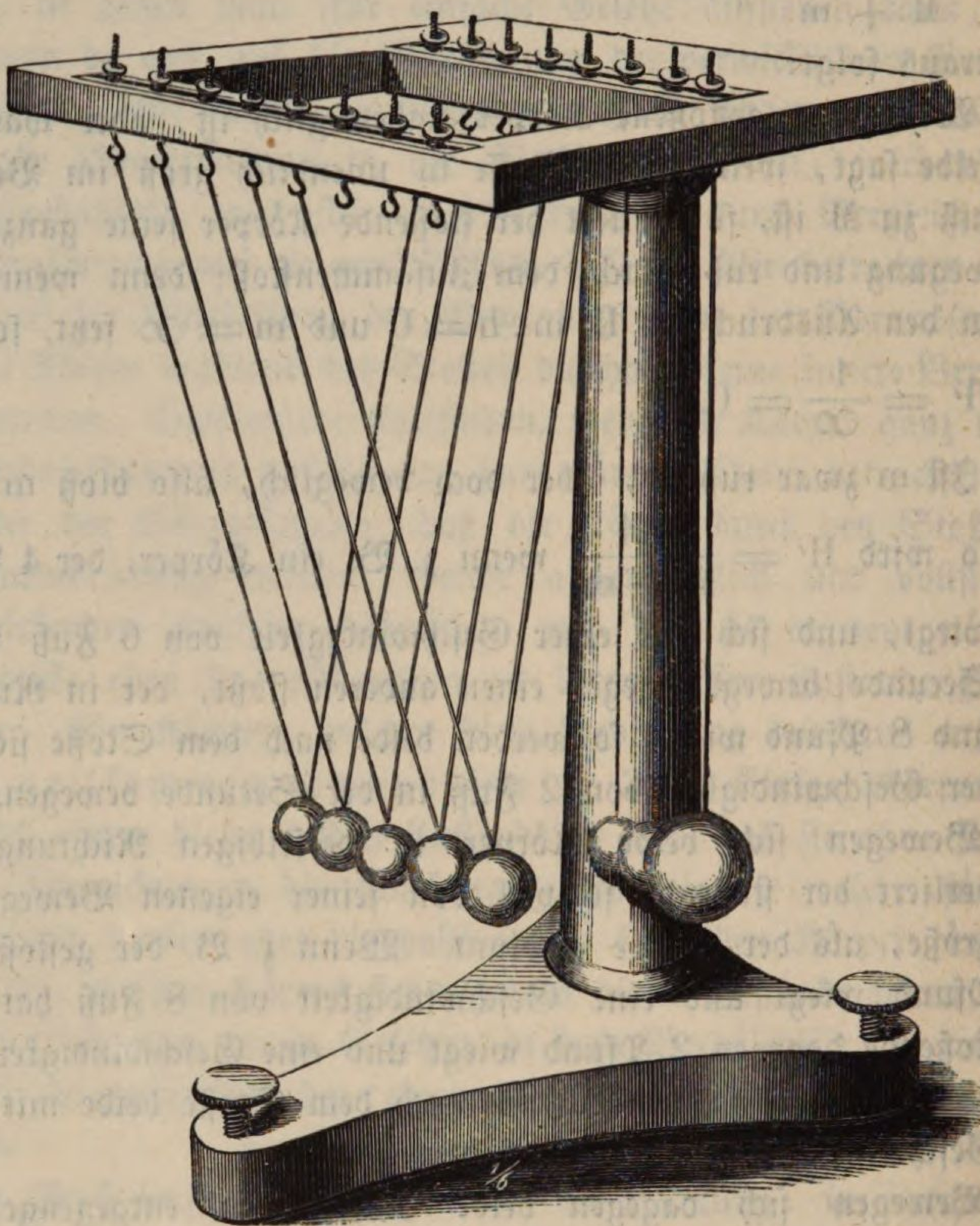
3) Bewegen sich beide Körper in derselbigen Richtung, so verliert der stoßende so viel von seiner eigenen Bewegungsgröße, als der andere gewinnt. Wenn z. B. der gestoßene 5 Pfund wiegt und eine Geschwindigkeit von 8 Fuß hat, der stoßende dagegen 2 Pfund wiegt und eine Geschwindigkeit von 15 Fuß hat, so werden sich nach dem Stoße beide mit einer Geschwindigkeit von 10 Fuß bewegen.

4) Bewegen sich dagegen beide Körper in entgegengesetzten Richtungen, so wird h negativ und man hat $H' = \frac{MH - mh}{M + m}$; sind nun die Größen ihrer Bewegung gleich, so ist H′ = 0, d. h., sie verlieren beide ihre ganze Bewegung.

Diese Gesetze können durch Versuche nicht vollkommen bekräftigt werden, weil dazu die vollkommen harten Körper fehlen; man bedient sich im Allgemeinen solcher Körper, welche ohne eben sehr hart zu sein, doch auch keine merkliche Federkraft haben, wie z. B. Kugeln von Thon oder von weißem mit Fett gemengtem

Wachse, welche man an Schnüren aufhängt und ihnen die erforderliche Geschwindigkeit giebt, indem man sie durch größere oder kleinere Bogen fallen läßt. Das ganze Geräth zu Versuchen über den Stoß führt den Namen der Mariotte'schen Maschine.

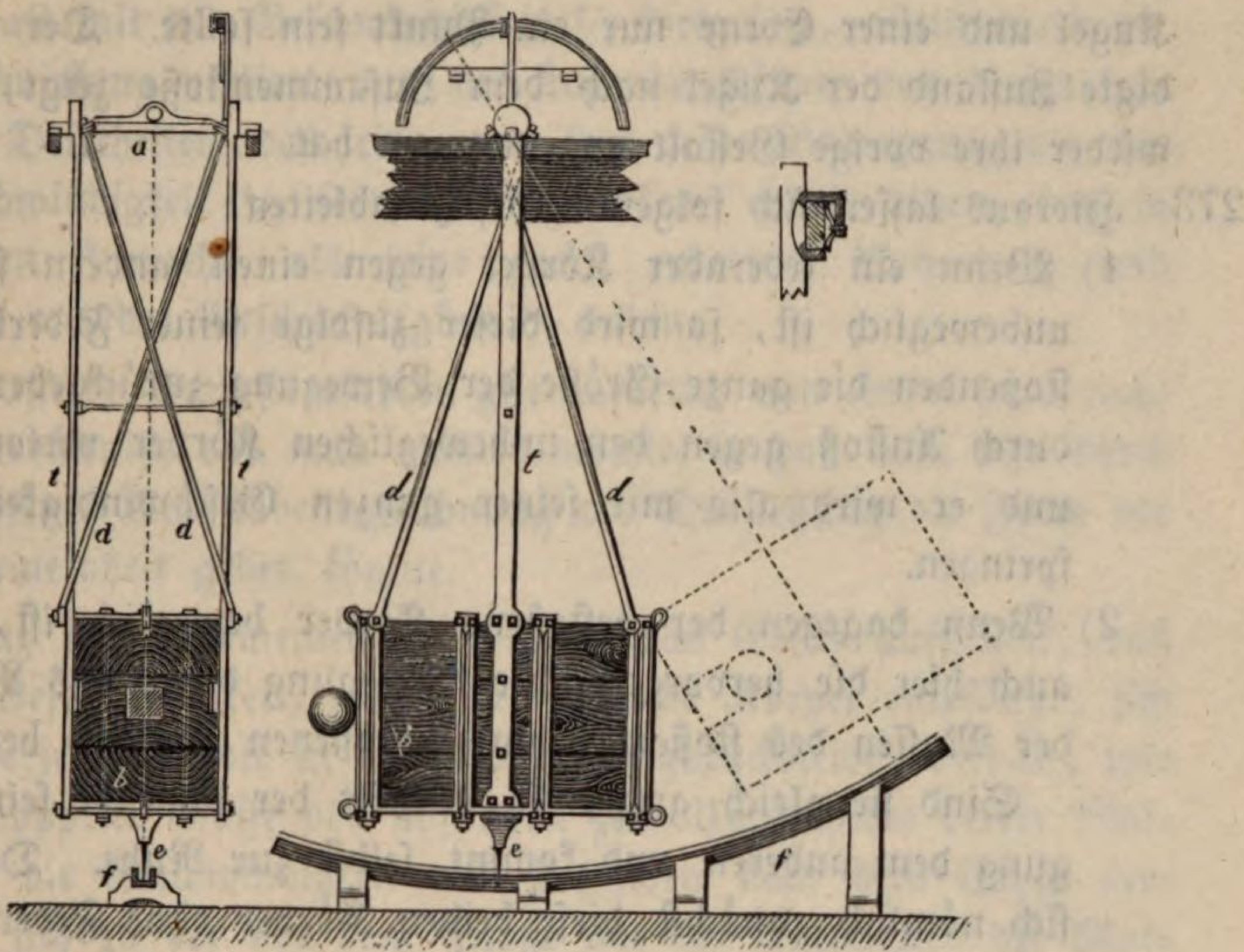
Fig. 164.



Hierauf beruht es, daß man sehr große Geschwindigkeiten, z. B. die einer Kanonenkugel, messen kann, indem man den Körper, dessen Geschwindigkeit zu bestimmen ist, gegen einen anderen stoßen läßt, der eine bedeutend größere Masse hat. Dadurch bewirkt man, daß die Geschwindigkeit in demselben Verhältnisse kleiner und auf diese Weise meßbar wird. Man benutzt hiezu ein Pendel, dessen starke Aufhängung aus den 4 Stäben dd und den beiden Trägern tt ungefähr 12 Fuß lang

ist, und dessen Masse b ungefähr 8000 Pfund wiegt. Läßt

Fig. 165.



man eine Kanonenkugel gegen dasselbe schlagen, so kann man den Ausschlagwinkel beobachten, indem die Spitze e in dem mit Wachs ausgegossenen Bogen f die Länge des durchlaufenen Bogens einritzt. Aus dem Ausschlagwinkel kann man dann die mitgetheilte Größe der Bewegung und hieraus wieder durch das Verhältniß der beiden Massen die Geschwindigkeit der Kanonenkugel berechnen. Um die Geschwindigkeit der Flintenkugeln zu untersuchen, benutzt man ein Pendel von geringerer Masse.

Wenn vollkommen federnde Körper gegen einander stoßen, so 272
werden die einzelnen Theile zusammengedrückt und verändern ihre Gestalt, streben aber dieselbe sogleich wieder anzunehmen, wodurch jeder eine eben so große Veränderung, als er selbst erlitt, in dem Körper hervorbringen muß, mit dem er zusammenstößt, oder jeder eine eben so große Wirkung, als er selbst erleidet, zurückgeben muß. Dies läßt sich anschaulich machen, indem man eine Kugel aus Elfenbein (das einen hohen Grad von Federkraft besitzt) auf eine mit Ruß überzogene Marmorplatte fallen läßt; man wird dann nach dem Falle sowohl auf der Kugel als auf der Platte einen kleinen kreisrunden Fleck bemerken, dessen Größe sich nach der Kraft rich-

tet, mit welcher der Fall geschieht; dieser deutet an, daß die Kugel zusammengedrückt gewesen ist, da sonst die Berührung zwischen einer Kugel und einer Ebene nur ein Punkt sein sollte. Der unbeschädigte Zustand der Kugel nach dem Zusammenstoße zeigt, daß sie wieder ihre vorige Gestalt angenommen hat.

273 Hieraus lassen sich folgende Gesetze ableiten:

1) Wenn ein federnder Körper gegen einen andern stößt, der unbeweglich ist, so wird dieser zufolge seiner Federkraft dem stoßenden die ganze Größe der Bewegung zurückgeben, die er durch Anstoß gegen den unbeweglichen Körper verloren hatte, und er wird also mit seiner ganzen Geschwindigkeit zurückspringen.

2) Wenn dagegen der gestoßene Körper beweglich ist, so wird auch hier die hervorgebrachte Bewegung durch das Verhältniß der Massen des stoßenden und gestoßenen Körpers bestimmt.

Sind sie gleich groß, so ertheilt der stoßende seine Bewegung dem anderen und kommt selbst zur Ruhe. Denkt man sich nämlich zunächst diese beiden Körper ohne Federkraft, so würden sie nach dem Stoße beide mit der halben Geschwindigkeit des stoßenden fortgehen (§. 271), allein durch die Federkraft geschieht nun eine Rückwirkung von gleicher Größe mit der ersten Wirkung, und dem zufolge erhält der stoßende Körper einen Rückstoß gleich derjenigen Hälfte seiner ursprünglichen Bewegung, welche er noch behalten hatte, und der gestoßene Körper erhält einen eben so großen Anstoß in der Richtung, welche er schon hat. So gewinnt er die Summe beider Hälften der ursprünglichen Bewegung.

Hat der stoßende Körper geringeres Gewicht als der gestoßene, z. B. das halbe, so würden beide, menn sie ohne Federkraft wären, sich mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit bewegen, welche $1/3$ der ursprünglichen wäre; nun aber erhält der stoßende, welcher $2/3$ von seiner Geschwindigkeit verloren hatte, diese wieder durch den Rückstoß, wird also von zweien Kräften getrieben, deren eine ihn mit $1/3$ vorwärts, die andere mit $2/3$ der ursprünglichen Bewegung rückwärts treibt, und muß folglich mit der Geschwindigkeit $1/3$ zurückspringen.

Dagegen erhält der gestoßene Körper außer seinem ersten Drittheil noch ein neues Drittheil durch den Rückstoß und muß also mit der Geschwindigkeit $2/3$ fortschreiten.

Hatte dagegen der stoßende Körper doppelt so große Masse als der gestoßene, so würden sie ohne die Mitwirkung der Federkraft mit der Geschwindigkeit $2/3$ fortgehen, allein durch die Rückwirkung verliert nun der stoßende Körper von diesen beiden Drittheilen das eine und setzt seine Bewegung mit der Geschwindigkeit $1/3$ fort, der gestoßene erhält einen eben so großen Zuwachs als seine zuerst erhaltene Bewegung und fährt mit der Geschwindigkeit $4/3$ dahin.

Dasselbe Schlußverfahren gilt natürlich von einem jeden Zahlenverhältniß, das man wählen möchte, so daß man also durch eingesetzte Buchstabenbezeichnung der Darstellung die Form der Allgemeinheit geben könnte.

3) Ganz im Allgemeinen kann man das Gesetz aufstellen, daß die Geschwindigkeit, welche der ruhende Körper empfängt, sich zu derjenigen, die in dem stoßenden zurückbleibt, verhält, wie die doppelte Masse des stoßenden zum Unterschiede beider Massen; die Geschwindigkeit des stoßenden nach dem Stoße verhält sich zu der vor dem Stoße wie der Unterschied der Massen zur Summe derselben; die Geschwindigkeit des gestoßenen verhält sich zu der des stoßenden vor dem Stoße, wie die doppelte Masse des stoßenden zur Summe der Massen.

4) Wenn zwei federnde Körper von gleichem Gewichte sich in derselben Richtung bewegen, so giebt der nachfolgende, der den voraufgehenden einholt, diesem den ganzen Ueberschuß der Bewegungsgröße, sie werden also fortfahren, sich in derselben Richtung zu bewegen, allein mit vertauschten Geschwindigkeiten.

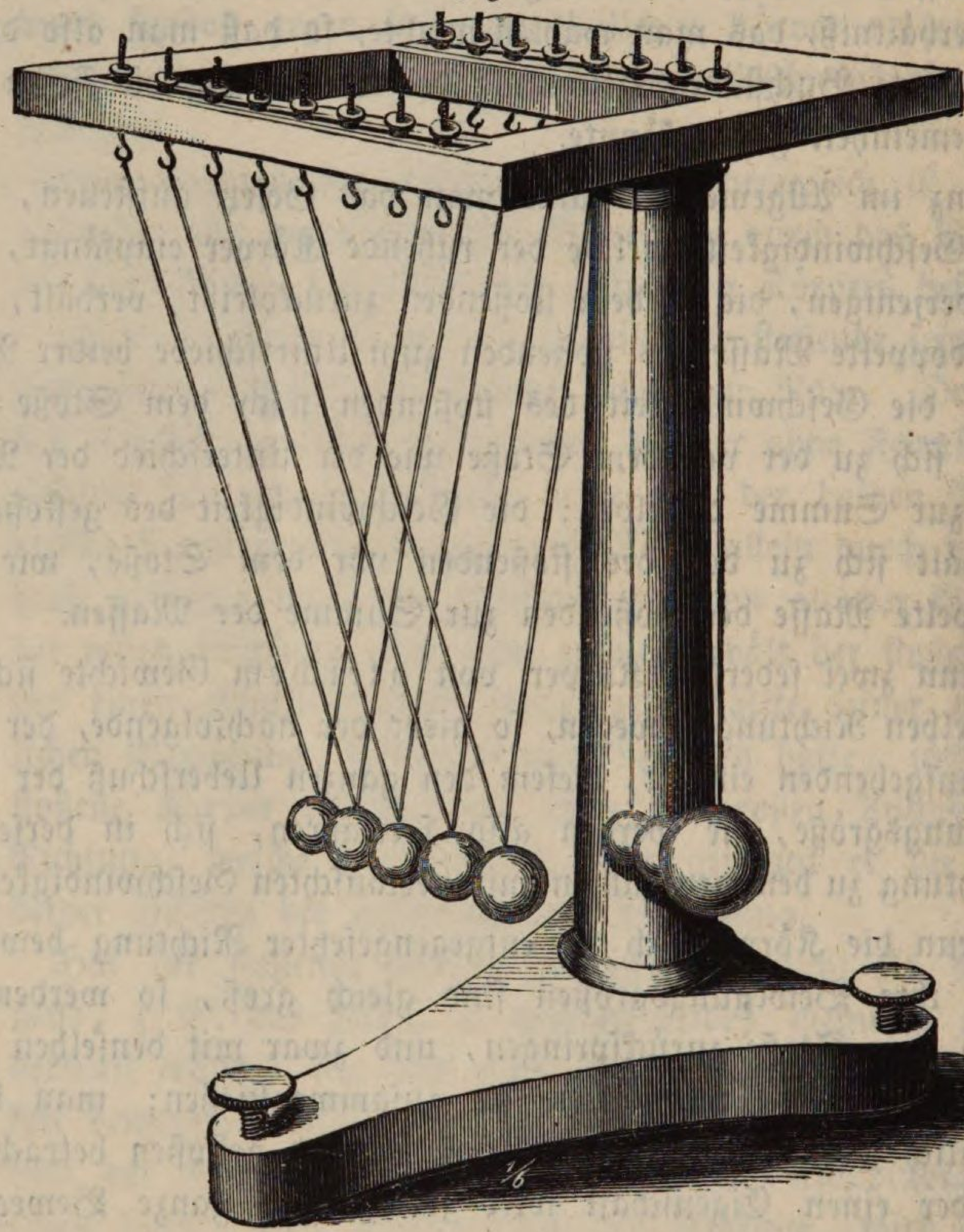
5) Wenn die Körper sich in entgegengesetzter Richtung bewegen und ihre Bewegungsgrößen sind gleich groß, so werden sie nach dem Stoße zurückspringen, und zwar mit denselben Geschwindigkeiten, mit denen sie zusammenstießen; man kann nämlich jeden von ihnen als stoßend und gestoßen betrachten; in der einen Eigenschaft wird jeder seine ganze Bewegung verlieren, und in der anderen sie wieder in entgegengesetzter Richtung erhalten. Sind dagegen die Geschwindigkeiten ungleich, die Gewichte aber gleich, so springen sie mit vertauschten Geschwindigkeiten zurück, was man aus derselben Betrachtungsweise einsieht.

Alle diese Gesetze können gleichfalls durch Versuche an der Ma-

riotte'schen Maschine bewiesen werden, und man benutzt dazu Kugeln von Elfenbein.

274 Wenn ein Körper nicht unmittelbar auf einen anderen stößt, sondern durch andere zwischenliegende Körper auf ihn wirkt, so kann jeder von ihnen als stoßend und gestoßen betrachtet und die Folge davon leicht berechnet werden. Hat man z. B. eine Reihe gleich großer federnder Kugeln und läßt die äußerste des einen Endes gegen die nächstfolgende stoßen, so erhält diese die ganze Be-

Fig. 166.

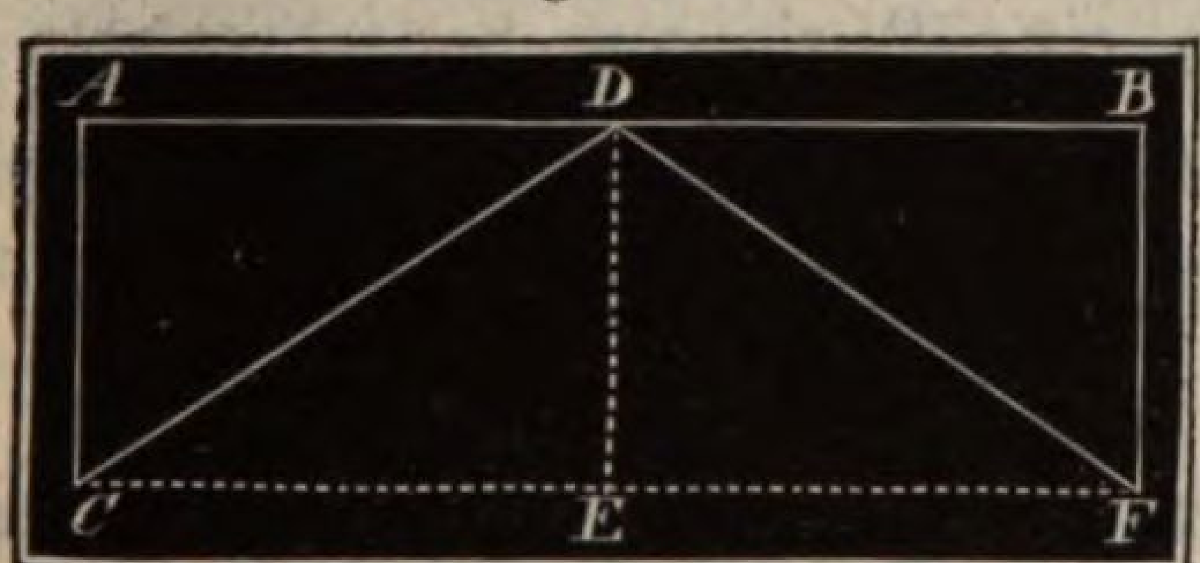


wegung, welche jene hatte, und theilt dieselbe der dritten mit, welche sie wieder an die vierte abgiebt, so daß zuletzt die Kugel, welche am anderen Ende der Reihe zu äußerst ist, mit derselben Geschwindigkeit abspringen muß, als womit die erste anstieß. Wurden an dem einen Ende zwei Kugeln in Bewegung gesetzt, so springen an dem anderen auch zwei Kugeln ab; u. s. w.

Ist die Reihe der federnden Kugeln so beschaffen, daß jede folgende Kugel halb so groß ist als die vorhergehende, so ist, wenn man die Geschwindigkeit der ersten mit H bezeichnet, die der zweiten $= \frac{4}{3}H$ (§. 273), die der dritten $= \frac{4}{3}^2 H$ und so weiter fort, die der hundertsten $= (\frac{4}{3})^{99} H$, d. h. die hundertste Kugel erhält eine Geschwindigkeit, welche mehr als 2 Billionen mal größer ist als die der ersten. Dies muß natürlicher Weise nur als ein Gedankenexperiment betrachtet werden, weil die letzte Kugel in der Reihe ungefähr ein Quintilliontheil der ersten und also ganz unbemerkbar sein würde, selbst wenn die erste eine Million Pfund wöge; zu dem würde ein Stoß, der so große Geschwindigkeit hervorbringen sollte, die Kugeln zerschmettern.

Wenn ein federnder Körper gegen einen andern federnden, aber 275
unbeweglichen Körper anstößt, so springt er davon zurück, und zwar dergestalt, daß der Winkel, unter dem er abspringt, eben so groß ist, als derjenige, unter dem er anstieß, oder mit anderen Worten, der Einfallswinkel ist gleich dem Ausfallswinkel. Sei AB eine senkrecht stehende federnde Platte, die von einem federnden Körper einen Stoß in der Richtung CD erleidet, so kann man sich diese Bewegung von zweien Kräften CA und CE hervorgebracht denken. Nur mit CA = DE kann der stoßende Körper wirken, und er sollte deshalb in die Richtung DE zurückspringen, wenn nicht die Kraft CE, die noch keinen Widerstand gelitten hatte, fortführe, parallel mit AB zu wirken, so daß der Körper die Diagonale DF in dem Parallelogramm der Kräfte DE und DB durchlaufen muß. Es ist leicht einzusehen, daß die rechtwinkeligen Dreiecke CAD und BDF congruent sind und daß also der Winkel ADC = BDF.

Fig. 167.



Man wird nicht verkennen, daß dieser Beweis für eine jede Wirkung gilt, die einen Widerstand antrifft, der sie umzukehren nöthigt. Dieses Gesetz der Rückkehr unter eben so großem Winkel, als der Einfallswinkel war, ist demnach ein allgemeines Gesetz und zeigt sich in der Erfahrung über Schall, Licht, Wärme u. s. w. Um es übrigens für den Stoß durch Versuche nachzuweisen, kann das Billard dienen, oder wenn man die mehrfachen Bewegungen

der Kugel vermeiden will, die in der nebenstehenden Figur 168 angedeutete Zusammenstellung einer Marmortafel und einer Elfenbeinkugel.

Fig. 168.

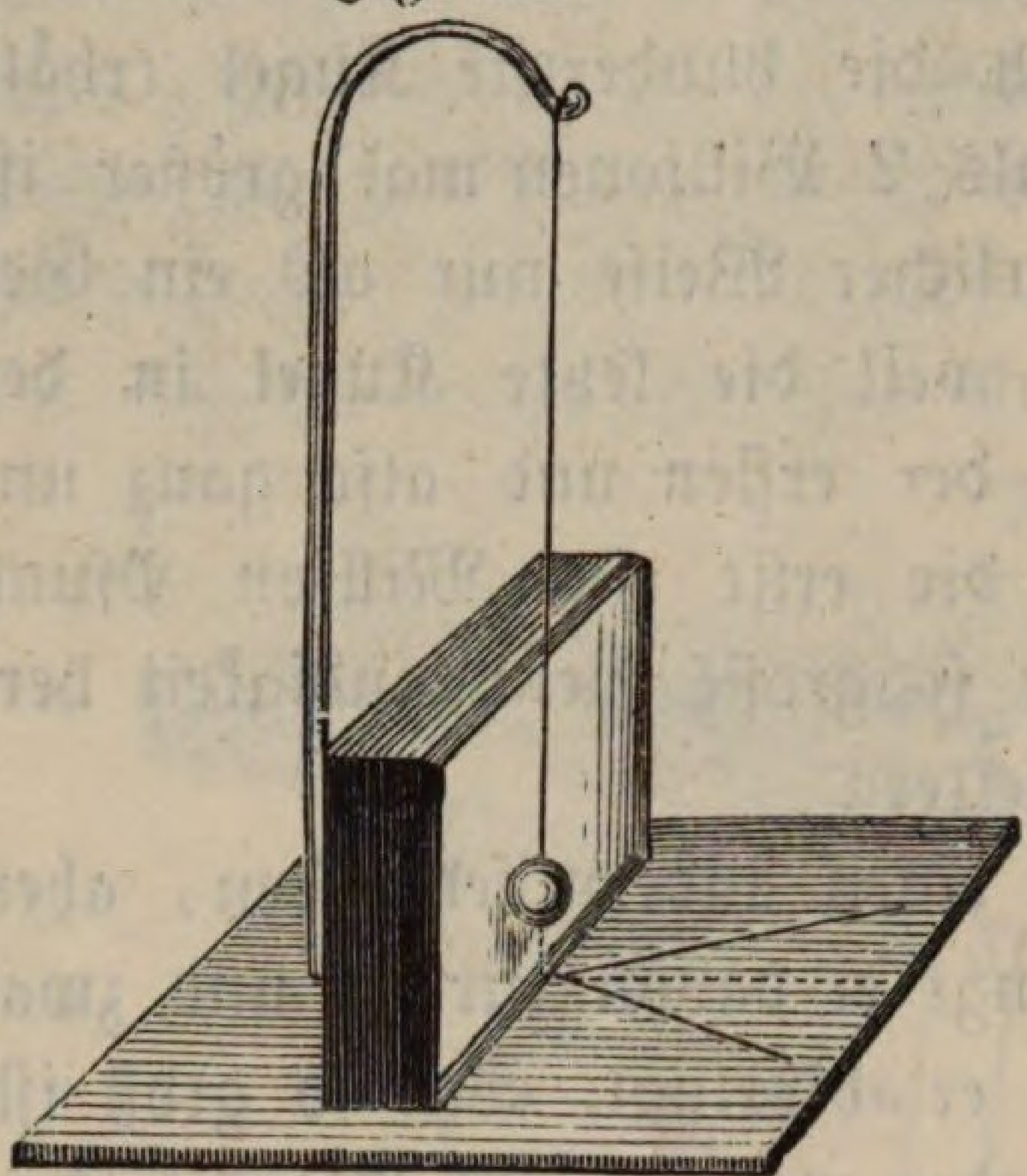
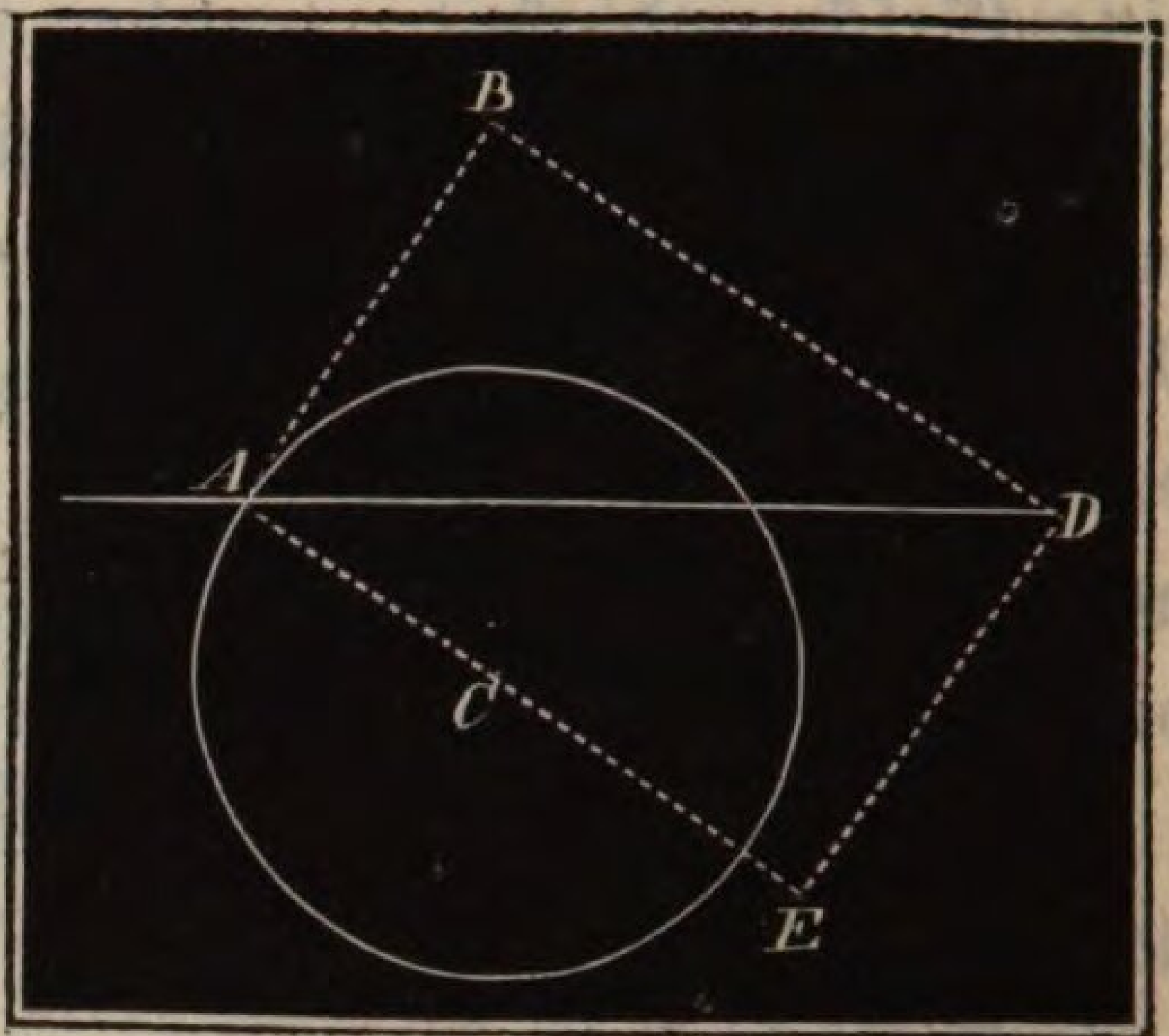


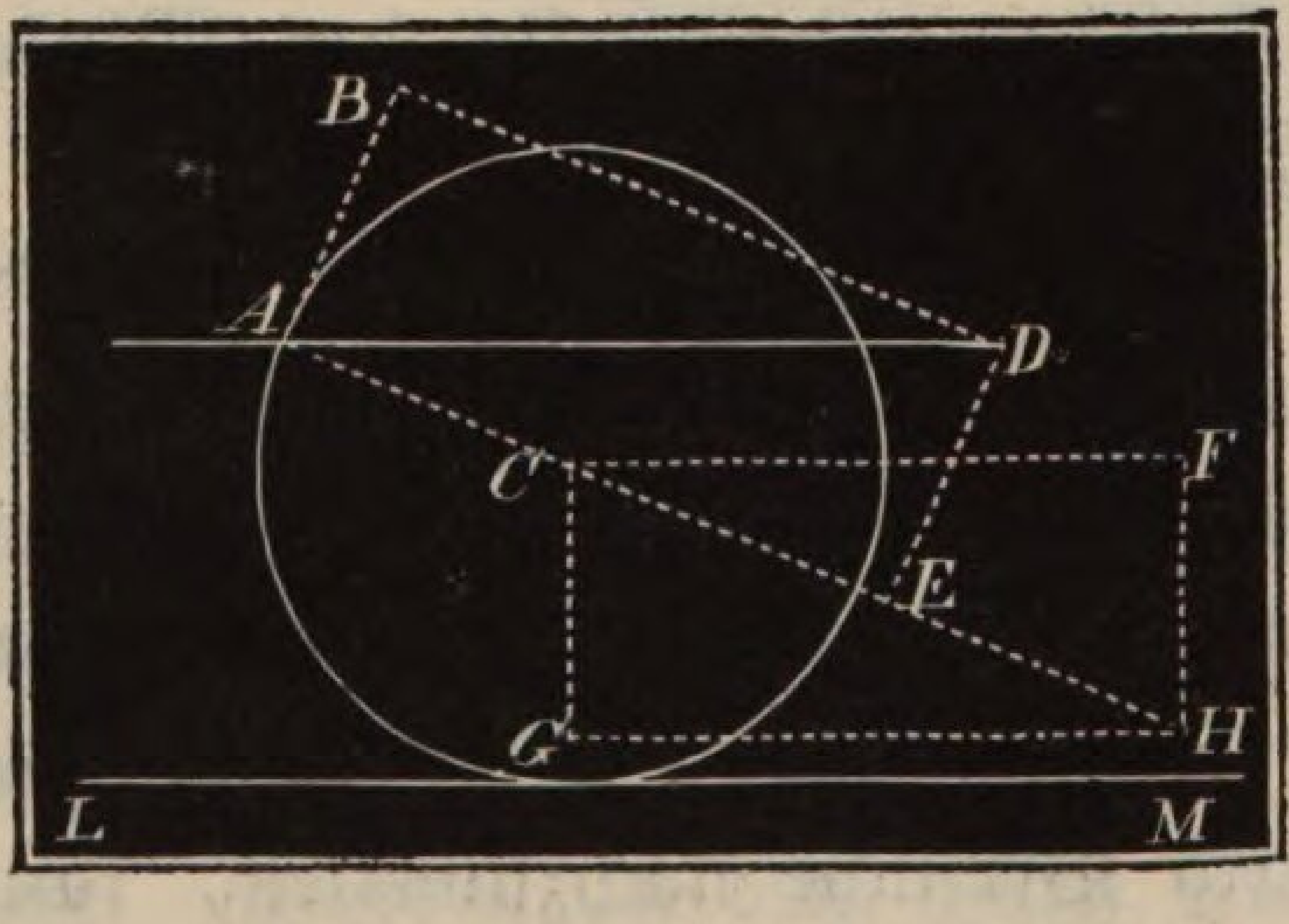
Fig. 169.



276 Wenn eine Kugel einen Stoß erhält, der nicht durch ihren Mittelpunkt geht, so kann derselbe in zwei andere aufgelöst werden, deren einer central ist und durch eine Linie angedeutet wird, die von dem gestoßenen Punkte aus nach dem Mittelpunkte geht, während der andere senkrecht darauf stehende tangential ist und der Kugel eine Umdrehungsbewegung geben muß. Der Kreis in der vorstehenden Figur 169 stelle einen waagerecht durch den Mittelpunkt gehenden Durchschnitt einer Kugel vor, die einen Stoß in der Richtung AD erhält. Dieser Stoß wird in zwei andere aufgelöst, nämlich in AE, welcher der Kugel eine fortschreitende Bewegung nach seiner Richtung ertheilt, und in AB, welcher eine drehende Bewegung hervorbringt.

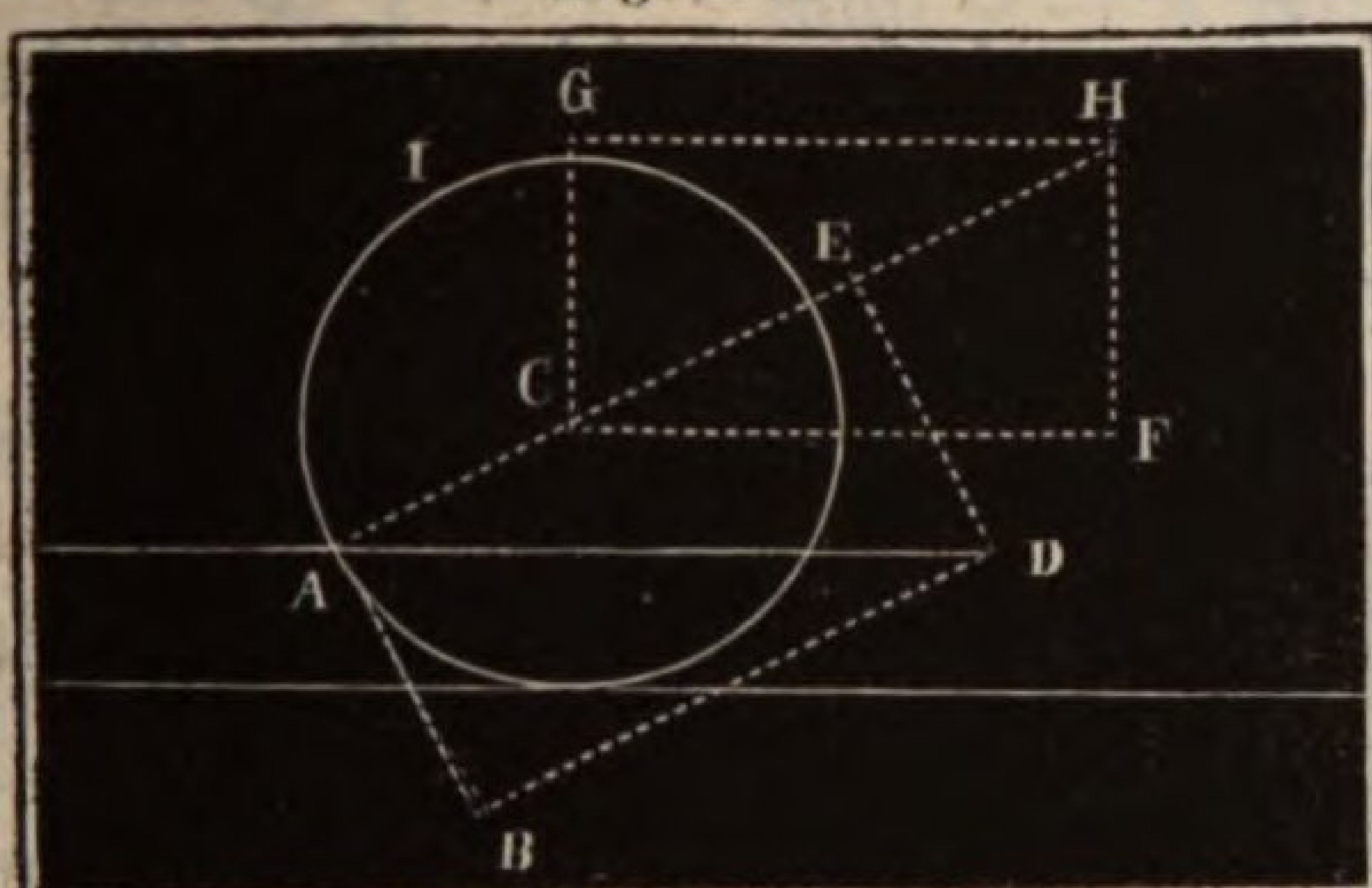
277 Falls die Richtung des Stoßes nicht in derselben waagerechten Ebene liegt, sondern dagegen in derselben senkrechten Ebene, so ist die Wirkung verschieden, je nachdem die Richtung über oder unter dem Mittelpunkt fällt. Der Kreis in der Figur 170 stelle den senkrechten größesten Kreis einer Kugel dar, LM die Ebene, auf welcher sie liegt, und AD die Richtung des Stoßes. AD wird zu-

Fig. 170.



erst in den centralen Stoß AE und den tangentialen AB aufgelöst. Denkt man sich nun den ganzen centralen Stoß vom Mittelpunkte selbst ausgehend, und setzt man CH = AE, so kann dieser wiederum in zwei andere Kräfte aufgelöst werden, nämlich CF parallel LM, welcher eine Bewegung in der Richtung CF hervorbringt, und dann in CG senkrecht auf LM, was der Theil des Stoßes ist, der bloß als Druck wirkt. Die tangentiale Wirkung bringt hier eine drehende Bewegung hervor, welche vermöge ihrer Richtung die fortschreitende Bewegung unterstützt. Fällt die Richtung des Stoßes unter den Mittelpunkt, so löst man AD in gleicher Weise auf in AB und AE wieder in CG und CF, wo also CG gegen die Richtung der Schwere wirkt, während dieser Theil des Stoßes im vorigen Fall mit ihr zusammenwirkte. Man muß zugleich bemerken, daß die Tangentialkraft hier der Kugel eine drehende Bewegung giebt, welche dieselbe in entgegengesetzter Richtung gegen die fortschreitende Bewegung führt, und da letztere eher aufhört, so wird die Kugel, nachdem sie eine Zeit lang vorwärts in der Richtung des Stoßes gegangen ist, umkehren, ohne daß die unmittelbare Wahrnehmung den Grund davon sieht. Ein senkrechter Stoß oder Schlag in dem Punkt J oder in dessen Nähe bringt dieselbe Wirkung hervor, und wird von Billardspielern als ein Kunstgriff angewendet, der Unerfahrene in Erstaunen setzt.

Fig. 171.



Bewegung flüssiger Körper.

Wenn eine flüssige Masse sich als ein Ganzes bewegt, so folgt 278
sie durchaus den Gesetzen für die Bewegung fester Körper. So wird z. B. ein Wassertropfen oder ein Quecksilbertropfen nach den für den freien Fall der Körper geltenden Gesetzen fallen, allein in Folge der großen Beweglichkeit, die den Theilen flüssiger Körper eigen ist, erscheint es fast unmöglich, daß alle Theile darin dieselbe Geschwindigkeit haben und behalten können, weil innere Bewegungen entstehen, welche diese verändern. So muß eine flüssige Masse,

welche aus einem Gefäße ausgegossen wird oder ausläuft, selbst wenn sie anfangs einen zusammenhängenden Strahl bildet, durch einen längeren Fall doch zerrissen und bei sehr hohem ganz in Tropfen zerstreut werden.

279 Da der Druck auf einen Punkt in einer Flüssigkeit von seinem Abstande von der Oberfläche abhängig ist (§. 88), so ist klar, daß die Geschwindigkeit, mit welcher eine Flüssigkeit durch den Boden ihres Gefäßes ausfließt, nach dem Abstande, in welchem sich die Oberfläche von der Ausflußöffnung befindet, verschieden sein muß. Die Gesetze hiefür findet man durch folgende Betrachtung: ABCD und EFGH seien zwei Gefäße von verschiedener Größe, angefüllt mit derselben Flüssigkeit, deren Höhe durch Zufluß stets gleich erhalten wird.

Fig. 172.

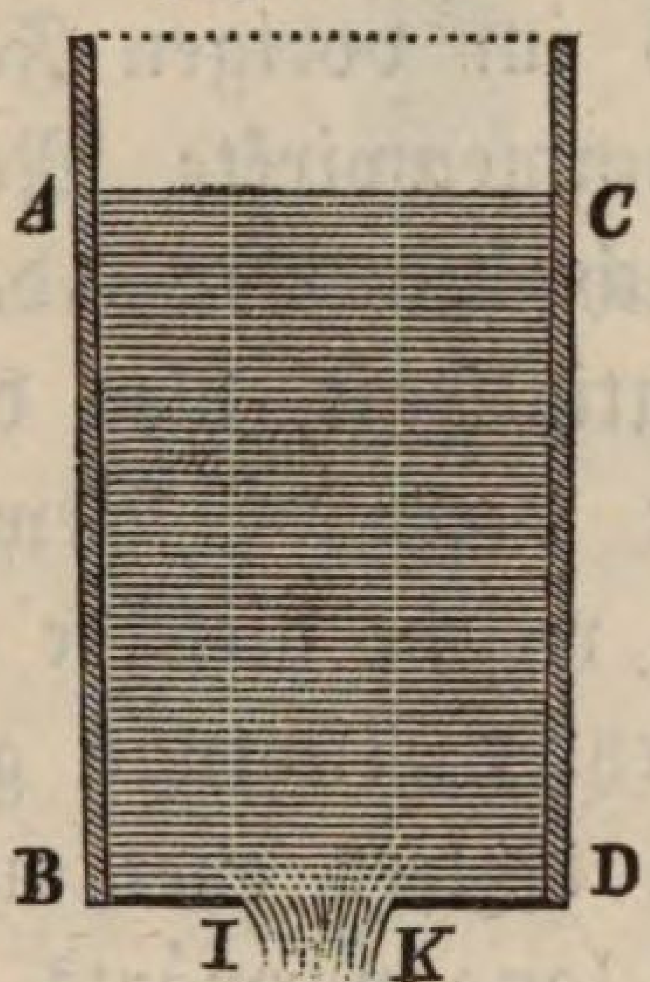
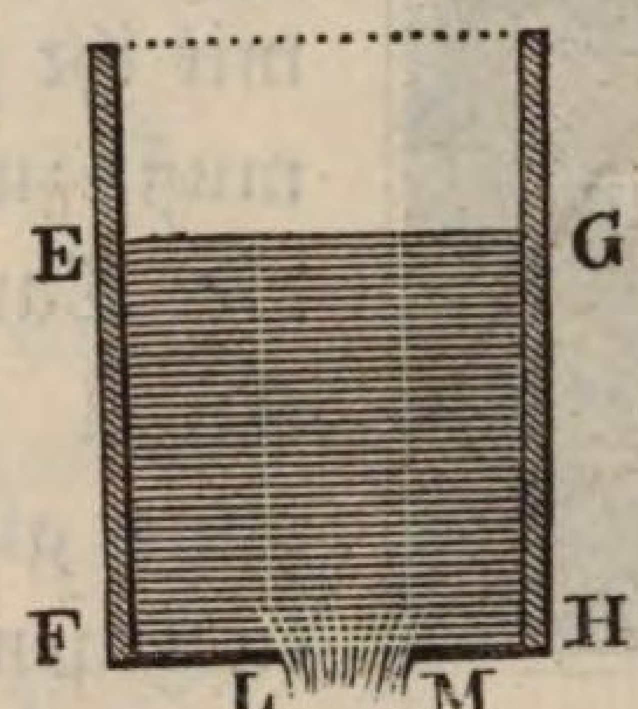


Fig. 173.

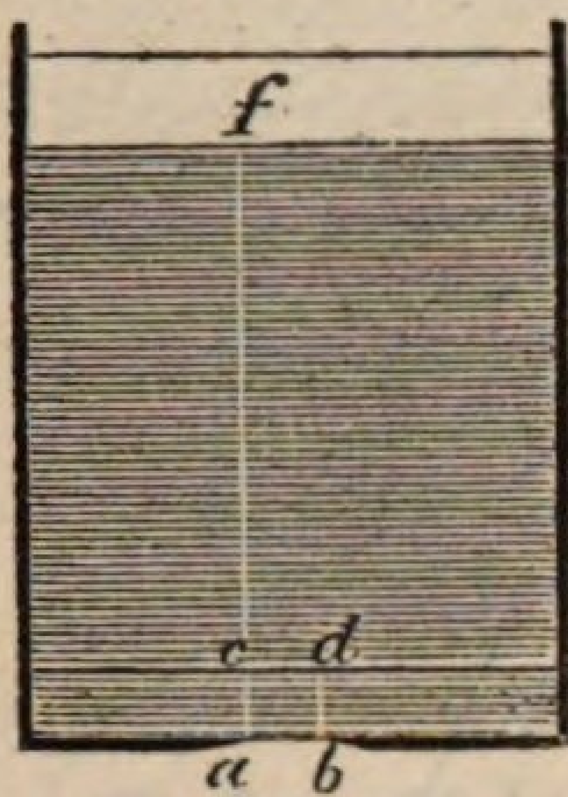


Der Boden in beiden hat eine kleine Oeffnung von gleichem Durchmesser, die flüssige Masse fließt nun mit gleichmäßiger Geschwindigkeit aus, da die Höhe und folglich auch der Druck stets unverändert bleibt. Sind aber die Geschwindigkeiten gleichmäßig, so können die ausfließenden Massen als Maaß für diese betrachtet werden, d. h. die Geschwindigkeiten H und h verhalten sich so wie die ausgeflossenen Massen M und m, und die Größen der Bewegung, MH und mh, verhalten sich also wie $H^2 : h^2$. Allein die Größen der Bewegung verhalten sich auch wie die bewegenden Kräfte, und diese sind hier die drückenden Flüssigkeitssäulen, welche, da ihre Grundflächen gleich groß sind, sich wie ihre Höhen AB und EF verhalten müssen. Man findet also, daß das Quadrat der Geschwindigkeit in KJ sich zu dem Quadrate der Geschwindigkeit in LM verhält wie AB : EF oder die Geschwindigkeiten selbst verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus den Höhen der drückenden Wassersäulen.

280 Die Geschwindigkeit, womit eine Flüssigkeit durch eine Oeffnung im Boden des Gefäßes ausfließt, ist also ganz im Allgemeinen, wenn keine andere Kraft als die Schwere wirkt, so groß, als die Geschwindigkeit, die ein Körper durch freien Fall von der Oberfläche der Flüssigkeit bis zur Ausflußöffnung erlangt.

Betrachtet man nämlich den unendlich kleinen Theil abcd, so würde er, wenn er durch sein eigenes Gewicht die Strecke ca fiele, zufolge den Gesetzen der gleichmäßig beschleunigten Bewegung eine Geschwindigkeit $K = 2\sqrt{g.ca}$ erlangen, allein da die Flüssigkeit abcd nicht allein durch ihre eigene Schwere fällt, sondern auch in Folge der drückenden Wassersäule af, so ist die treibende Kraft nicht g, sondern verhält sich zu g wie af zu ac und wird also $= g\,\frac{af}{ac}$. Setzt man diese Größe in dem obigen Ausdruck anstatt g, so erhält man $H = 2\sqrt{g.af}$, was gerade die Geschwindigkeit ist, die ein Körper bei seinem Falle durch af erlangen würde (§. 200).

Fig. 174.



Eine Veränderung in der Größe der Oeffnung macht keinen Unterschied in der Geschwindigkeit des Ausströmens, denn mit der Vergrößerung der Oeffnung wächst zwar die drückende Masse, allein zugleich und in demselben Verhältnisse die Masse, welche in Bewegung gesetzt werden soll. Gleichfalls kann die Dichtigkeit des flüssigen Stoffes keinen Einfluß auf die Geschwindigkeit des Ausflusses üben, da die Masse, welche in Bewegung gesetzt werden soll, ganz in demselben Verhältnisse wächst, worin der Druck zufolge des größeren Gewichtes vergrößert wird. 281

Hat das Gefäß seine Oeffnung nicht auf dem Boden, sondern an der Seite, so geschieht zwar nicht der Ausfluß aller Theile mit gleicher Geschwindigkeit, allein, wenn die Oeffnung nicht allzugroß im Verhältniß zu der drückenden Flüssigkeitssäule ist, so kann man ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Mittelgeschwindigkeit so groß ist wie die, die man durch eine Flüssigkeitssäule hervorbringen könnte, deren Höhe gleich einer Linie von der Oberfläche der Flüssigkeit nach dem Mittelpunkte der Oeffnung wäre. 282

Die so erhaltene Bewegung ist eine waagerechte, also einer waagerechten Wurfbewegung gleich zu setzen. Sobald aber ein Wassertheilchen das Gefäß in dieser waagerechten Richtung verlassen hat, beginnt auch die Schwere frei auf dasselbe wirken. Nach §. 217 beschreibt jeder Körper, auf dem diese beiden Kräfte wirken, eine Parabel und bei gleicher Größe dieser Kräfte stets dieselbe Parabel. Nun wirken auf jedem ausfließenden Wassertheil beide Kräfte stets

mit derselben Größe, alle Wassertheile beschreiben also dieselbe Parabel und da sie ununterbrochen auf einander folgen, so muß die

Fig. 175.

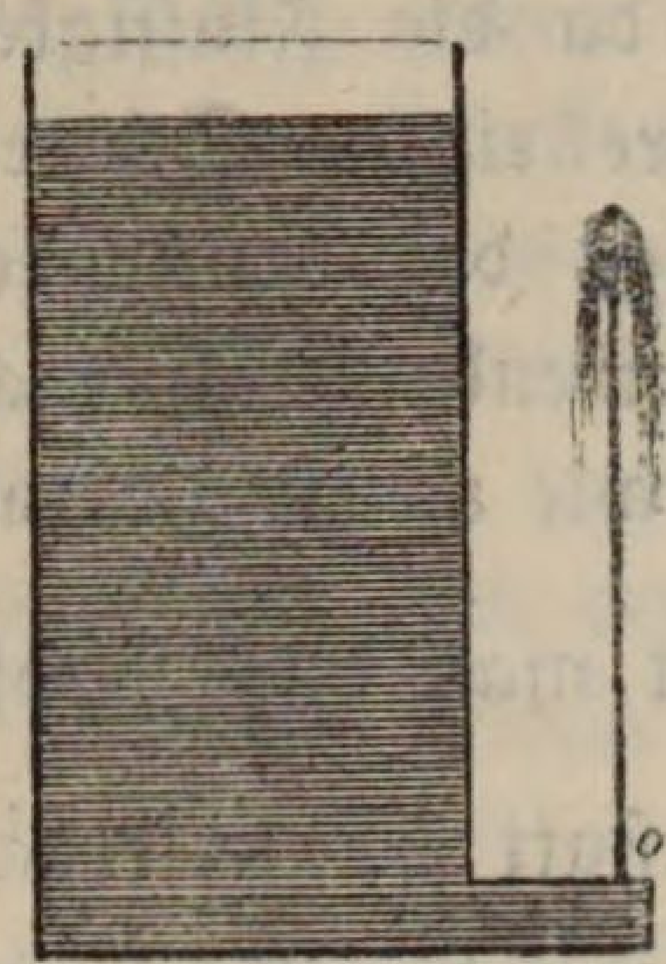
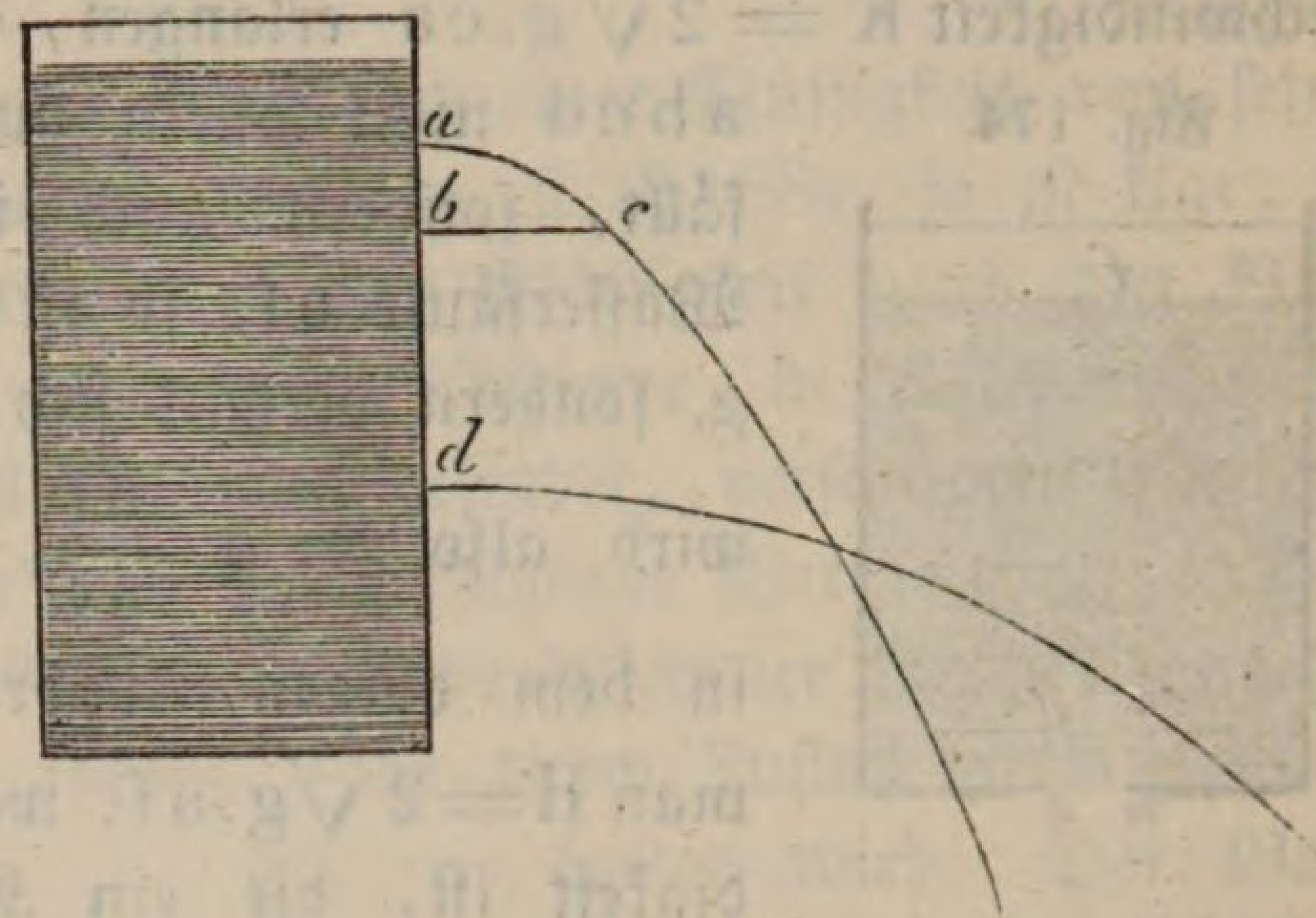


Fig. 176.



Parabel ununterbrochen erscheinen, und was in §. 217 nur durch den Gedanken gefunden werden konnte, bietet sich hier auch der Anschauung. Die Verschiedenheit der Parabeln für verschiedene Druckhöhen zeigt die Figur 175.

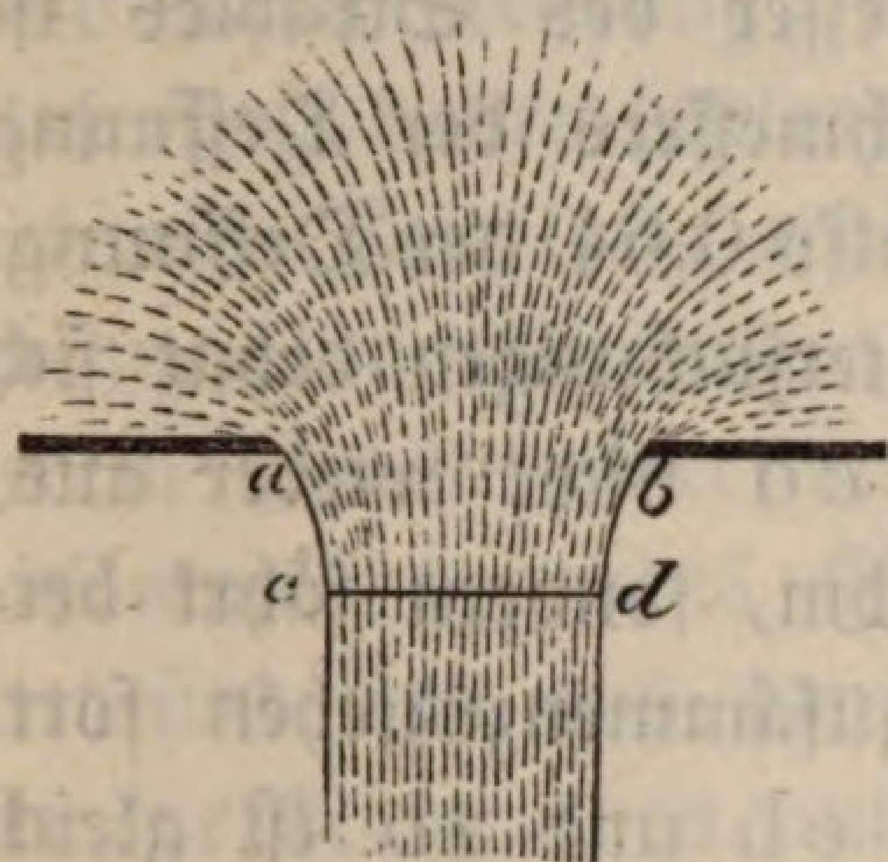
Befindet sich die Oeffnung aufwärts gekehrt in einer waagerechten Ebene, so springt die Flüssigkeit in die Höhe, allein die Geschwindigkeit, mit der sich jeder Theil in der Ausflußöffnung bewegt, muß doch vollkommen mit den oben ausgesprochenen Gesetzen stimmen (Fig. 176).

283 Wegen der großen inneren Beweglichkeit der Flüssigkeitstheile sind die Wirkungen, für welche die hier angeführten Gesetze gelten sollen, stets mit anderen verbunden, welche oft einen bedeutenden Einfluß haben; diese müssen daher in Betracht gezogen werden, wenn man die Bestätigung der entwickelten Gesetze in der Erfahrung sucht. Die innerlichen Bewegungen der Theile, welche eintreten, wenn die ganze Masse einer Bewegung unterworfen wird, sind so zusammengesetzt, daß es bis jetzt noch nicht gelungen ist, sie einer genauen Berechnung zu unterwerfen, so daß man in der Hydraulik weniger Hülfe von Seiten der Mathematik hat, als in den meisten anderen Theilen der Bewegungslehre.

284 Wenn eine Flüssigkeit aus einer Oeffnung im Boden eines Gefäßes ausfließt, so sinken nicht bloß alle die Theile, welche in der Säule sich befinden, die senkrecht über die Oeffnung steht, sondern die seitwärts liegenden Theile, besonders am Boden des Gefäßes

erhalten auch eine Bewegung gegen den Ausfluß hin. Die Linien in der nebenstehenden Figur deuten diese Bewegungen an. Man kann dieselben leicht dem Auge sichtbar machen, wenn man in die Flüssigkeit kleine Stücke eines Körpers von ungefähr gleicher Dichtigkeit mit der Flüssigkeit selbst wirft. Man gebraucht zu diesem Versuche mit Bequemlichkeit einen Glascylinder von ungefähr 1½ Fuß Höhe mit einem dünnen Metallboden, der eine kreisförmige Oeffnung hat; diesen füllt man mit einer Flüssigkeit, z. B. Wasser, in welches man gestoßenes Siegellack geschüttet hat, so wird man sehen, daß bis ungefähr 4 Zoll von der Oeffnung die Strömungen senkrecht abwärts gehen.

Fig. 177.



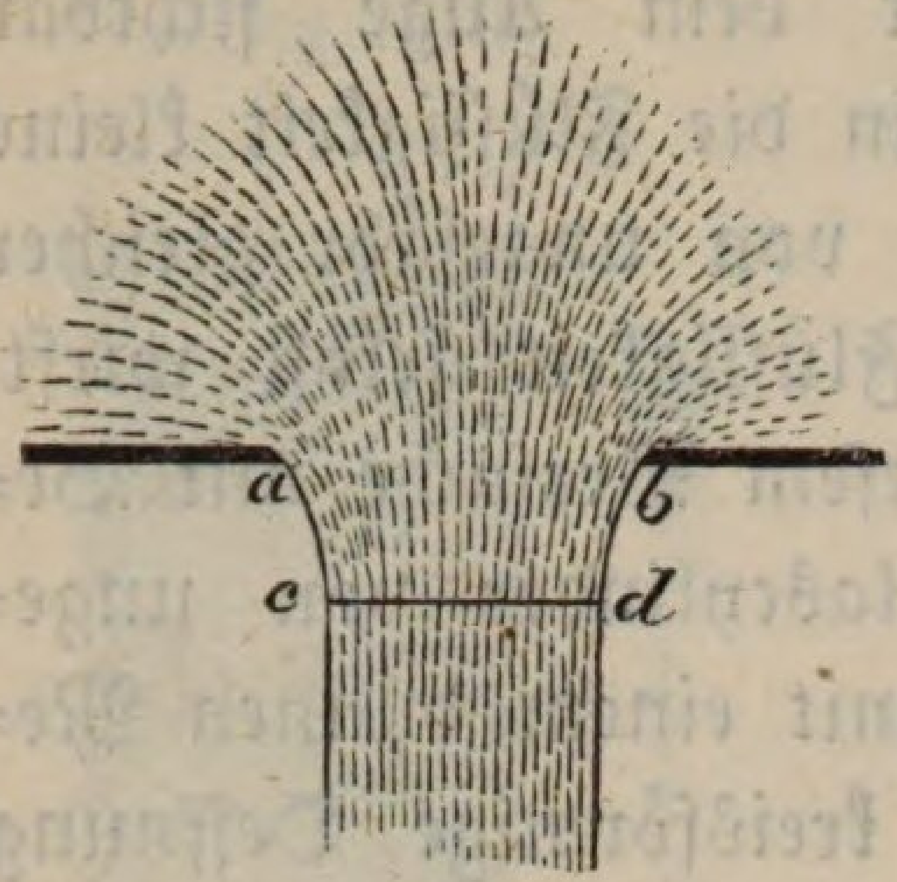
Etwas Aehnliches tritt ein, wenn der Ausfluß durch eine Seitenöffnung geschieht; man wird dann sehen, daß nicht bloß die Theile, welche höher als die Oeffnung liegen, sondern auch die, welche tiefer liegen, zu derselben hin streben.

Wenn feste gekörnte Körper, wie z. B. Sand, aus einer Oeffnung im Boden eines Gefäßes auslaufen, so wird diese Bewegung durch den Widerstand gehindert, den die Reibung der Körper gegen einander hervorruft. Bei einer großen Druckhöhe, welche eine größere Geschwindigkeit des Auslaufens hervorrufen sollte, wird dieser Widerstand vermehrt und deshalb bleibt die auslaufende Masse beinahe dieselbe bei allen Druckhöhen, und man sieht also, daß bei dem gewöhnlichen Stundenglas mit Sand in gleichen Zeiten ungefähr gleiche Mengen Sand auslaufen werden. Das Auslaufen geschieht übrigens durch eine abwärts der Oeffnung zu gleitende Bewegung unter verschiedenen Winkeln gegen die waagerechte Stellung, welche theils von der Lage der Körner gegen die senkrechte Linie durch die Mitte der Ausflußöffnung, theils von dem größeren oder geringeren gegenseitigen Reibungswiderstande der Körner abhängig ist.

Besondere Aufmerksamkeit verdient die Gestalt, welche der aus- 285
fließende Strahl zufolge seiner inneren Bewegung annimmt. Befindet sich die Oeffuung in einer dünnen Platte, so hat der Strahl dicht darunter die Gestalt eines umgekehrten abgekürzten Kegels

abcd, dessen Seiten jedoch ein wenig eingewölbt sind. Die Dimensionen dieses Körpers sind unter den vorausgesetzten Umständen sehr beständig. Der kleinere Durchmesser des Strahles ist beinahe 0,8 des Durchmessers der Oeffnung ab, der Durchschnitt also 0,64 der Oeffnung. Nach Savart's Untersuchungen dehnt sich der Strahl unterhalb cd nicht wieder aus, wie man früher annahm, sondern fährt beinahe unmerklich sich zusammenzuziehen fort. Der Abstand zwischen cb und ab ist gleich ½ab. Die hier beschriebene Erscheinung heißt die Einschnürung des Strahles.

Fig. 178.



286a Fig. 179.



Der innere Vorgang bei dem Ausflusse des Wassers ist von Savart durch zahlreiche Untersuchungen aufgeklärt worden, deren Hauptinhalt hier soll mitgetheilt werden. Die Versuche bezogen sich zunächst auf einen Wasserstrahl, der aus der kreisförmigen Oeffnung einer dünnen Platte strömt, die in den Boden eines Gefäßes angebracht war, und sie wurden mit Oeffnungen von ½ Linie bis zu 1 Zoll Durchmesser angestellt.

Der oberste Theil des Strahles bei a ist klar und durchsichtig, und nimmt in der Nähe der Oeffnung schnell, hernach aber langsamer an Dicke ab, ohne jedoch eine Gränze zu erreichen, wo er als cylindrisch könnte betrachtet werden. Auf diesen klaren Theil folgt eine Reihe von Bäuchen v und Einschnürungen n. Die Bäuche sind unklar und haben das Ansehen, als wären sie aus vielen dünnen Häuten zusammengesetzt. Der klare Strahl verliert sich in dem ersten Bauche, ist jedoch noch bis zu dessen Mitte kenntlich, von wo eine Röhre auszugehen scheint, welche durch alle Bäuche hindurchreicht, und in den Einschnürungen etwas geringeren Durchmesser zu haben scheint.

Dieser scheinbare innere Bau ist jedoch keineswegs wirklich vorhanden. So z. B. zeigt er sich am deutlichsten dergestalt, wie er eben beschrieben wurde, wenn man ihn von unten betrachtet; sieht man denselben dagegen von oben herab und heftet zuerst das Auge auf einen bestimmten Punkt, indem man von da aus den Blick tiefer gleiten läßt, gleichsam,

als wollte man diesem Punkt in seinem Lauf a verfolgen, so sieht man große Tropfen mit 8 bis 10mal so großen Abständen als Durchmessern. Man muß sich deshalb vorstellen, daß Gestalt und Zusammenhang, welche man bemerkt zu haben glaubte, ihren Ursprung daher hatten, daß jeder Eindruck, den unser Auge erleidet, sich eine Zeit lang erhält, welche zwar sehr kurz ist, allein lang genug, um Wirkungen, die in einer Reihenfolge von Zeitheilen in jedem Punkte einer durchlaufenen Strecke vor sich gehen, als ein zusammenhängendes Ganze erscheinen zu lassen. Fälle ähnlicher Art sind uns aus dem täglichen Leben bekannt genug, z. B. der feurige Ring, den unser Auge sieht, wenn ein glühender Körper hurtig im Kreise herumgedreht wird. —

Einen ferneren Beweis für die Zusammensetzung der scheinbaren Wasserstrahlen aus Tropfen erhält man, wenn man anstatt des Wassers Quecksilber ausströmen läßt. Dies geschieht nach denselben Gesetzen; da aber das Quecksilber undurchsichtig ist, so müßten auch die Bäuche des Strahles undurchsichtig sein, wenn sie aus zusammenhängenden Häuten beständen; sie zeigen sich aber durchscheinend, so daß man sehr kleine Gegenstände durch sie hindurchsehen kann.

Man kann wirklich auch den für das Auge zusammenhängenden 286b
Strahl durch eine Reihe von Tropfen nachmachen. Doch bedarf man dazu eines eigenen Geräthes. Es besteht aus einer weiten Glasröhre, welche auf beiden Seiten mit einer Messingfassung versehen ist. In der oberen Fassung sitzt ein Hahn und Trichter, durch welche Wasser hineingebracht werden kann; in der unteren Fassung befindet sich eine Oeffnung von ungefähr 1 Linie Durchmesser, welche dem Wasser seinen Ausfluß in eine andere Glasröhre von 4 bis 5 Linien Durchmesser gestattet. Ist das Geräth mit Wasser gefüllt, der Hahn aber geschlossen, so fließt nichts heraus, vermöge der vereinten Wirkung des Luftdruckes und des Anhaftens. Oeffnet man aber den Hahn mehr oder weniger, so kann man eine Reihe von Tropfen erhalten, welche in gleichen Zeittheilen fallen. Man kann dieselben von verschiedener Schnelligkeit der Aufeinanderfolge haben je nach der Größe der Oeffnung, welche man dem Hahn giebt. Es läßt sich z. B. so einrichten, daß 4 Tropfen in der Secunde fallen, was das Ohr ganz gut nach dem Tone beurtheilen kann, den die fallenden Tropfen hervorbringen. Eine solche Reihe von Tropfen aber zeigt sich dem Auge in derselben Gestalt wie der Wasserstrahl. Um eine so schwache Wirkung

recht deutlich zu machen, muß man diese Reihe von Tropfen gut beleuchten, und parallel mit den auf sie fallenden Lichtstrahlen einen senkrechten schwarzen Schirm in geringem Abstande aufstellen. Nun stellt man sich gerade vor diesen Schirm, dann sieht man einen Wasserstrahl so durchsichtig, daß man ihn für eine Röhre halten würde, die aus einem dünnen Wasserhäutchen gebildet wäre, und man sieht Bäuche an derselben, welche sich von denen eines durch stärkere Wirkung hervorgebrachten Strahles, nur dadurch unterscheiden, daß diese Bäuche um so länger werden, je entfernter sie von der Ausflußöffnung sind.

Läßt man die Tropfen sehr langsam fallen, so erhält man zwar

Fig. 180.



nicht den Anschein eines Strahles, allein man kann besser die Folge von Wirkungen beobachten, welche während der Tropfenbildung und des Falles der Tropfen vor sich gehen.

Im Anfange der Bildung eines Tropfens zeigt sich der unterste Theil der Wassersäule abgerundet, und vergrößert sich bis zu einer gewissen Gränze, worauf sich derselbe plötzlich zu einer birnförmigen Gestalt verlängert und einen Tropfen giebt, der ungefähr $2\frac{1}{2}$ Linien Durchmesser hat, worauf stets ein kleinerer Tropfen folgt. Der Theil des Wassers, der noch an der Oeffnung der Röhre ist hängen geblieben, zieht sich dann plötzlich zurück und nimmt auf's Neue seine abgerundete Gestalt an, verlängert sich dann ein wenig, zieht sich wieder zusammen, und wechselt so unter fortgesetzter Vergrößerung, bis sich ein neuer Tropfen mit seinem Begleiter losreißen kann. Nun erklärt man sich leicht das Aussehen des Strahles. Jeder der beiden Tropfen, welche gleichzeitig fallen, hinterläßt ein kurzdauerndes Bild im Auge, welche von den durch die folgenden Tropfen hervorgerufenen Bildern abgelöst werden. Dies giebt den Anschein zweier in einander befindlichen Strahlen, welche eine gemeinschaftliche Axe haben.

Die Tropfen aber behalten während ihres Falles nicht stets dieselbe Gestalt, sondern diese leidet vielmehr eine Folge von Abwechselungen. Die Bewegungen, durch welche ein Tropfen seine Kugelgestalt angenommen hat, können nicht zu wirken aufhören in dem Augenblicke, wo diese Gestalt erreicht ist, und werden dieselbe daher wieder verwandeln, allein seine verwandelte Gestalt wird auch wieder ihre Gleichge-

wichtsform anstreben, diese aufs Neue durch die erlangte Fahrt der Theile umändern, und solcherweise mehrmals abwechseln. Ohne in alle die Verwickelungen einzugehen, welche dadurch hervorgebracht werden, kann man doch leicht einsehen, daß jeder Tropfen abwechselnd einen größeren oder kleineren waagerechten Durchmesser erhalten muß. Da dies aber während des Falles der Tropfen geschieht, so ist klar, daß der scheinbare Strahl an gewissen Stellen erweitert sein muß.

Den obersten durchsichtigen Theil des Strahles müßte man schon 286c
durch die Natur der Sache veranlaßt werden, als eine Reihe in einander laufender Tropfen zu betrachten, welche ein zusammenhängendes Ganze bilden. Dies ist auch in Wahrheit der Fall; auf diesem Theile des Strahles laufen kleine ringförmige Erhöhungen herab und werden um so deutlicher, je weiter sie sich von der Oeffnung entfernen. Das Dasein dieser Ringe ist durch Versuche mannigfaltig nachgewiesen.

Beleuchtet man den Wasserstrahl mit Sonnen- oder Lampenlicht, das durch die schmale oder waagerechte Spalte eines undurchsichtigen Schirmes fällt, so zeigt sich auf einem zweiten Schirm, der auf der anderen Seite des Wasserstrahles aufgestellt ist, alsdann ein waagerechter Lichtstreifen, in welchem derjenige Theil, dessen Licht durch die abwechselnden Ringe und Einschnürungen des vorbeilaufenden Strahles gegangen ist, nach den Gesetzen der Lichtbrechung eine auf- und abgehende Bewegung haben muß, wenn die obige Darstellung richtig gewesen ist und wirklich solche Ringe vorhanden sind.

Diese Bewegung zeigt sich nun auch wirklich in dem Lichtstreifen, wenn das Licht durch irgend eine Stelle in dem unterm Theile des zusammenhängenden Strahles gefallen ist, und nur ganz nahe bei der Oeffnung wird sie undeutlich. Der Uebergang aus dem zusammenhängenden in den unterbrochenen Strahl geschieht durch die erste Ausbauchung, welche in ihrer oberen zunehmenden Hälfte aus einem zusammenhängenden Strahl mit Ringen, in der unteren abnehmenden Hälfte aus großen und kleinen Tropfen besteht. —

Die Tropfen des unterbrochenen und die Ringe des zusammen- 286d
hängenden Strahles folgen, wie man erwarten durfte, in gleichen Zeitabständen auf einander. Davon kann man sich durch das Ohr überzeugen. Um zu verstehen, was hiebei stattfindet, muß bemerkt

werden, daß in der Lehre vom Schalle bewiesen wird (§. 395 ff.), wie Luftschwingungen, welche mit einer gewissen Geschwindigkeit auf einander folgen, einen Ton hervorbringen, dessen Höhe durch die Anzahl der Schwingungen bestimmt wird (§. 409).

Hält man nun aber das Ohr in die Nähe des Strahles, so vernimmt man auch wirklich einen schwachen Ton, welcher dadurch sehr verstärkt werden kann, daß man den Strahl in ein dünnes Metallbecken fallen läßt. Alsdann kann man leicht den hervorgebrachten Ton auffassen und durch Vergleichung mit anderen Tönen, von deren Schwingungszahl man Kunde hat, die Anzahl der Schwingungen finden, welche in dem Strahle vorgehen.

Die hervorgebrachten Mitschwingungen wirken wieder auf die Bewegungen in dem Strahle zurück, machen denselben stärker und ihre Regelmäßigkeit dadurch deutlicher. Besonders auffallend wird dies, wenn man das Gefäß, von dem der Strahl ausgeht, mit einer Stimmgabel in Verbindung setzt, welche denselbigen Ton hat (§. 414 und 420). Alsdann sieht man den zusammenhängenden Theil des Strahles sich verkürzen, ja bei starken Wirkungen beinahe ganz verschwinden, indem statt der Anlage zur Tropfenbildung, wo solche am stärksten ist, eine wirkliche Tropfenbildung eintritt. Es sind jedoch nicht die Schwingungen des Gefäßes, welche diese Wirkungen hervorbringen, sondern die Schwingungen, welche im Wasser geweckt werden, was man daraus abnehmen kann, daß das Gefäß sich in solcher Umgebung befinden darf, wo es nur schwach mitschwingt. Der zusammenhängende Theil des Strahles wird dann ungewöhnlich lang, allein indem man die Tropfen auf einen klingenden Körper fallen läßt, zeigt sich wieder der Einfluß der Schallschwingungen auf den Strahl.

Die durch solche Versuche gefundenen Schwingungszahlen verhalten sich wie die Quadratwurzeln der Druckhöhen, also wie die Ausflußgeschwindigkeiten, und umgekehrt wie die Durchmesser der Oeffnungen.

286e Der nächste Grund der schwingenden Bewegungen im Strahle muß ohne Zweifel in der ganzen Flüssigkeitsmasse selbst gesucht werden. Die Theile der Flüssigkeit, welche in der über der Oeffnung befindlichen Wassersäule liegen, streben zuerst zu sinken, und dadurch bildet sich eine schwache Vertiefung in der Oberfläche, dagegen üben die sinkenden Theile eine Seitenwirkung aus, welche die umliegenden Theile hebt. Gleich nachdem dies geschehen ist, folgt

wieder eine Gegenwirkung, durch welche das Gestiegene sinkt, das Gesunkene steigt, und so fort in ununterbrochener Abwechselung.

Savart hat sich durch Versuche davon überzeugt, daß die Aus- 286f
flußmenge sich nicht durch die Ungleichheit verändert, welche man in der Stärke der Schwingungen hervorbringen kann.

Waagerechte Ausströmungen sind in allem Wesentlichen denselben 286g
Gesetzen unterworfen wie die senkrecht absteigenden. Ein Strahl, welcher in schräger Richtung steigt, zeigt verschiedenes Verhalten je nach der Abweichung seiner Richtung von der waagerechten. Sind die Abweichungen nicht über 20° bis 25°, so weichen die übrigen Eigenschaften des Strahles nicht merklich von denen des waagerechten ab, ist aber die Abweichung bedeutend, so verliert der zusammenhängende Theil des Strahles mehr und mehr die Eigenschaft dünner zu werden, je nachdem der Abstand von der Oeffnung wächst. Bei einer Abweichung von 45° bis 50°, wo die Theile des Strahles mit merklich abnehmender Geschwindigkeit steigen müssen, zeigt er sich ungefähr gleich dick auf seiner ganzen Länge. Bei einer so starken Abweichung tritt auch anstatt der Ausbauchung eine augenscheinliche Zersplitterung von Tropfen ein, wie man sehr oft Gelegenheit hat, selbst wahrzunehmen; allein mit Hülfe von Tonschwingungen, welche denen, die im Strahle herrschen, vollkommen entsprechen, nimmt dieser selbst bei so großer Neigung oft seine regelmäßige Gestalt an.

Man kann jedoch die erforderliche Schwingungszahl oder den Ton nicht genau aus den Versuchen ableiten, welche über den absteigenden und waagerechten Strahl angestellt worden sind, sondern man muß das Verhältniß durch Probiren zu treffen suchen. Tonschwingungen, welche aber nicht so vollkommen mit den Schwingungen des Strahles übereinstimmen, geben oftmals eine Zertheilung in zwei oder drei Strahlen.

Man kann nicht annehmen, wie es wohl früher geschah, daß die Zersplitterung eines Strahles in Tropfen eine Folge der gleichmäßig wachsenden Fallgeschwindigkeit aller einzelnen Theile ist, sondern dieselbe beruht vielmehr darauf, daß das gleiche Verhalten, welches in dem absteigenden Strahl und angenähert in dem waagerechten, so wie in den wenig davon abweichenden Strahlen stattfand, hier bereits in dem Grade verloren ist, daß der Zusammenhang aufhört, aber doch durch kräftige Mitschwingungen wieder hergestellt werden kann.

286h Läßt man einen waagerechten Strahl gegen einen gleichfalls waagerechten Cylinder stoßen, an dessen Stoff ein bedeutendes Anhaften stattfindet, und dessen Axe senkrecht gegen den Strahl gestellt ist, so entstehen dadurch eigenthümliche Wirkungen. Savart stellte über diesen Gegenstand eine Reihe von Versuchen mit Strahlen an, die durch den Druck einer Wassersäule von 58 Zoll Höhe hervorgebracht wurden. Der Cylinder war von Glas und hatte 1 Zoll Durchmesser. Der antreffende Strahl breitet sich theils seitwärts in der Längenrichtung des Cylinders aus, theils so, daß er den Umkreis desselben umfließt. Wird der Cylinder in solcher Höhe aufgestellt, daß der Wasserstrahl eine Linie in gleicher Höhe mit der Axe trifft, so treffen die beiden von da ausgehenden Wasserhäutchen jenseit der Axe wieder zusammen und bilden daselbst eine gebogene Erhöhung. Trift der Strahl niedriger, so wird die Bewegung der von da aufsteigenden Wasserumhüllung des Cylinders größtentheils unterbrochen, während dagegen die abwärts steigende auf der entgegesetzten Seite wieder mit solcher Kraft emporsteigt, daß sie Springbrunnen hervorbringen kann, welche je nach der Lage des Anstoßpunktes entweder senkrecht in die Höhe steigen oder andere Richtungen nehmen, ja sogar so sich theilen, daß der eine aufsteigende Strahl nach der Seite hingeht, welche den Stoß des Strahles empfängt. Geschieht der Anstoß gegen Theile des Cylinders, welche höher liegen als die Axe, so geht natürlich der Strahl auf der anderen Seite abwärts. Diese Versuche, deren Neuheit nur in ihrer größeren Bestimmtheit besteht, geben einen augenscheinlichen Beweis von dem großen Einfluß der Kraft des Anhaftens auf die Bewegung von Wasser, das gegen einen festen Körper stößt. Die Kraft des Anhaftens zeigte sich stark genug, das Wasser in Berührung mit dem Cylinder so lange zu halten, bis es den Punkt erreichte, von dem aus es 27 Zoll in die Höhe stieg. Ohne Zweifel ist es diese Wirkung, welche verhindert, daß anstoßende Wassertheile gleich den festen zurückspringen.

286i Läßt man den Strahl gegen eine Scheibe treffen, so breitet sich das Wasser darauf aus gleich einer oft stark gekräuselten Wasserdecke. Am besten stellt man den Gang der Hauptwirkungen dar, wenn man den absteigenden Strahl auf die Mitte einer Scheibe fallen läßt, die von einem Stiel getragen wird. Es ist passend, der Scheibe einem Durchmesser von 1 Zoll zu geben. Ist die Ausflußgeschwindigkeit groß, so bildet sich eine Wasserdecke, wie in den ne-

benstehenden Figuren 181 u. 182 in senkrechtem Durchschnitt und dann von oben gesehen, dargestellt ist. Die Mitte ist klar und eben, ist

Fig. 181.

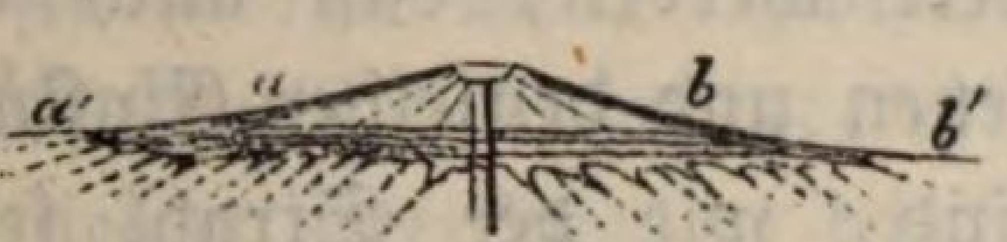
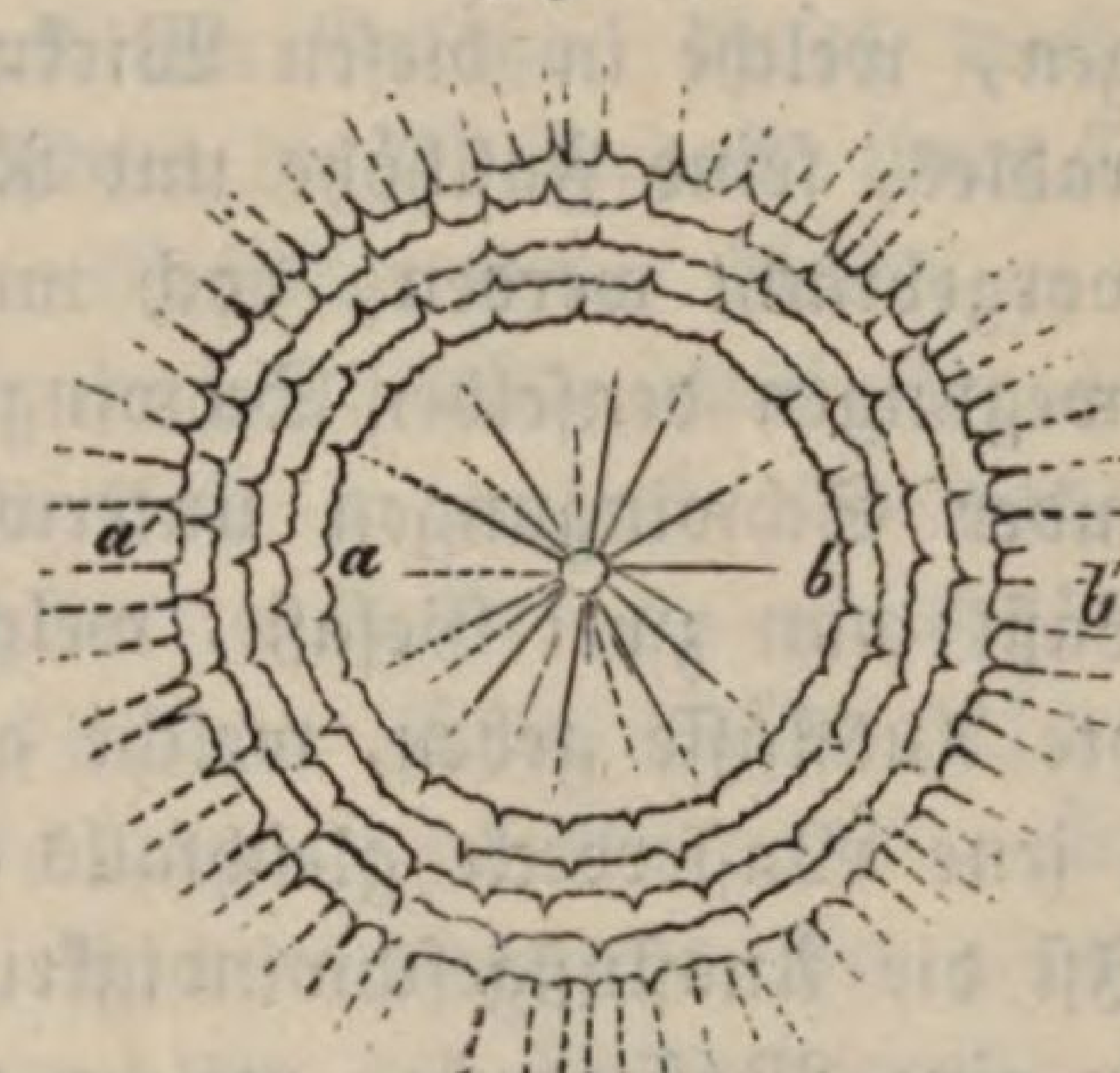


Fig. 182.



aber umgeben von einem breiten gekräuselten Ringe, von dessen Umfang viele Tropfen aussprudeln.

Läßt man den Ausfluß allmälig langsamer werden, so wird der gekräuselte Ring schmaler, und während dieser abnehmenden Ausflußgeschwindigkeit erreicht man einen Punkt, wo der Ring verschwindet und der senkrechte Durchschnitt der Wasserdecke sich wie in der Figur 183 darstellt.

Fig. 183.

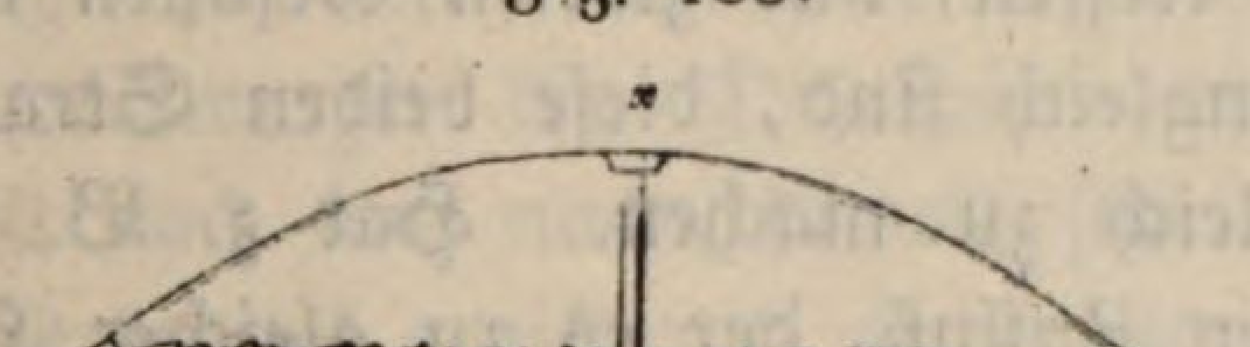
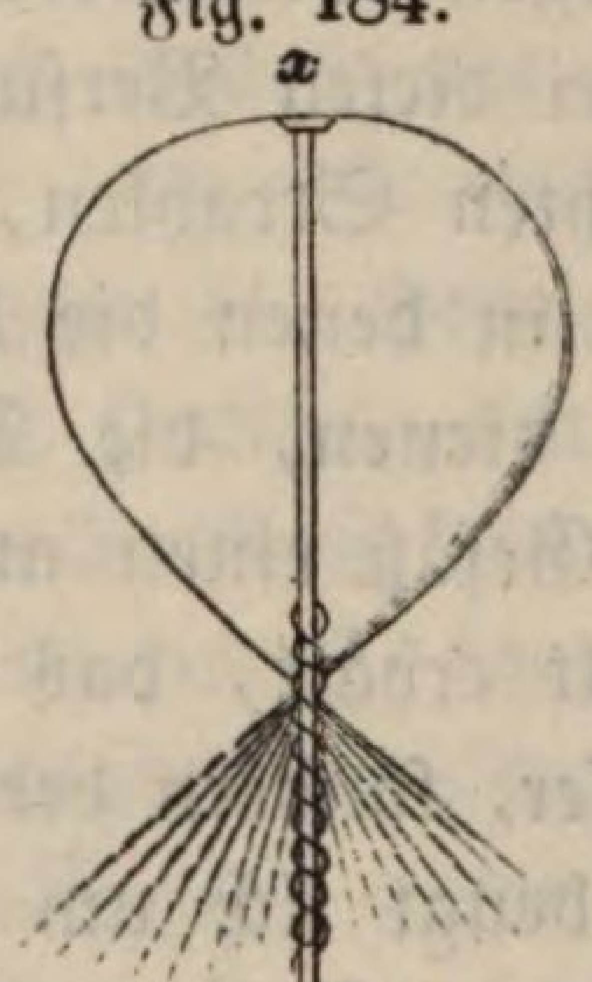


Fig. 184.



Bei einer fortwährend abnehmenden Ausflußgeschwindigkeit erreicht man einen Punkt, wo die Wasserdecke sich um den Rand der Scheibe biegt und gegen den tragenden Stiel hinläuft, so daß der senkrechte Durchschnitt sich wie die vorstehende Figur 184 darstellt.

Nimmt dann die Ausflußgeschwindigkeit noch fortwährend ab, so sieht man einige Abwechselungen auch in dieser Gestalt, und wenn endlich die Ausflußgeschwindigkeit bis auf einen sehr niedrigen Punkt herabgesunken ist, so bleibt bloß eine Wasserdecke auf der

Oberfläche der Scheibe zurück, auf welcher man Wellenbewegungen wahrnimmt, die mit der Ausflußgeschwindigkeit sich ändern.

Es würde zu weitläufig sein, hier alle Abwechselungen zu verfolgen, welche in diesen Wirkungen durch die Geschwindigkeit des Strahles, seine Fallhöhe und Richtung, seinen Durchmesser u. s. w. hervorgebracht werden, doch muß bemerkt werden, daß auch diese Bewegungen denselben Schwingungsgesetzen und denselben Einflüssen fremder Schwingungen unterworfen sind, wie der Strahl selbst.

286k Läßt man zwei Gefäße, welche nahe bei einander stehen, waagerechte Ausflüsse geben, welche genau auf einander treffen, so würde sich jene Wasserdecke gleichfalls bilden.

Ist die Ausflußgeschwindigkeit beider Gefäße gleich groß, so sieht man eine Wasserdecke, welche rund erscheint, wenn die Geschwindigkeit einigermaßen bedeutend wird, sonst aber von der Kreisfigur abweicht und ihren oberen Rand näher an den Strahl herabzieht, Hat die eine Ausflußgeschwindigkeit ein Uebergewicht über die andere, so beugt sich die Wasserdecke und erscheint eingewölbt gegen den langsameren Strahl, ja dies kann so weit gehen, daß sie die Ausflußröhre umfaßt, aus der dieser hervorkommt, wie in den vorhin beschriebenen Versuchen am tragenden Stiel der Scheibe, jedoch mit einer von dem Gewicht und der Richtung des Strahles abhängigen Veränderung in der Gestalt.

286l Bei diesen Versuchen bemerkt man, daß, wenn die beiden waagerechten Strahlen, die einander treffen, aus zweien Gefäßen kommen, in denen die Druckhöhen ungleich sind, diese beiden Strahlen dazu dienen, die Druckhöhen gleich zu machen. Hat z. B. das eine Gefäß einen ununterbrochenen Zufluß, der es zu gleicher Höhe gefüllt erhält, das andere dagegen nicht, so verliert letzteres kein Wasser, sondern der Strahl trifft gerade gegen dessen Ausflußöffnung und beugt sich um die Ausflußröhre desselben; ja man kann sogar das eine Gefäß durch den Strahl aus dem anderen füllen. Ist also im Anfange das eine Gefäß leer und man läßt den Strahl aus dem zweiten, welches voll gehalten wird, in jenes eindringen, so sieht man, daß dieses ohne Verlust geschehen kann, weil der Strahl in Abstand von der Oeffnung dünner ist, als bei seinem Austritte. Ist die aufnehmende Röhre von Glas, so erblickt man eine Menge miteindringender Luftblasen in großer Bewegung, aber ohne die Wirkung zu hindern. Ist das aufnehmende Gefäß bis zu ein Sechstel gefüllt, so bemerkt man den Anfang einer Wasser-

decke; ist endlich das Wasser in dem aufnehmenden Gefäße zu gleicher Höhe gelangt wie in dem abgebenden, so fährt es fort zu steigen, vermöge der erlangten Fahrt, fällt aber darauf wieder, und giebt dadurch Anlaß zu einem Steigen in dem anderen Gefäße; dieses wechselt einige Male und zu gleicher Zeit verändert die Wasserdecke ihren Ort, bis sie endlich mitten zwischen beiden Gefäßen stehen bleibt.

Die Flüssigkeitsmenge, welche aus einem Gefäße ausfließt, läßt 287
sich leicht berechnen; diese muß sich nämlich verhalten wie die Ausflußgeschwindigkeit und folglich wie die Quadratwurzel der drückenden Flüssigkeitssäule (§. 279), wenn die Ausflußöffnungen gleich sind. Sind die Ausflußöffnungen ungleich groß, so verhalten sich bei gleichen Druckhöhen die ausfließenden Massen wie die Flächenmaaße der Oeffnungen. Sind weder Höhen noch Oeffnungen gleich groß, so steht die Masse des Ausfließenden im zusammengesetzten Verhältnisse des Flächenraumes der Oeffnungen und der Quadratwurzeln der Höhen.

Um dies durch Versuche zu bestätigen, benutzt man zwei Gefäße, in denen man die Höhen der Flüssigkeit unveränderlich erhält. Trifft man aber solche Vorkehrungen nicht, wie dies bei jedem Ausfluß im täglichen Leben der Fall ist, so nimmt natürlich die Höhe allmälig ab, während das Ausfließen vor sich geht. Das Ausfließen geschieht aber nach den Gesetzen des Falles mit einer bewegenden Kraft und mit einer Geschwindigkeit, die sich nach der Quadratwurzel der Druckhöhe richtet. Da nun die bewegende Kraft nach und nach, so wie sich das Ausfließen fortsetzt und der Wasserspiegel erniedrigt, abnimmt, so geschieht der Ausfluß mit einer gleichmäßig verzögerten Geschwindigkeit, welche im ersten Augenblick dieselbe Größe hat wie die Geschwindigkeit, welche sich unverändert fortsetzt bei einem Gefäße, dessen Flüssigkeit unter dem Ausfließen dieselbe Höhe behält. Da nun ein Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit in derselben Zeit die doppelte Strecke wie ein Körper in gleichmäßig verzögerter Bewegung mit derselben Anfangsgeschwindigkeit und der Endgeschwindigkeit Null durchläuft, (§. 201), so sieht man leicht ein, daß in derselben Zeit, worin ein Gefäß ganz ausgeleert wird, ein anderes bei gleicher Ausflußöffnung eine doppelt so große Flüssigkeitsmenge geben wird, wenn in ihm die Höhe der Flüssigkeit unverändert derjenigen gleich erhalten wird, welche das erste Gefäß hatte, da das Ausfließen begann.

288 Bei diesen vergleichenden Untersuchungen stimmen Theorie und Erfahrung sehr gut überein, dagegen findet man keine so gute Uebereinstimmung, wenn man die ausfließende Masse nach der Fallhöhe berechnet (§. 280). Ist z. B. die Druckhöhe gleich 4 Fuß, so ist die durch den Fall erlangte Fahrt in einer Secunde $h = 2\sqrt{g \cdot R} = 15{,}81$ Fuß oder 189,7 Zoll. Wäre nun die Größe der Oeffnung $1\frac{1}{2}$ Quadratzoll, so sollte die ausgeflossene Masse $189{,}7 \times 1{,}5$ oder 284,6 Kubikzoll in einer Secunde ausmachen; die Erfahrung aber giebt nur ungefähr $\frac{5}{8}$ dieser Größe, oder ungefähr so viel, wie wenn die Oeffnung nicht größer wäre als der eingeschnürte Strahl. Die innerlichen Strömungen, in Verbindung mit dem Reibungswiderstande, welchen die ausfließende Flüssigkeit an den Kanten der Oeffnung erleidet, vermindern die Masse des Ausfließenden in diesem Grade.

289 Bei diesen Versuchen ist vorausgesetzt, daß der Ausfluß durch eine Oeffnung in einer dünnen Platte geschehe; geschieht er dagegen durch eine Röhre, so leidet er eine bedeutende Veränderung. Benetzt die Flüssigkeit die Röhre, so daß sie strebt sich an die Seiten derselben zu halten und kommt der Widerstand der Luft hinzu, welche den eingeschnürten Strahl veranlaßt, sich zu erweitern, so vermehrt das den Ausfluß bedeutend. Eine cylindrische Röhre von drei mal so großer Länge als Durchmesser vermehrt den Ausfluß im Verhältnisse von 13 zu 10, so daß er $\frac{13}{10} \times \frac{5}{8}$ oder $\frac{3}{16}$ desjenigen wird, der zufolge §. 280 durch Druckhöhe und Größe der Oeffnung bestimmt werden kann.

Erhält die Röhre eine passende Erweiterung nach außen, so wird der Ausfluß noch stärker vermehrt, so daß er selbst denjenigen übersteigen kann, den man durch Ausfluß aus einer Oeffnung in dünner Platte erhalten würde, wenn keine Hindernisse einträten. Ist die Länge einer solchen Röhre gleich dem Halbmesser ihres größesten Durchschnittes und das Verhältniß ihrer beiden Durchschnittsflächen gleich 8:5, so verändert dieser Ansatz die Ausflußmenge gar nicht.

290 Eine lange Röhre, welche entweder senkrecht oder schräge von der Oeffnung abwärts geht, verstärkt den Einfluß beträchtlich. Die Theile in der Röhre fallen nämlich mit wachsender Geschwindigkeit, und da sie zufolge ihres inneren Zusammenhanges und Druckes sich nicht trennen können, so ziehen die vordersten Theile die hinteren mit sich, leiden aber ihrerseits wieder eine Verminderung in ihrer eigenen Geschwindigkeit, indem sie die anderen in Bewegung setzen. Hiedurch wird eine Mittelgeschwindigkeit für sie alle zu Wege ge-

bracht. Der Ausfluß wächst mit der Länge der Röhre, jedoch nur bis zu einem gewissen Grade, wonach er wieder wegen des Reibungswiderstandes an den Wänden der Röhre abnimmt.

Man hat gefunden, daß man einer Röhre eine solche Abweichung 291 von der waagerechten Stellung geben kann (verschieden nach dem Durchschnitt der Röhre), daß der Zuwachs, welchen der Fall der Geschwindigkeit ertheilen sollte, gerade das Gleichgewicht gegen die Hindernisse hält, welche die Bewegung des Wassers zu hemmen streben. Der Ausfluß aus einer Oeffnung in einer solchen Röhre ist dann an jeder Stelle derselbe. Wächst die Länge der Röhre, so wird durch den vergrößerten Reibungswiderstand die Geschwindigkeit geschwächt, und man kann eine Länge treffen, wo die Flüssigkeit nur tropfenweise ausfließt.

Daß das Wasser einen größeren Widerstand in engen Röhren 292 als in weiten erleiden muß, sieht man leicht ein; ebenfalls geben gebogene Röhren mehr Widerstand als gerade. Liegen die Biegungen in einer senkrechten Ebene, so kommt noch hinzu, daß sich in den oberen Theilen derselben die Luft aus dem Wasser ansammelt, wodurch der Zusammenhang unterbrochen und die Bewegung gehemmt wird. Um dies zu verhindern, muß man Einrichtungen haben, die angesammelte Luft auszulassen.

Der Druck, den eine Flüssigkeit gegen die Seiten communicirender 293 Röhren ausübt, ist früher aufgewiesen worden (§. 88), wenn aber die Flüssigkeit die Röhre durchströmt, so wird dieser Druck vermindert. Durchströmt das Wasser eine waagerechte Röhre mit der ganzen Geschwindigkeit, die aus der Höhe der drückenden Wassersäule folgt, so findet keinerlei Seitendruck statt und eine Oeffnung in der Röhre giebt keinen Wasserstrahl; ist dagegen die Geschwindigkeit des Stromes geringer, so findet ein Seitendruck statt, und ein Wasserstrahl dringt aus einer in der Röhre angebrachten Oeffnung hervor. Ist endlich die Geschwindigkeit des Stromes größer als die, welche aus der Höhe der drückenden Wassermasse folgen sollte, so zeigt sich das Entgegengesetzte eines Druckes, ein Saugen, und eine Oeffnung in der Röhre saugt Luft ein. Richtet man ein Gefäß mit senkrechter Auslaufsröhre AB, Fig. 185, und mit einer engen Seitenröhre

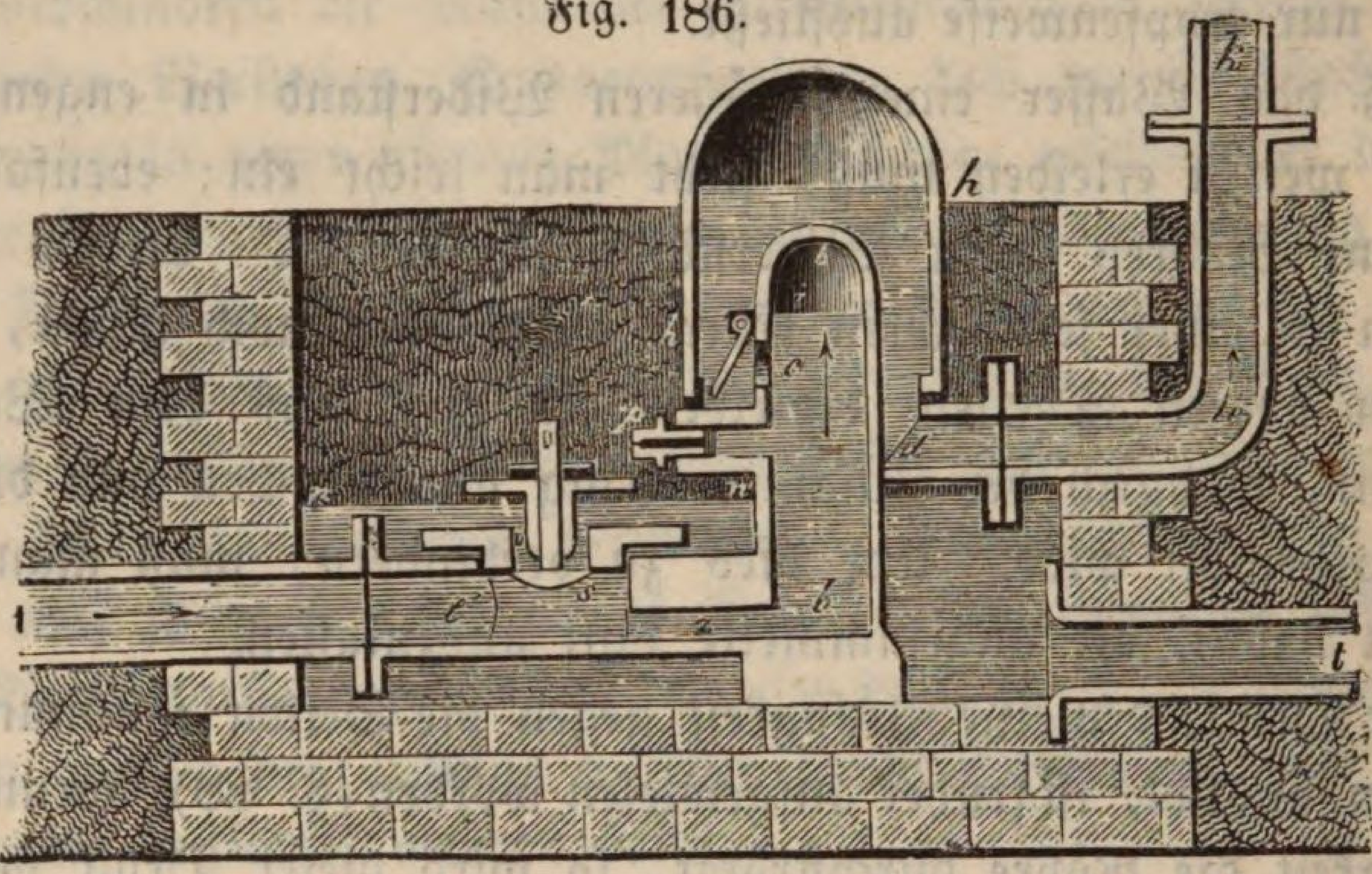
Fig. 185.



CD ein, deren Mündung in einer Schale mit gefärbtem Wasser steht, so sieht man, wie dieses aufgesogen wird, weil die Geschwindigkeit des Wassers in C größer ist, als die, welche bloß durch den Druck der überliegenden Wassersäule hervorgebracht wird.

294 Wenn die Flüssigkeit eine Röhre durchströmt, und man den Auslauf plötzlich hemmt, so leiden die Seiten der Röhre nicht bloß den Seitendruck, den sie von der ruhenden Flüssigkeit erfahren würden, sondern einen viel größeren, indem nämlich die nun gehemmte Bewegung auch einen Seitendruck ausübt. Hierauf gründet sich der von Joseph Montgolfier erfundene hydraulische Widder, der in der Figur 186 zu sehen ist, die einen senkrechten Längendurchschnitt zeigt.

Fig. 186.



Aus einem Wasserbehälter oder einer Quelle strömt das Wasser in die Röhre tt, bis es zu der in der Figur verschlossenen Oeffnung v kommt, durch welche es im Anfange seinen Ausweg findet; wenn aber die Bewegung eine gewisse Geschwindigkeit erlangt hat, so hebt das Wasser das unter der Oeffnung hängende Ventil s und sperrt sich dadurch selbst den Ausweg, wie es in der Figur dargestellt ist. Nun beginnt die vereinigte Wirkung der drückenden Wassersäule und der gehemmten Bewegung, wodurch das Wasser in bb gehoben wird, die Klappe bei c öffnet, in den Windkessel hh eindringt, und die darin befindliche Luft zusammendrückt. Sobald diese Wirkung aufhört, sinkt das Ventil s, das die Oeffnung v versperrte, und das Wasser strömt wiederum hier aus, bis es auf's Neue so große Geschwindigkeit erlangt hat, daß es wiederum s heben und die Klappe c öffnen kann, und so auch ferner.

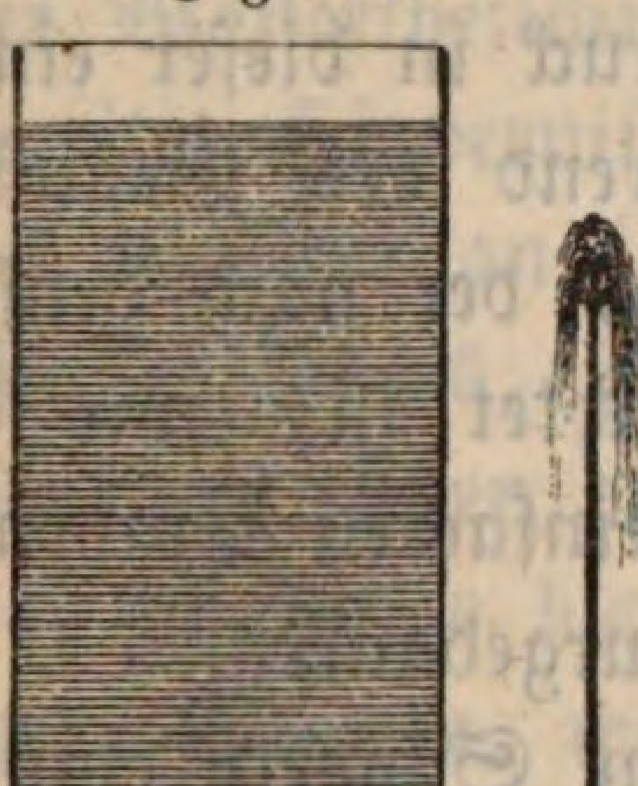
Durch fortgesetzte Wirkung wird die Luft im Windkessel all=

mälig zusammengedrückt, so daß sie das Wasser durch die Röhre k in einen höher liegenden Behälter treibt.

Es könnte scheinen, als wenn durch diese Vorrichtung der Satz von den communicirenden Röhren aufgehoben würde, als wenn durch den Widder, in dem das Wasser ohne äußere hinzukommende Kraft auf einen höheren Ort gehoben wird, ein wahrer Kraftgewinn stattfände; allein es ist wohl zu beachten, daß nur ein Theil des Wassers höher gehoben wird, daß dagegen der andere Theil nicht so hoch gelangt, als er in Folge des Gesetzes von den communicirenden Röhren kommen würde. Die Kraft, die diesem zweiten Theile inwohnte, ist verwendet worden, um den ersten höher zu heben. Einigermaßen läßt sich das hier wirksame Princip durch Vergleichung einfacher auffassen. Setzt man nämlich in communicirenden Röhren, deren eine viel weiter ist als die andere, das Wasser in Schwankungen, so steigt es jedesmal in dem engeren Schenkel beträchtlich höher, als es in dem weiten herabfällt. Da auch hier die in Bewegung begriffene große Wassermasse des weiten Schenkels die Kraft hergiebt, um die kleine Wassermasse des engen Schenkels höher zu heben, so ist dieser einfache hydraulische Vorgang dem verwickelteren des Widders am nächsten zu vergleichen.

Geschieht ein Wasserausfluß aufwärts, so sollte, wenn die Wir- 295a
kung hier einfach aus dem hydraulischen Grundgesetze folgte, die Flüssigkeit zu einer Höhe emporsteigen, die der Höhe der drückenden Flüssigkeitssäule gleich käme. Die Geschwindigkeit des ausspringenden Strahles, da wo er die Oeffnung verläßt, ist nämlich eben so groß wie die, welche durch einen freien Fall von der Höhe der drückenden Säule hervorgebracht werden würde (§. 280). Durch den Fall aber erhält jedesmal der Körper eine Fahrt, mit welcher er im Stande wäre, in umgekehrter Richtung eben so hoch zu steigen, als er herabgefallen war (§. 201). Dies Gesetz kann indeß für die Bestimmung der Höhe des aufsteigenden Strahles nur als erster Anhaltspunkt dienen. Die Höhe, bis zu welcher die Flüssigkeit sich wirklich erhebt, wird hier bedeutend eingeschränkt, theils durch den steten Widerstand der Luft, vorzüglich aber dadurch, daß die vorangehenden Theile immer langsamer werden, da jeder Tropfen mit gleichmäßig verzögerter Bewegung steigt, was bei aller Ver-

Fig. 187.



schiebbarkeit der Wassertheilchen unter einander, so lange die Continuität des Strahles nicht gänzlich aufgelöset ist, für die nachfolgenden Theile zu einem steten Hinderniß wird.

Geschieht das Ansteigen des Strahles senkrecht, so fallen außerdem die Theile, welche ihre aufsteigende Bewegung bereits verloren haben, mit gleichmäßig beschleunigter Bewegung abwärts in den Strahl, was bei der nicht bloß äußerlichen Berührung, sondern dem theilweise vollständigen Zusammenfließen der entgegengesetzt bewegten Wassertropfen ein sehr großes Hinderniß abgiebt.

Aus diesem Allen folgt, daß der Wasserstrahl höher steigen kann, wenn er nicht an die Senkrechte gebunden ist, sondern unter einem kleinen Winkel davon abweicht; dann aber auch, daß er in jedem Falle sich nach oben zu verdicken, gleichsam im Steigen wachsen muß

Erfahrungsmäßig steht außerdem fest, daß die Steigkraft sich am freiesten äußert, wenn der Strahl aus der Oeffnung einer dünnen Platte hervorspringt, daß Ansatzröhren dagegen meistens die Wirkung schwächen und nur dann ohne Einfluß in diesem Sinne sind, wenn sie genau die Gestalt des eingeschnürten Strahles nachahmen.

295b Es ist bekannt genug, welch' großes Vergnügen die sinnige Betrachtung des aufsteigenden Strahles in einem Springbrunnen gewährt. Der Grund dieser Freude ist die große Mannigfaltigkeit von Naturgedanken, die ihren gemeinsamen Ausdruck in dieser einen Erscheinung finden. Zwar giebt man sich während des Genusses davon keine Rechenschaft, allein der innere Sinn, der nach denselben Vernunftgesetzen hervorgebracht und eingerichtet ist, wie die äußere Natur, fühlt eine Befriedigung bei dem einfachen Eindrucke vieler zu einem Ganzen sich durchdringenden Naturgedanken.

Schon daß das Wasser gegen die allwirksame Schwere emporsteigt, weckt die Ahnung einer unter der Erde thätigen Kraft. Die im Steigen vermehrte Dicke des Wasserstrahles, die das Auge als ein Wachsthum auffaßt und in Analogie mit dem organischen Wachsen bringt, deutet zwar nicht auf wahre Organisation, jedoch, wie bei den Organismen, auf eine jeden Theil durchdringende innere Wirksamkeit.

Die Zersplitterung des Strahles in zahllose Tropfen, durch welche sich mannigfaltige Verzweigungen ausbilden, zeigt noch anschaulicher, wie die in dem Ganzen thätige Kraft auch jeden Theil, selbst wenn er losgelöst ist, noch beseelt, und die parabolischen

Bahnen der Tropfen stellen neben den individuellsten Abweichungen von einer Hauptform doch den Ausdruck eines bestimmten einheitlichen Gedankens dar.

Die Brechung und Spiegelung, welche das Licht durch jeden dieser Tropfen erfährt, deren Art und Weise durch die in jedem Tropfen vorgehenden Schwingungen noch näher bestimmt wird, vermehren die Mannigfaltigkeit und Lebendigkeit des Eindruckes, ohne aus der Grundeinheit herauszutreten. Der schwache, fast unmerkliche Ton, welchen die Tropfen durch ihre Wechselwirkung mit der Luft erwecken, der stärkere plätschernde Schall, den sie durch ihren Fall hervorbringen, schließen sich den Lichteindrücken so innig an, daß wir dadurch eine harmonische Erregung unserer beiden edelsten Sinne erfahren, während zu gleicher Zeit die rastlose Thätigkeit, die im Wechsel des Stoffes doch stets dasselbe Wesen erhält und in allen Schwingungen der Gestalt dieselbe unverändert bewahrt, uns eine unmittelbare Anschauung des gesammten Naturlebens bietet.

Wenn sich das Wasser in einer Rinne oder einem Kanal bewegt, 296
ein Fall, den die Natur selber mit unzähligen Abwechselungen überall hervorbringt, so wird seine Geschwindigkeit an der Oberfläche durch den Widerstand der Luft, an Boden und Seitenwänden durch den Reibungswiderstand vermindert. Dies ist zwar nicht eigentlich Reibung des Wassers an dem festen Körper, sondern eine Verschiebung der Wassertheilchen an einander. Doch auch schon diese Verschiebung bereitet Hindernisse, und so kommt es, daß die stärkste Bewegung des Wassers an keiner seiner Gränzen liegt, sondern im Innern des Wasserkörpers, jedoch ziemlich nahe unter der Oberfläche, da die Reibung gegen die Luft den geringsten Widerstand verursacht.

Eine Folge hievon ist, daß eine an einem Ende beschwerte hölzerne Stange, welche in stehendem Wasser senkrecht schwimmt, sich in dem fließenden schräge stellt.

Zufolge des seitlichen Widerstandes hebt sich auch das Wasser ein wenig in der Mitte des Stromes, so daß dessen Querschnitt eine ausgewölbte Oberfläche zeigt. Diese Hebung wird um so größer, je flacher die Ufer des Stromes sind, und oftmals hat bei Flüssen der Art das Wasser an den Ufern gar keinen Theil mehr an der fließenden Bewegung. Ebenso ist auch, wo der Boden eine Vertiefung zeigt, das Wasser fast gänzlich in Ruhe unter dem darüber hingleitenden Strome.

Die Seiten und der Boden eines Flusses werden oftmals durch 297

das Wasser merklich ausgegraben, denn wenn sich die Breite des Bettes oder dessen Tiefe vermindert, so trifft das Wasser mit seinem Stoß auf das Hinderniß und sucht eine Durchschnittsfläche des Bettes herzustellen, welche der nächstvorhergehenden an Größe gleich ist.

Wenn andererseits die Beschaffenheit des Bodens und der Ränder ein Ausspülen nicht gestattet, so vermehrt sich die Geschwindigkeit des Wassers, und das ist der Grund, weshalb das Wasser zwischen den Brückenpfeilern, welche die Breite des Bettes einschränken, entweder größere Tiefe hat oder größere Geschwindigkeit annimmt. Wo zwischen der Festigkeit des Bodens und der ausspülenden Kraft des darüber hinschießenden Wassers ein richtiges Verhältniß besteht, da hat man ein constantes Strombette.

298 Wenn die Seiten des Kanales geradlinig und parallel sind, so muß auf diese natürlich die ausspülende Wirkung des Wassers am geringsten sein. Wo dagegen der Fluß eine Bucht macht, wo also der ganze Stoß auf das eine Ufer geführt wird, da bemerkt man, daß diese dem Stoß ausgesetzte Seite im Verhältniß zur Geschwindigkeit und Tiefe des Wassers und je nach der Festigkeit des Bodens mehr oder weniger ausgespült wird.

Wo die Festigkeit der Seiten nicht hinreichenden Widerstand leistet, wird der Fluß breiter, aber auch die Tiefe geringer, weshalb man auch die Furth des Stromes an der breitesten Stelle suchen muß.

Aus demselben Grunde erscheinen die Flüsse von gleichem Inhalt breiter im Schuttlande als auf festem Felsenboden.

Wo der Fluß schmal ist und in Folge dessen geschwinder fließt, gräbt er sich tiefer ein, um den gleichen Querschnitt wieder herzustellen. Dadurch wird an solchen Stellen alles lockere und feinkörnige Material fortgeführt und hernach wieder abgesetzt, wo das Wasser langsamer fließt.

Aehnliche Absätze geschehen am unteren Ende der Strömung, wenn dort die bisherige Bewegung auf irgend eine Weise gehemmt ist. So haben an der Mündung meistens die Flüsse ihre geringste Geschwindigkeit, die noch außerdem durch den Widerstand des Meeres geschwächt wird. Der Absatz, selbst des feinsten Sandes, ist hier eine gewöhnliche Erscheinung. Deshalb bilden sich Sandbänke in den Mündungen der Flüsse, oder wenn Ebbe und Fluth im Strombette aufwärts dringen, wie dies bei der Ebbe der Fall ist, selbst höher hinauf in dem Flußbette.

Macht man auf einer solchen Stelle durch Eindämmen das Flußbett enger, so gräbt das Wasser sich selber einen tieferen Pfad, allein die Sandbank wird dadurch nur an eine andere Stelle versetzt. Auch wo ein Fluß in den anderen fällt, besonders unter großen Winkeln, vermindert sich oftmals die Geschwindigkeit des Wassers und giebt Anlaß zur Entstehung von Sandbänken.

In allen Fällen, wo das Wasser, durch seinen Stoß und sein 299
Gewicht auf den Umfang eines Rades wirkend, als bewegende Kraft dient, oder wo ein sich drehendes Rad, auf Wasser stoßend, sich, und was mit seiner Axe verbunden ist, vorwärts bewegt, mithin bei allen Wassermühlen und Dampfschiffen, sowie in dem einfacheren Falle, wo ein schaufelartiges Ruder gegen Wasser angedrückt wird, hat der Zusammenstoß des Wassers und des festen Körpers eine praktische Bedeutung, und wenigstens die einfachsten Fälle dieses Zusammenstoßes verdienen untersucht zu werden.

Es ist von selbst klar, daß an der Stelle des Zusammenstoßes die Wirkung ganz dieselbe ist, mag sich der feste oder der flüssige Körper allein, oder aber mögen sich beide in gleichem oder entgegengesetztem Sinne bewegen, wenn nur die algebraische Summe ihrer Geschwindigkeiten jedesmal dieselbe ist. Aus diesem Grunde braucht im Folgenden immer nur von der Geschwindigkeit des Wassers die Rede sein, indem der feste Körper als ruhend betrachtet und die ganze Geschwindigkeit des Zusammenstoßes, die mit h bezeichnet werden soll, dem Wasser beigelegt wird.

Wenn sich nun im senkrechten Stoß gegen eine feste Ebene zwei Wasserströme mit den Geschwindigkeiten h und H bewegen, so führen sie auch verschiedene Massen m und M gegen die Ebene, die sich aber wie Parallelepipede von gleicher Grundfläche mit den Höhen h und H, mithin ebenso wie die zugehörigen Geschwindigkeiten verhalten, $m : M = h : H$. Da sich nun in allen Fällen die Wirkungen durch das Product der Masse und der Geschwindigkeit ausdrücken, so verhalten sich die Stöße der beiden Wasserströme wie $hm : HM$, oder nach der obigen Proportion wie $h^2 : H^2$, das heißt: *Die Wirkungen des senkrechten Zusammenstoßes eines festen und flüssigen Körpers verhalten sich bei gleicher Stoßfläche wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.*

Dies Gesetz gilt jedoch nur unter Voraussetzung gleichartiger oder wenigstens gleichwuchtiger Flüssigkeiten, denn schon für Meer- und Flußwasser, deren Dichtigkeit verschieden ist, muß es fehlerhaft sein.

Sind die beiden Ströme aus Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit gebildet, und das Verhältniß dieser Dichtigkeiten ist durch die Zahlen d und D ausgedrückt, so verhalten sich die Wirkungen der beiden Stöße wie $h^2 d : H^2 D$.

Geschieht der Flüssigkeitsstoß gegen Ebenen von verschiedener Größe, f und F, so ändert sich dadurch zwar nicht die Geschwindigkeit des Stoßes, aber die Größe der wirksamen Masse. Die Massen sind alsdann Prismen von den Höhen h und H, den Grundflächen f und F, das heißt, sie verhalten sich zu einander wie $hf : HF$. In diesem Falle werden also die gesammten Wirkungen beider Stöße sich zu einander verhalten wie $h^2 df : H^2 DF$.

Wenn die Flüssigkeit nicht senkrecht gegen die Ebene stößt, sondern unter einem Winkel x, so trifft auf dieselbe nicht mehr der ganze Strom, sondern nur der Theil desselben, der eine senkrechte Ebene treffen würde, welche sich zu f verhielte wie sin. x zu 1. Da ferner die Richtung des Stoßes den Winkel x mit der Ebene bildet, so verhält sich auch dessen Wirkung zu der, welche ein gleich großer senkrechter Stoß ausüben würde, wie sin. x : 1, und daher ist die ganze Wirkung des schiefen Stoßes zu der ganzen Wirkung des senkrechten im Verhältniß von $\sin.^2 x : 1$.

Im Allgemeinen also verhalten sich zwei Flüssigkeitsstöße, bei denen alle in Betracht kommenden Momente verschieden sind, zu einander wie

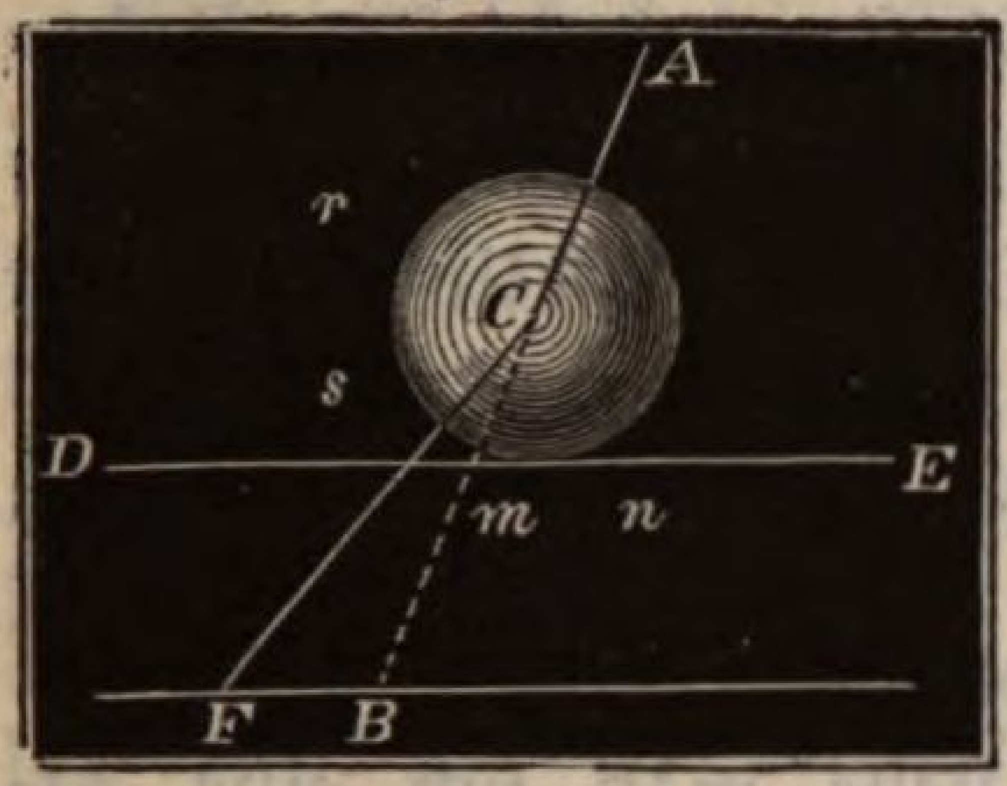
$$d f (h \sin. x)^2 : D F (H \sin. X)^2.$$

Hiebei aber ist wohl zu merken, daß trotz der Einfachheit des gesetzten Falles dennoch durch die mancherlei eigenthümlichen Bewegungen, welche sich bei dem Zusammenstoß der Flüssigkeiten mit festen Körpern erzeugen, und die niemals in Rechnung gezogen werden können, beträchtliche Abweichungen von dem Gesetze bei den vergleichenden Versuchen sich zeigen. Und da nun überdies in den meisten Fällen auch noch andere als die angeführten Momente auf die Verschiedenheit des Erfolges einwirken, so zwingt uns die Beweglichkeit des Elementes, der die Rechnung nicht folgen kann, fast überall, nur durch Erfahrung die Wirkungsgrößen aufzufinden, welche zu bestimmten gegebenen Verhältnissen passen.

300 Wenn ein in Bewegung begriffener Körper aus einem Raume in einen anderen übergeht, der mit einem entweder dichteren oder weniger dichten Stoffe angefüllt ist, als der vorige, so wird, wenn er nicht etwa senkrecht auf die Trennungsfläche beider Stoffe trifft,

die Richtung der Bewegung verändert. Ist AB, Fig. 188, die

Fig. 188.



Richtung, mit welcher eine Kugel C sich gegen die Oberfläche DE hin bewegt, in der die oben befindliche Luft sich von dem unten befindlichen Wasser scheidet, so werden die gegen mn gewendeten Theile eher auf einen Widerstand treffen, als die gegen rs gewendeten, so daß mittlerweile die Bewegung leichter in waagerechter als in senkrechter Richtung vor sich geht. Die Kugel muß deshalb so lange, bis sie ganz unter Wasser gekommen ist, eine krumme Linie beschreiben, und in dem Augenblicke, wo sie unter Wasser kommt, einer anderen geraden Linie CF folgen, welche eine Tangente zu dem letzten Punkte der krummen Linie ist und von der Senkrechten mehr abweicht als die ursprüngliche.

Ist der Winkel, unter welchem der bewegte Körper die Oberfläche trifft, sehr spitz, so wird der Körper nicht mehr in das Wasser eindringen, sondern zurückgeworfen werden, wie man es an der auf dem Wasser tanzenden Kanonenkugel gewahrt.

Geht der Körper auf dieselbe Weise aus einem dichteren Stoffe in den minder dichten über, so erhält er dadurch eine Richtung, die einen kleineren Winkel mit der Senkrechten macht als die ursprüngliche.

Bewegung luftiger Körper.

In gewissen Beziehungen läßt sich die Luft mit den Flüssigkeiten 301
zusammenstellen, und insoweit folgt sie auch denselben Gesetzen, jedoch mit der näheren Bestimmung, welche aus ihrer großen Ausdehnsamkeit und Zusammendrückbarkeit folgt.

Luftströme müssen, gleich Wasserströmen, im Verhältniß der Quadrate ihrer Geschwindigkeiten wirken, denn wächst die Geschwindigkeit, so wächst auch in gleichem Maaße die anstoßende Masse. Nur zufolge dieses Gesetzes kann man sich den großen Unterschied zwischen den Wirkungen heftiger und minder heftiger Winde erklären, da eine im Verhältniß 1, 2, 3 vergrößerte Geschwindigkeit in den Wirkungen das Verhältniß 1, 4, 9 zeigen muß.

Dagegen lehrt die Erfahrung, daß das oben entwickelte Gesetz, wonach die Wirkungen zweier Flüssigkeiten von verschiedener Dich-

tigkeit sich diesen Dichtigkeiten gleich verhalten, keine Anwendung leidet, wenn man wahre Flüssigkeiten mit der Luft vergleicht. Die Wirkung der Luft ist entschieden größer, als sie nach diesem Gesetze sein sollte. Die im Anstoß geschehende Zusammendrückung und dadurch vermehrte Dichtigkeit der Luft ist vielleicht die Ursache dieser Erscheinung.

302 Um die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit welcher die Luft in einen leeren Raum strömen würde, der groß genug wäre, sich durch die Einströmung nicht merklich zu füllen, stelle man sich eine Atmosphäre ohne Zusammendrückbarkeit, also von überall gleicher Dichtigkeit vor, die im Stande ist, an dem Meeresspiegel einen Druck von 29 Zoll Quecksilberhöhe zu tragen, was sehr wenig von dem mittleren Barometerstande zu 760 Millimeter abweicht. Diese Atmosphäre würde eine Höhe von 25,288 Fuß haben. Hätte sie nun unten Gelegenheit, in einen leeren Raum auszuströmen, so würde sie dabei dieselbe Geschwindigkeit annehmen, die ein Körper erlangt, wenn er 25,288 Fuß herabfällt. Dies giebt, wo der Fallraum der ersten Secunde zu $15\frac{5}{8}$ Fuß angenommen werden kann, eine Geschwindigkeit von 1257 Fuß in der Secunde.

Mit derselben Geschwindigkeit muß aber auch die ausdehnsame Luft der Atmosphäre ausströmen, wenn diese einer solchen Quecksilberhöhe das Gleichgewicht hält, und ebenso jede eingeschlossene Luft, die eine unveränderliche Spannkraft hat, mit welcher sie 29 Zoll Quecksilber tragen kann.

Wächst nun die Spannkraft der atmosphärischen Luft, so wächst auch ihre Dichtigkeit in demselben Grade, und da also mit der vermehrten Kraft auch die zu bewegende Masse sich vermehrt, so muß die atmosphärische Luft in jeder Spannung dieselbe oben genannte Ausflußgeschwindigkeit behalten.

Dies Gesetz ist ganz übereinstimmend mit demjenigen, welches für den Ausfluß wahrer Flüssigkeiten gilt, denn auch bei diesen bewirkt die verschiedene Dichtigkeit keinen Unterschied in der Ausflußgeschwindigkeit. Bei Vergleichung der verschiedenartigsten flüssigen Körper im weitesten Sinne des Wortes gilt also das Gesetz, daß die Geschwindigkeiten des Ausströmens stets wie die Quadratwurzeln aus den Druckhöhen sich verhalten. Nur eins ist bei der Anwendung dieses Gesetzes auf die Luft wohl zu bemerken, daß nämlich, gerade weil die Geschwindigkeit dieselbe bleibt, mit der Dich-

tigkeit auch das Gewicht oder die Menge der ausströmenden Luft zunimmt.

Während bei den Flüssigkeiten die verschiedene Dichtigkeit im 303
Wesentlichen nur abhängig ist von der Stoffverschiedenheit, so sahen wir oben die verschiedene Dichtigkeit der Luft nur aus dem verschiedenen Drucke entspringen, indem für alle solche Bestimmungen zunächst eine gleichförmige Temperatur vorausgesetzt wird. Allein auch bei den luftigen Stoffen bringt die Stoffverschiedenheit unter gleichem Drucke eine verschiedene Dichtigkeit oder Wucht hervor, welche hier, zum Unterschiede von der durch Druck bedingten Dichtigkeit, als Wucht bezeichnet werden muß.

Will man nun die Geschwindigkeit des Ausströmens einer beliebigen Luftart auffinden, so braucht man bloß ihre Wucht zu kennen und daraus zu berechnen, eine wie hohe Säule bei vorausgesetzter, überall gleicher Dichtigkeit erfordert wird, um der Atmosphäre das Gleichgewicht zu halten. Je geringer die Wucht der Luftart, desto größer die Höhe dieser Säule. Bei verschiedenen Luftarten unter gleichem Drucke verhalten sich also die Geschwindigkeiten des Ausströmens umgekehrt wie die Quadratwurzeln des Zahlenausdrucks ihrer Wucht. Will man diesen Fall, wie den obigen, mit den wahren Flüssigkeiten vergleichen, so sind Luftarten von verschiedener Wucht bei gleichbleibendem Drucke als Flüssigkeitssäulen zu betrachten, deren Höhen sich umgekehrt verhalten wie die Wuchtzahlen der beiden Luftarten.

Ist demnach die Wucht einer Luftart 4 Mal geringer als die der atmosphärischen Luft, so ist ihre Geschwindigkeit beim Ausströmen 2 Mal so groß. Sauerstoff, dessen Wucht ungefähr 16 Mal so groß ist als die des Wasserstoffes, hat also bei gleichem Drucke nur ein Viertheil der Ausflußgeschwindigkeit des letzteren.

Bei chemischen Versuchen, namentlich bei der Benutzung der Wasserstoffflamme, wünscht man oft ein Ausströmen von Wasserstoff und Sauerstoff in dem Maaßverhältniß von 2 : 1 zu erhalten. In diesem Falle muß nach den oben festgestellten Grundsätzen bei gleichem Drucke nicht die Oeffnung für den Wasserstoff, sondern die für den Sauerstoff 2 Mal so groß sein als die andere, weil bei gleichen Oeffnungen ein 4 Mal so großes Maaß Wasserstoff ausströmen würde.

Ist der Wasserstoff minder rein, also von etwas größerer Wucht, so muß das Verhältniß darnach berechnet werden.

Nach denselben Grundsätzen muß man nun auch die durch Tem-

peraturverschiedenheit bewirkte verschiedene Wucht der Gase beurtheilen, denn dieselbe Luft unter gleichem Druck, aber verschieden warm, zeigt größere Unterschiede der Wucht, als erfahrungsmäßig die Gase von verschiedenen Stoffen.

Eingeschlossene warme Luft strömt also schneller aus als kalte, denn bei gleichem Drucke ist die Dichtigkeit geringer; und wird durch erhöhten Druck die Dichtigkeit gleich erhalten, so ist die Spannkraft größer. Warme und kalte Luft verhalten sich also vor diesem Gesetze durchaus wie zwei verschiedene Luftarten.

304 Da man in Wirklichkeit den leeren Raum nicht hat, in welchen nach der Voraussetzung die Luft einströmen sollte, so ist der zunächst liegende wirkliche Fall das Ausströmen einer eingesperrten Luft, deren gesteigerte Dichtigkeit man unverändert beibehält, in die Atmosphäre.

Heißt die Spannkraft der Atmosphäre k, die gesteigerte Spannkraft der eingesperrten Luft k + k′, so verhalten sich zufolge des Mariottischen Gesetzes die Dichtigkeiten den Spannkräften gleich, also $d : D = k : k + k'$. Der Ueberschuß der einen Spannkraft über die andere, nämlich k′, ist darnach: $k' = k \frac{D - d}{d}$. Dieser Ueberschuß ist der Ausdruck der bewegenden Kraft bei dem Ausströmen. Da sich nun die Wirkungen oder die Größen der Bewegung ebenso verhalten wie die bewegenden Kräfte, so ist $k : k' = mh : M.H$, wenn m und M die ausströmenden Massen, h und H ihre respectiven Geschwindigkeiten bedeuten. Die Masse einer ausströmenden Luft ist aber um so größer, je dichter sie ist und je schneller sie sich bewegt. Daher verhalten sich die Massen derselben wie die Producte aus Dichtigkeit und Geschwindigkeit, $m : M = d.h : DH$.

Dadurch wird $k : k' = dh^2 : DH^2$, und wenn man für k′ seinen obigen Werth $k \frac{D - d}{d}$ einführt, so erhält man die Geschwindigkeit des Ausströmens der eingesperrten Luft durch den Ausdruck

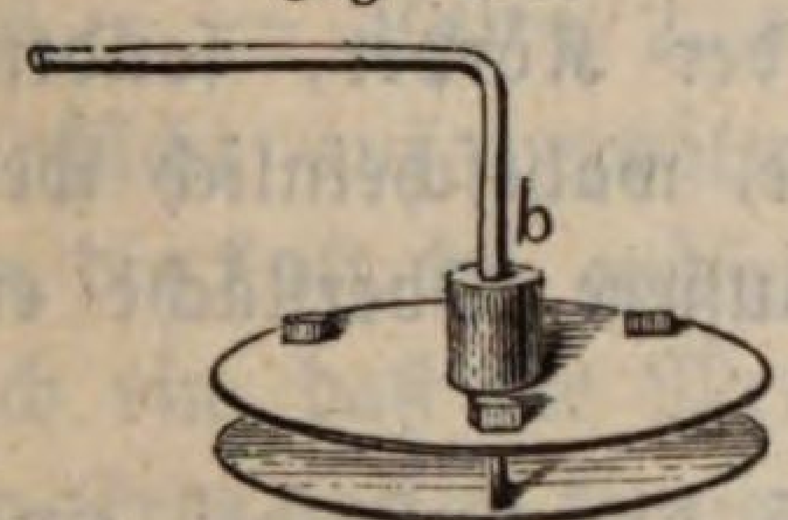
$$H = h \sqrt{\frac{D - d}{d}}.$$

305 Das Ausströmen der Luft ist übrigens denselben hindernden und verändernden Wirkungen ausgesetzt, wie der Ausfluß des Wassers. Bei dem Ausströmen durch Oeffnungen in einer dünnen Platte findet man die wirklich ausgeströmte Masse zu 0,62 der berechneten. Durch kurze in der Oeffnung angebrachte Röhren kann man die Wirkung

vergrößern und durch zweckmäßige Formen derselben sie der berechneten beinahe gleich erhalten. Lange Röhren dagegen vermindern die Geschwindigkeit in hohem Grade, und man hat gefunden, daß durch eine Röhre von 9000 Fuß Länge ein kräftiger Blasebalg seinen Druck kaum fortsetzen konnte. Er war kaum im Stande, ein Licht auszublasen, und die Wirkung kam erst nach zehn Minuten an.

Treibt man die Luft aus einer Röhre, deren Oeffnung in einer 306
breiten Platte, Fig. 189, sich befindet und mit einer leichten Platte aus Kartenpappe oder dergleichen Stoffen bedeckt ist, so wird die ausströmende Luft nicht, wie wenn sie aus einer gewöhnlichen Röhre kommt, die Platte fortblasen, sondern sie nur wenig entfernen und in einem ganz kleinen Abstande schwebend erhalten.

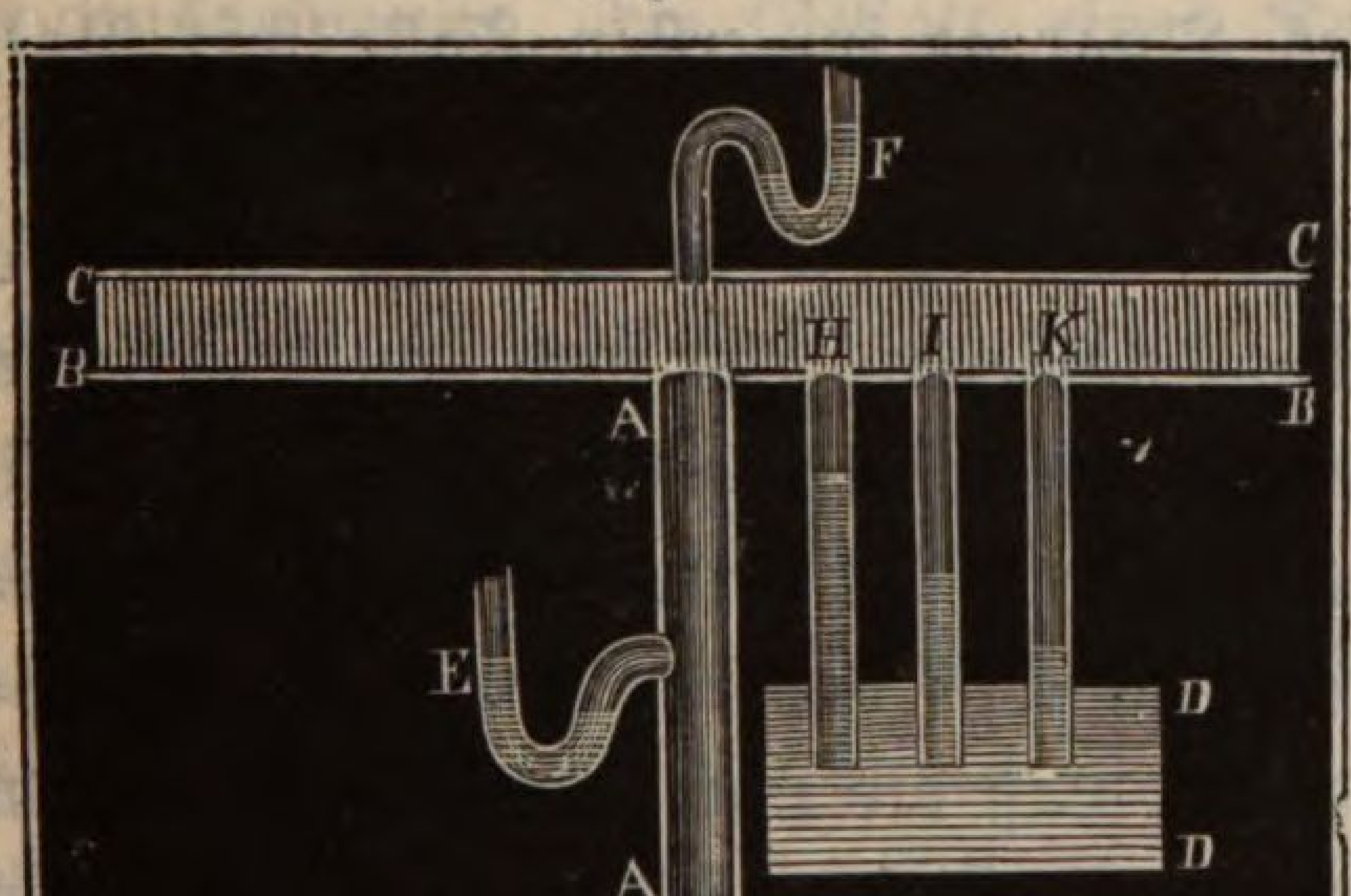
Fig. 189.



Versucht man es, die Platte weiter davon zu entfernen, so wird sie deutlich zurückgezogen. Den Grund dieser Erscheinung muß man darin suchen, daß die ausströmende Luft durch ihre erlangte Fahrt sich in dem Raume zwischen beiden Platten ausbreitet und dadurch verdünnt. Indessen findet die Verdünnung und der dadurch verminderte Druck nicht nach den Grenzen der Platten hin statt, sondern hauptsächlich in der Nähe der Oeffnung. Diese Thatsache wird durch nachfolgenden Versuch bekräftigt.

Sei AA. Fig. 190, ein Theil der Ausströmungsröhre, BB die Platte, worin die Mündung der Röhre befindlich ist, CC die Deckplatte. Bei E und F sind gebogene Röhren mit einer Flüssigkeit, um die zufälligen Veränderungen in den Spannkräften zu zeigen. Die drei Röhren H, I, K, deren obere Mündung mit dem Raume zwischen den beiden Platten communicirt, tauchen ihre untere Mündung in ein Gefäß mit Wasser, DD. Das Steigen des Wassers in diesen Röhren deutet an, daß die Spannkraft der Luft zwischen beiden Platten großentheils geringer ist als die der Atmosphäre, und zwar am geringsten an den Stellen, welche der Mündung am nächsten liegen.

Fig. 190.



307 Der Widerstand der Luft gegen Körper, welche sich in ihr bewegen, verhält sich natürlich ebenso, wie die Wirkung eines Luftstromes, der mit derselben Geschwindigkeit gegen einen ruhenden Körper anstieße, und folglich bei verschiedenen Geschwindigkeiten wie die Quadrate derselben.

Dieses quadratische Verhältniß gilt jedoch nicht für sehr große Geschwindigkeiten, sondern nur für solche, die 200 Fuß in der Secunde nicht übersteigen. Auch steht der Widerstand nicht ganz in demselben Verhältnisse, wie die Oberflächen der Körper, sondern wächst in etwas stärkerem Verhältnisse als diese, wahrscheinlich weil das seitliche Entweichen der Luft durch die äußere Oberfläche erschwert wird.

Man kann nach Versuchen annehmen, daß die Luft bei einer Geschwindigkeit von 1 Fuß in der Secunde mit ungefähr $^1/_{500}$ Pfund auf den Quadratfuß drückt. Da nun die Wirkungen wachsen wie die Quadrate der Geschwindigkeit, so geben 10 Fuß Geschwindigkeit $\frac{100}{500} = {}^1/_5$ Pfund, 100 Fuß Geschwindigkeit $\frac{10000}{500} = 20$ Pfund auf jeden Quadratfuß u. s. w. Diese Zahlengrößen passen jedoch nur für ebene Oberflächen, gegen welche die Luft senkrecht wirkt. Gegen eine Kugelfläche von 1 Fuß Durchmesser ist der Widerstand bei 1 Fuß Geschwindigkeit nur $^1/_{1600}$ Pfund; gegen hohle Oberflächen größer als gegen ebene. Man findet den Widerstand in Pfunden ausgedrückt, wenn man die in Fußen angegebene Geschwindigkeit der Secunde quadrirt, und dies Quadrat im ersten Falle mit 500, im letzten mit 1600 dividirt.

Steigt die Geschwindigkeit über 200 Fuß in der Secunde, so wächst der Widerstand in einem stärkeren als dem quadratischen Verhältnisse, jedoch ziemlich regelmäßig bis ungefähr zu 1100 Fuß, wo derselbe in einem noch viel stärkeren Verhältnisse zu steigen beginnt. Dieser Zuwachs des Widerstandes bei sehr großen Geschwindigkeiten rührt wahrscheinlich daher, daß die Luft vor dem bewegten Körper nicht schnell genug nach den Seiten hin ausweichen kann und dadurch verdichtet wird.

308 Zufolge des großen Verhältnisses, in welchem der Widerstand mit der Geschwindigkeit wächst, wird es für jeden Körper eine gewisse Geschwindigkeit der Bewegung in der Luft geben, welche er nicht übersteigen kann, wenigstens nur sehr kurze Zeit.

Diese Geschwindigkeit ist erreicht, wenn der Widerstand gleich

dem Gewichte des Körpers ist. Denkt man sich eine Kugel von 100 Pfund Gewicht und 1 Fuß Durchmesser, so kann diese mit ihrer Bewegung in der Luft nicht über 400 Fuß Geschwindigkeit beibehalten, denn $\frac{400^2}{1600}$ ist gerade $= 100$. Wöge eine Kugel von gleichem Durchmesser 200 Pfund, so könnte man ihre größeste Geschwindigkeit x finden, indem man setzt $\frac{x^2}{1600} = 200$, woraus folgt, daß $x = 400 \sqrt{2}$ oder ungefähr 566 Fuß, wobei jedoch nicht Rücksicht auf verhältnißmäßig größeren Widerstand genommen ist, den die Luft bei größeren Geschwindigkeiten leistet. Man sieht demnach ein, daß die Meteorsteine nicht mit der großen Geschwindigkeit zur Erde fallen können, die man erwarten sollte, wenn man bloß auf ihre Fallhöhe Rücksicht nähme. Gleichfalls sieht man leicht ein, daß, je kleinere Oberfläche ein Körper darbietet, und je größeres Gewicht er hat, desto größer auch die Geschwindigkeit ist, die er erlangen kann. In dem letzteren Satze liegt auch ein Ausdruck der Erfahrung, daß von gleich gestalteten Körpern derjenige die größeste Geschwindigkeit erlangen kann, der die größeste Wucht hat. So kann z. B. eine Eisenkugel keine so große Geschwindigkeit erlangen, als eine Bleikugel.

Auf dem Widerstande der Luft beruht auch der Gebrauch des 309
Fallschirmes. Dieser besteht aus einer großen Oberfläche entweder von Seidenzeug oder feiner Leinwand, welche so eingerichtet ist, daß sie, ausgespannt, die Gestalt eines Regenschirmes annimmt. Von verschiedenen Punkten des Umkreises zieht man Schnüre nach der Stelle, wo sich der Körper befindet, dessen Fall man verlangsamen will. Während des Falles entfaltet sich der Schirm und bietet der Luft eine große Fläche dar. Ein Fallschirm von 16 Ellen Durchmesser in der Oeffnung würde eine Oberfläche von mehr als 100 Quadratfuß überspannen, so daß ein Mensch, der mit dem Fallschirme zusammen 200 Pfund wöge, damit niedersteigen könnte, ohne einen Druck von mehr als $\frac{1}{4}$ Pfund auf jeden Quadratfuß auszuüben. Die Fallgeschwindigkeit x kann also nicht größer sein, als $\frac{x^2}{500} = \frac{1}{4}$ oder $x = \sqrt{125}$, ungefähr 11 Fuß in der Secunde, was eine geringere Fahrt ist, als man erhält, wenn man aus 2 Fuß Höhe herunterspringt. Inzwischen ist es doch wahrscheinlich, daß die Geschwindigkeit eines solchen Fallschirmes noch

geringer sein muß, weil die eingewölbte Oberfläche größeren Widerstand leistet als eine ebene.

310 Die Anwendung der Luft als bewegende Kraft, sowohl für Schiffe, als für Mühlen, ist bekannt genug. Was die Schiffe betrifft, so bedarf es keiner näheren Erklärung, daß der Wind ein Schiff in derselben Richtung vorwärts treiben kann, als worin er weht.

Daß aber ein Schiff auch durch Seitenwind vorwärts kommen kann, lehrt folgende Betrachtung.

Dem Seitenwinde wird das Segel nicht ganz, sondern nur mehr oder weniger, je nach Bedürfniß, entgegengewendet. Deshalb trifft der Wind schief auf die Segelfläche, und um seine Wirkung zu beurtheilen, muß man ihn in zwei Kräfte zerlegt denken, deren eine dem Segel parallel ist, also verloren geht, während die andere senkrecht gegen das Segel wirkt, also vollständig zur Thätigkeit kommt. Diese letztere Kraft denkt man sich wieder in zwei andere zerlegt, deren eine das Schiff vorwärts treiben will, in der Richtung des Kieles, während die andere es seitwärts drängt. Da nun das Schiff so gebaut ist, daß es in der Richtung vorwärts vom Wasser den möglichst geringen Widerstand erfährt, und in der Richtung seitwärts den möglichst großen, und da das Steuerruder diese Stellung des Rumpfes gegen den doppelten Schub dauernd erhalten kann, so folgt das Schiff dem Schub nach vorn möglichst vollständig, dem Schub nach der Seite aber nur in sehr geringem Maaße.

Die Stellung der Segel, wonach man sie dem Seitenwinde etwas entgegenwendet, nennt man Brassen. Regel der Seeleute ist es, die Segel so wenig als möglich zu brassen. Hat aber das Schiff mehrere Masten, also mehrere Segel hinter einander, so ist es zugleich die Aufgabe, die Stellung der Segel so zu wählen, daß eine möglichst große Leinwandfläche zur Wirksamkeit komme und nicht ein Segel das andere decke.

Die Wirkung des Windes auf Windmühlen ergiebt sich einfach bei dem Anblick einer solchen. Wenn die Mühle in Gang gesetzt werden soll, wird sie nämlich so gestellt, daß die Richtung des Windes senkrecht auf der Ebene steht, in der sich die Flügel bewegen, und da die Segel, auf welche der Wind wirkt, schief vor den Wind gestellt sind, so kann man die Kraft in mehrere andere auflösen, deren eine die Flügel in Bewegung setzt. Der große Abstand von der Axe, in welcher der Wind zum Theil wirkt, macht, daß sich die Flügel mit großer Kraft und Geschwindigkeit umdrehen. Letztere

hilft zugleich, die Mühle in einem ziemlich gleichförmigen Gange zu erhalten, da die Flügel als Schwungrad wirken.

Es versteht sich, daß hiermit nur das erwähnt worden, was für die Wirkung der Luft, als bewegender Kraft, das eigentlich zu Grunde liegende ist, indem man alle anderen mitwirkenden Umstände, die in Betracht kommen könnten, ganz übergangen hat.

Durchdringung der Gase (Diffusion).

Die Erfahrung zeigt, daß gemengte Gase bei ruhigem Stehen 311
sich nicht trennen, mögen sie an Wucht auch noch so verschieden sein; im Gegentheil, selbst Gase, die bloß in Berührung mit einander stehen, vermischen sich, auch wenn das minder wuchtige zu oberst befindlich ist und die übrigen Umstände die Vermischung nicht begünstigen. Verbindet man z. B. zwei Flaschen, deren eine mit Wasserstoff, die andere mit Kohlensäure gefüllt ist, durch eine enge Röhre so mit einander, daß die Wasserstoffflasche mit abwärts gekehrter Mündung über die Flasche mit Kohlensäure zu stehen kommt, so werden die beiden Gase nach einigen Stunden beide Flaschen mit einem gleichartigen Luftgemenge angefüllt haben, obgleich der Wasserstoff, dessen Wucht nur $1/_{22}$ von der der Kohlensäure ist, ein starkes Bestreben haben mußte, den obersten Raum zu behaupten. Man kann sich die Sache so vorstellen, als ob das eine Gas zwischen den Theilen des anderen zahllose Zwischenräume treffe, welche sich gegen das neu hinzukommende als leer verhalten, obgleich sie sich gegen das andere Gas selbst nicht als solche verhielten. Das Ausströmen in solche Zwischenräume müßte dann viel langsamer geschehen, als in einem zusammenhängenden luftleeren Raume. Es versteht sich, daß diese Vorstellungsweise nur als eine Hülfe für die Auffassung, nicht als eine sichere Darstellung der eigentlichen Natur des Dinges benutzt wird.

Man hat die hier behandelte Wirkung, deren nähere Bestimmun- 312
gen nun dargestellt werden sollen, die Diffusion, Durchdringung der Gase genannt, weil sich die Erscheinungen so verhalten, als ob das eine Gas das andere durchdringe.

Die Geschwindigkeit, mit welcher Gase, die unter gleichem Drucke 313
stehen, einander so durchdringen, verhält sich wie ihre Strömungsanlagen in Bezug auf den luftleeren Raum, nämlich wie die Einheit, dividirt mit der Quadratwurzel der Wucht (§. 303). Die

besten Versuche, welche wir hierüber haben, sind die, welche das Ausströmen in die Atmosphäre betreffen. Ein Beispiel wird die Art und Weise des Versuches am besten verdeutlichen. Eine enge Glocke, die oben mit einem dichten Propf verschlossen ist, durch welchen ein Haarröhrchen geht, dessen oberstes Ende zugeschmolzen ist, wird über Quecksilber oder Wasser mit Wasserstoff gefüllt. Wenn die Flüssigkeit außen und innen gleich hoch steht, öffnet man das Haarröhrchen durch Abbrechen der zugeschmolzenen Spitze. Jetzt wird man sehen, wie die Flüssigkeit, den gewöhnlichen Gesetzen des Luftdruckes gerade zuwider, in der Glocke steigt; allein damit das Gleichgewicht des äußeren und inneren Druckes nicht gestört werde, hält man durch Zugießen die Flüssigkeit außen und innen gleich hoch. Das Steigen wird sich viele Stunden hindurch fortsetzen und endlich ein Stillstand eintreten. Man wird dann finden, daß aller Wasserstoff sich in der Atmosphäre vertheilt hat, wogegen ein gewisses geringeres Maaß atmosphärischer Luft eingedrungen ist. Dieses wurde von Graham in einem Versuche zu $\frac{1}{3{,}83}$ des entwichenen Wasserstoffes gefunden. Die Wucht der atmosphärischen Luft ist 14,4 Mal die des Wasserstoffs, und $\sqrt{\frac{1}{14{,}4}} = \frac{1}{3{,}7947}$ weicht von dem Resultat der Erfahrung nicht stärker ab, als die Unvollkommenheiten, die man nur schwierig von den Versuchen entfernen kann, zu erklären vermögen. Versuche mit manchen anderen Gasen haben ähnliche Ergebnisse geliefert und das Gesetz bekräftigt.

Statt eines kann man in diesen Versuchen mehrere Haarröhrchen, ja einen ganzen porösen Pfropf setzen, wozu Gyps sehr brauchbar ist. Den Raum, worin man einen solchen haben will, sperrt man von dem übrigen hohlen Theile gehörig ab und füllt ihn mit einem Brei aus Wasser und gebranntem Gyps, welcher bald fest wird. Man kann das Austrocknen des fest gewordenen Pfropfes durch eine mäßige Wärme befördern. Der Gyps muß unter den Versuchen nicht auf's Neue naß werden, sonst wird er luftdicht. In Graham's oben genannten Versuchen war es ein Gypspfropf, durch welchen Wasserstoff und die anderen Gase mit der Atmosphäre in Gemeinschaft standen; allein mit den besprochenen feinen Haarröhrchen können dieselben Versuche angestellt werden.

314 Wenn man bei den hier beschriebenen Versuchen die Flüssigkeit außen nicht immer ebenso hoch hält, als die innen befindliche,

so hört damit keineswegs die Wirkung auf. Man sieht z. B. das Quecksilber innen mehrere Zoll über das außen befindliche steigen, wenn das Haarröhrchen sehr fein ist. Aber der ungleiche Druck kann natürlich nicht ohne Einfluß auf die Mengenverhältnisse bleiben und stört dadurch die Beobachtung des Gesetzes.

Gemengte Gase von ungleicher Wucht werden auch durch das 315
langsame Zusammenströmen der Gase getrennt. Eine unten zugeschmolzene Glasröhre wurde oben mit einem Kork geschlossen, in dessen Durchbohrung ein beiderseits offenes Röhrchen von $\frac{1}{8}$ Zoll Durchmesser steckte, und mit gleichen Maaßen Kohlensäure und Wasserstoff gefüllt. Sie war in 150 gleiche Theile getheilt, so daß das Maaß jedes der beiden Gase 75 betrug. Nach Verlauf von 10 Stunden enthielt die Röhre 4,65 Wasserstoff, 45 Kohlensäure 100,35 atmosphärische Luft; es waren folglich von 75 Maaß Wasserstoff 70,35, von 75 Kohlensäure nur 30 fortgegangen. Manche Versuche mit anderen Gasen lieferten ähnliche Ergebnisse.

Aehnliche Versuche ohne Gemeinschaft mit der Atmosphäre wurden 316
mit einer Einrichtung angestellt, die aus einer Flasche von 5,2 Kubikzoll Inhalt und einer Röhre von $\frac{1}{8}$ Zoll Durchmesser bestand, welche die abwärts gekehrte Mündung der Flasche mit dem obersten Theil einer Glocke von 37 Kubikzoll Inhalt verband. In einem Versuche war die obere mit gleichen Maaßen reinen Wasserstoffs und schweren Kohlenwasserstoffs, die untere mit Kohlensäure angefüllt. Nach Verlauf von 10 Stunden enthielt die Flasche etwas von allen drei Gasen; nachdem aber die Kohlensäure war entfernt worden, fand sich das Verhältniß von Wasserstoff zu schwerem Kohlenwasserstoff wie 3,1 : 22.

Man könnte durch diese Erfahrungen zu dem Gedanken verleitet 317
werden, daß zwei oder mehrere vermengte Gase, wenn sie mit der Geschwindigkeit ausströmen, die ein überwiegender Druck giebt, jedes seinem Ausströmungsbestreben folgen müßten, so daß z. B. von einem Gemenge aus gleichen Maaßen Sauerstoff und Wasserstoff 4 Maaß des letzteren für jedes einzelne Maaß des ersteren ausströmen müßten (§. 313). Inzwischen dürfte man doch auf der anderen Seite erwarten, daß beide Gase während einer Bewegung, die mit einigermaaßen merklicher Geschwindigkeit geschähe, stark auf einander einwirken und eine gemeinschaftliche Mittelgeschwindigkeit annehmen müßten. Dies scheint auch durch das Knallgasgebläse bewiesen zu werden, bei dem ein Gemenge von einem Maaße Sauer-

stoff und zwei Maaßen Wasserstoff mit unverändertem Verhältniß der Gemengtheile auszuströmen scheint. Einige andere zufällige Erfahrungen über strömende Gasgemenge sprechen für dieselbe Meinung. Um der Wichtigkeit der Sache willen habe ich jedoch in Verbindung mit Professor E. Scharling Versuche mit einem Gemenge von Wasserstoff und Kohlensäure angestellt, bei denen sich zeigte, daß das Ausströmen das Verhältniß der Gemengtheile nicht veränderte, ungeachtet sich ihre freien Ausströmungsgeschwindigkeit wie $1 : \sqrt{22}$ oder ungefähr wie 1 : 7 verhalten.

318 Graham setzte zwei weite Glasröhren mit Gypspfropfen, die eine gefüllt mit Stickstoff, die andere mit schwerem Kohlenwasserstoff, mit einander in Gemeinschaft, so zwar, daß zwischen den beiden mit Gyps verpfropften Mündungen ein gebogenes Rohr angebracht wurde; diese beiden Gase hatten dieselbe Wucht, allein dessenungeachtet gingen sie in einander über, so daß nach 24 Stunden beide Röhren vollkommen dasselbe Luftgemenge enthielten.

319 Ueber die Verhältnisse, in denen Gase von ungleicher Wucht einander durchdringen, vermißt man bis jetzt bestimmte Versuche; allein da sie sich mit ungleichen Geschwindigkeiten in ihre gegenseitigen Räume drängen und aufhören müssen, wenn auf beiden Seiten gleiches Mengenverhältniß ist, so kann man dieselben leicht berechnen.

320 Die eigenthümlichen Adhäsionserscheinungen poröser Körper, von gleicher Natur wie die chemischen Erscheinungen, üben noch eine andere Wirkung aus. Wird eine mit Steinkohlengas nur theilweise gefüllte feuchte Blase in eine Glocke mit Kohlensäure eingeschlossen, so wird ein großer Theil dieses Gases in die Blase eindringen, ohne daß diese auch nur angenähert ebenso viel Steinkohlengas verlöre. Die Blase wird nach und nach selbst bis zum Zerplatzen gespannt. Dies ist eine Folge der Mitwirkung des Wassers, denn sonst sollte das Steinkohlengas, das viel geringere Wucht hat als die Kohlensäure, in größerer Menge ausströmen, als jenes einströmt.

Eine ähnliche Wirkung geschieht durch ein bloßes Flüssigkeitshäutchen, in welchem keine Poren aufgewiesen werden können. Eine Flasche mit weiter Oeffnung, welche ungefähr 4 Loth Wasser aufnehmen kann, aber bloß atmosphärische Luft enthält, wird an der Mündung so mit starkem Seifenwasser bestrichen, daß sich ein Häutchen bildet, und dann unter eine Glocke mit Stickstoffoxydul gesetzt. Die Seifenblase wird sehr schnell nach außen hin anschwellen, zum

Zeichen eines Uebermaaßes eingedrungener Luft, und bald wird sie so stark ausgedehnt werden, daß sie in Regenbogenfarben spielt.

Kugeln, die man aus Kautschuk bläst, gestatten gleichfalls manchen Gasen einen leichteren Durchgang als anderen, ohne sich nach der Wucht zu richten. Mitchell fand z. B., daß die Kohlensäure in 5 Mal so kurzer Zeit eindrang, als der reine Wasserstoff, dessen Durchdringung sonst so leicht geschieht. Eine chemische Verschiedenheit muß in allen diesen Fällen mitwirken. Man hat mit einiger Wahrscheinlichkeit angenommen, daß die Gase unter den hier berichteten Versuchen sich in den Häuten zu Flüssigkeit verwandeln und innerhalb wieder verdampfen. Diese Verhältnisse können von den früher beschriebenen geschieden werden, wenn man sie bis weiter chemisch bewirkte Durchdringungen nennt.

Dämpfe, die übrigens von den Gasen nur durch ihren leichteren 321
Uebergang zur Flüssigkeit verschieden sind, sind gleichfalls beiden hier besprochenen Wirkungen unterworfen. Wasserdämpfe, welche vom Wasser oder einer anderen Flüssigkeit aufsteigen, durchdringen die Luft gleich den verschiedenen Gasen. Unter den merkwürdigen Beispielen chemisch bewirkter Durchdringung der Dämpfe kann Sömmering's Erfahrung angeführt werden, daß wasserhaltiger Weingeist, der in einem mit Blase überzogenen Glase enthalten ist, viel mehr Wasserdampf als Weingeistdampf fahren läßt, so daß der Weingeist dadurch viel stärker wird. Ein junger Rheinwein, den man einige Monate in einem mit Blase verbundenen Hafen stehen läßt, wird in der Zeit ebenso stark als viel ältere Weine, und ebenso frei von Säure, da der Wein durch Verlust seines Wassers zugleich einen großen Theil des Vermögens, Weinstein aufzulösen, verliert.

Auch zwischen Flüssigkeiten findet die Durchdringungswirkung 322
statt. Zur Untersuchung hierüber hat man als poröse Körper Häutchen sowohl aus dem Thier-, als aus dem Pflanzenreiche, Gyps, gebrannten Kalk, den Zwischenraum zwischen den Seitenwänden eines Glases und des Quecksilbers benutzt. Zwei gleich weite Röhren, welche nur durch Poren oder enge Röhrchen mit einander in Gemeinschaft stehen, sind zu solchen Versuchen sehr brauchbar.

Wenn die Auflösung eines Salzes in Wasser in der einen von 323
zwei solchen Röhren und in der anderen reines Wasser sich befindet, und beide bis zu gleicher Höhe gefüllt sind, wird ein bedeutendes

Maaß Wasser in die Auflösung übergehen und diese verdünnen, wogegen das Wasser etwas von dem Salze empfangen wird. Während des Versuches wird die Auflösung höher als das Wasser zu stehen kommen, woraus man sieht, daß diese Wirkung bis zu einem gewissen Grade die Kräfte überwinden kann, auf denen das mechanische Gleichgewicht beruht. Auch Zucker und Gummi passen vortrefflich zu diesen Versuchen. Wird eine starke Auflösung eines Stoffes in Gemeinschaft mit einer verdünnteren gesetzt, so wird ein Theil des in der letzteren vorhandenen Wassers in jene und dagegen etwas von dem aufgelösten Stoffe jener in diese übergehen.

324 Auch bei diesen Durchdringungen der Flüssigkeiten können die Seitenwände der Oeffnungen einen in ihrer Natur begründeten Einfluß ausüben; wird z. B. Wasser und Weingeist durch eine Blase geschieden, so wird es hier gleichwie bei ihren Dämpfen gehen, daß mehr Wasser von der einen, als Weingeist von der anderen Seite eindringt, so daß die Flüssigkeit auf der Seite des Weingeistes steigt; bestehen dagegen die Scheidewände aus Kautschuk, so ist das Durchdringen des Weingeistes am stärksten. Diese Wirkungen sind demnach auch chemische Durchdringungen (§. 320).

Dutrochet, welcher viel über die hier genannten Gegenstände gearbeitet hat, ohne jedoch unsere Kenntniß darüber bedeutend zu bereichern, hat der darin thätigen Wirksamkeit den Namen Endosmose gegeben, und früher benannte er die beiden entgegengesetzten Richtungen dieser Thätigkeit als Endosmose und Exosmose. Diese Ausdrücke sind viel gebraucht worden, haben aber in der allgemeinen Naturlehre als Namen einer selbstständigen Wirkung keine Rechtfertigung gefunden, wogegen sie vielleicht bei den Anwendungen gebraucht werden können, die man von unserer Lehre in den Untersuchungen über Pflanzen- und Thierreich machen kann.

Man sieht leicht, daß die Lehre von den Durchdringungen auf der Gränze zwischen dem mechanischen und chemischen Theile der Naturlehre steht, und vielleicht bei größerer Ausbildung ihren vornehmsten Platz in der letzteren erhalten dürfte.

Die Hindernisse der Bewegung.

325 Es ist schon früher besprochen, daß eine jede Bewegung unverändert fortfahren würde, wenn nicht eine äußere Kraft sie aufhöbe oder veränderte, und daß bei einer jeden Bewegung gewisse Hinder-

nisse stattfänden, welche, wenn auch keine andere Kraft wirkte, dennoch nach und nach sie aufhören machen müßten. Diese Hindernisse können auf drei Hauptabtheilungen zurückgeführt werden, nämlich:

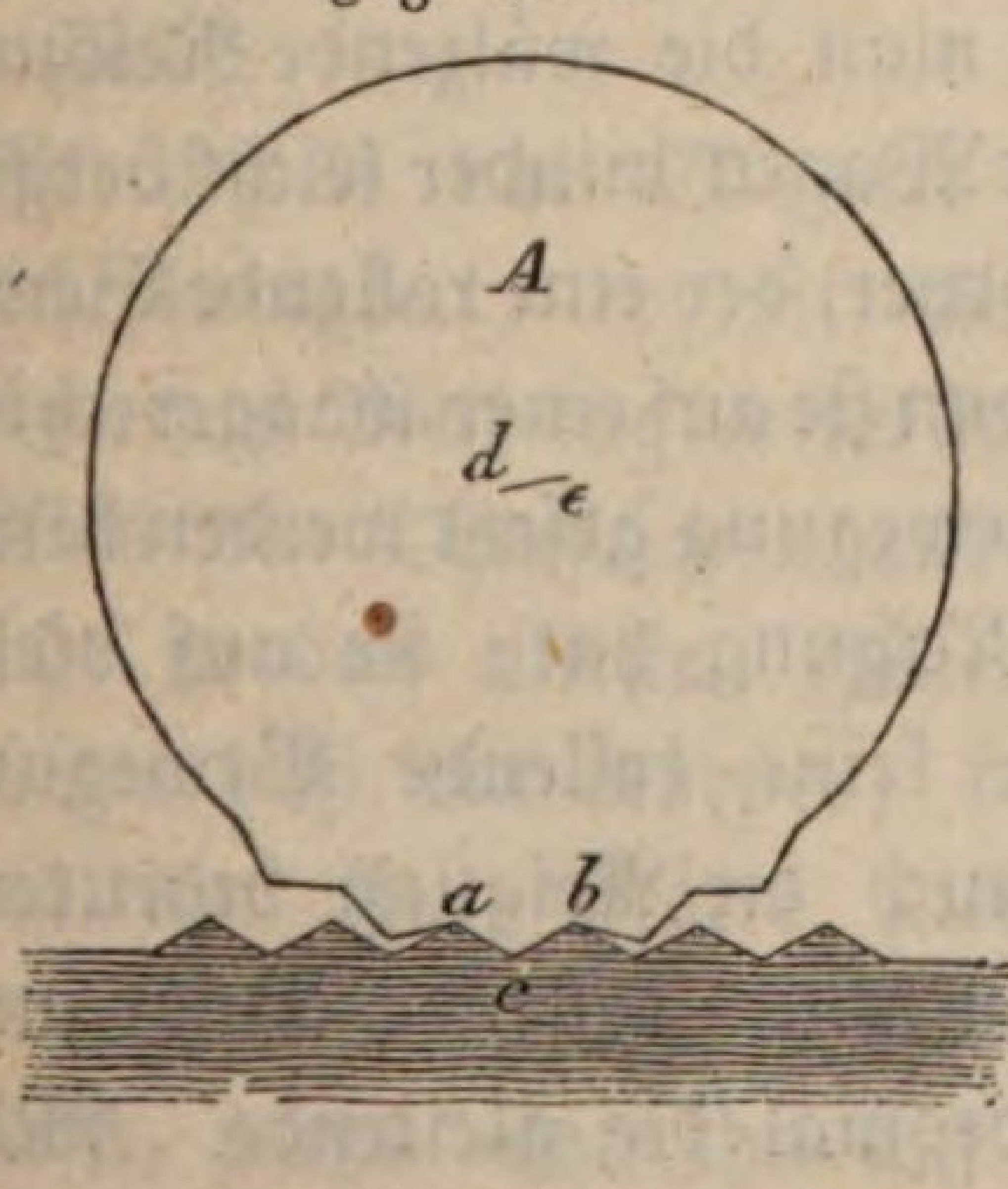
1) Widerstand des Stoffes, der den Raum erfüllt, worin die Bewegung geschieht, der Widerstand der Raumerfüllung. Da die Raumerfüllung, innerhalb welcher Bewegung auf Erden möglich ist, entweder eine Flüssigkeit oder Luft ist, so sind die Gesetze dieses Widerstandes in dem vorigen Abschnitt über Bewegung flüssiger und luftiger Körper enthalten.

2) Widerstand, welchen bewegte Körper erleiden, die in ihrer Bewegung gegen die Oberfläche anderer Körper gedrückt werden, sich gegen andere Körper reiben; der Reibungswiderstand oder die Reibung.

3) Widerstand, welchen biegsame Körper, wie Schnüre, Taue, Metalldrähte u. s. w. gegen ihre Beugung äußern, der Beugungswiderstand, welcher jedoch größtentheils auf Maschinen beschränkt ist, während die beiden anderen auch im Haushalte der Natur zur Wirksamkeit kommen.

Der Grund des Reibungswiderstandes liegt in den Unebenheiten 326
der Oberflächen, welche während der Bewegung in Berührung sind. Die Umstände, auf welche man besonders Rücksicht nehmen muß bei den Untersuchungen über den Reibungswiderstand, sind 1) die Natur der Bewegung, ob dieselbe nämlich rollend oder gleitend ist; 2) die Größe des Druckes, welcher zwischen den während der Bewegung sich berührenden Oberflächen stattfindet, dazu die Geschwindigkeit der Bewegung und endlich die Beschaffenheit der Oberflächen.

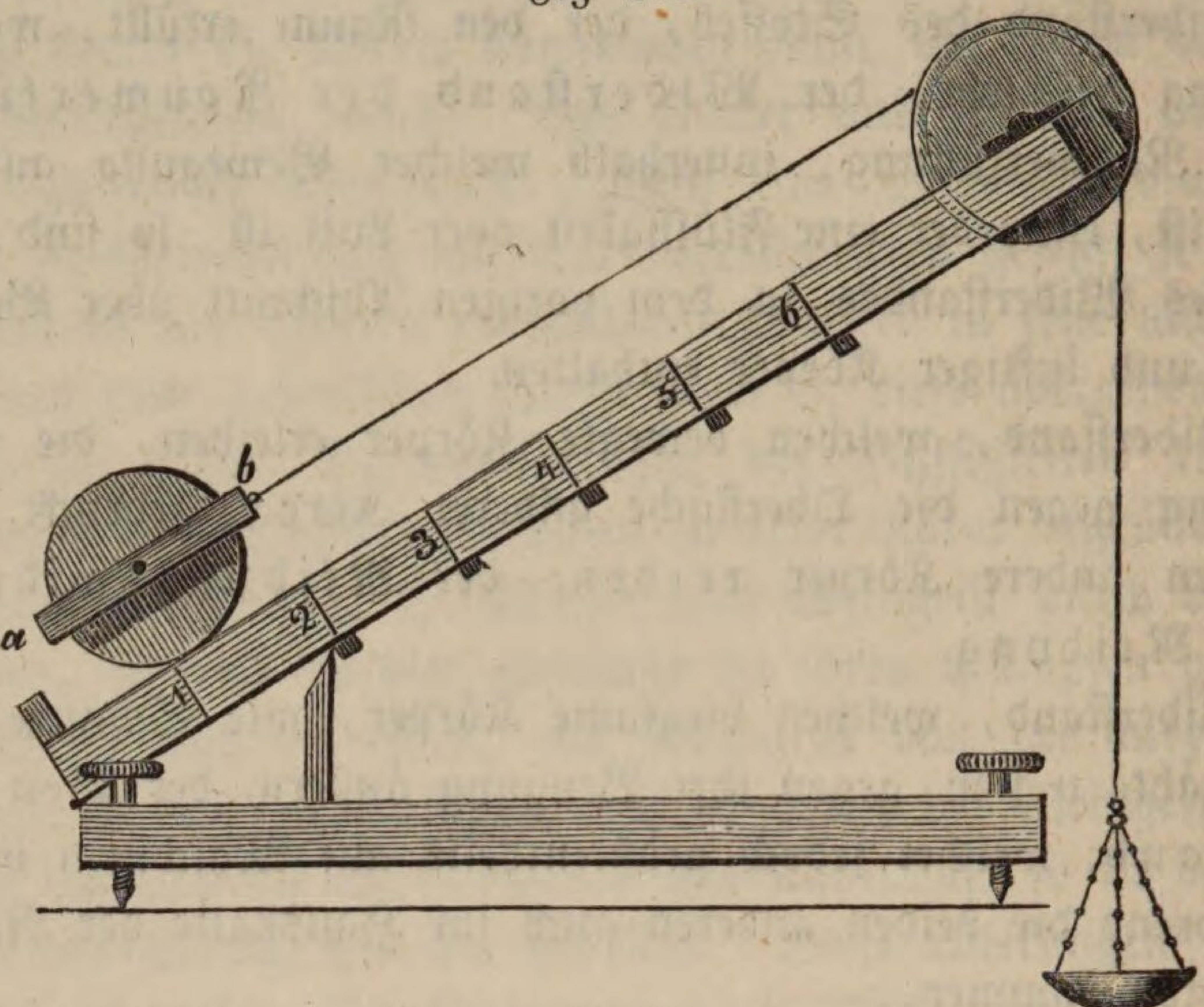
Fig. 191.



Wenn ein Körper A, Fig. 191, auf 327
einem anderen hinrollt, so werden die Unebenheiten der Oberflächen a, b, c beinahe senkrecht aus einander herausgehoben, so daß der Widerstand nur sehr gering im Verhältniß zu demjenigen ist, der hervorgebracht wird, wenn die Theile der Oberflächen auf einander hingleiten. Man kann leicht durch mannigfaltige Versuche den Unterschied in der Größe des Reibungswiderstandes

bei der rollenden und gleitenden Bewegung nachweisen. Man legt z. B. auf eine Schiefebene eine Walze, die sich um eine Axe dreht, deren Endpunkte in einer dazu bestimmten Gabel ab, Fig. 192,

Fig. 192.



befestigt sind, und durch eine Schnur, die über eine Rolle geht, setzt man sie in Gleichgewicht mit einem Gegengewichte. Wird so viel von dem Gegengewichte weggenommen, daß die Walze sich zu drehen beginnt, so kann man sie wieder dazu bringen, auf der Schiefebene liegen zu bleiben, wenn man die Walze hindert, sich um ihre Axe zu drehen, wodurch man die rollende Bewegung in eine gleitende verändert, und man sieht also, daß die Kraft, welche hinreichend war, den Reibungswiderstand bei der ersten Bewegung zu überwinden, nicht im Stande ist, denjenigen zu überwinden, welcher bei der anderen stattfindet. Eine einfache Anwendung dieses Satzes im täglichen Leben ist der Hemmschuh, durch den man die wälzende Reibung eines Rades in gleitende umsetzt, damit der Wagen minder leicht bergab laufe. Hierauf beruht es auch, daß ein Körper, der eine rollende Bewegung annehmen kann, z. B. eine Kugel, wenn sie auf einer waagerechten Ebene liegt, durch unbedeutende Kraft in Bewegung gesetzt werden kann, und daß, wenn die Ebene eine geringe Neigung hat, sie auf dieser hinabrollt; wogegen die Körper, welche keine rollende Bewegung annehmen können, liegen bleiben, wenn auch die Neigung bedeutend vergrößert wird. In so weit ein Körper eine rollende Bewegung annehmen kann, verschmäht er daher jedesmal die gleitende. Man

benutzt deshalb auch eine Schiefebene, welche unter verschiedene Winkel gestellt werden kann, um die Kraft zu messen, welche erfordert wird, den Reibungswiderstand für die gleitende Bewegung zu überwinden, man vergrößert nämlich den Neigungswinkel so lange, bis man den größesten Winkel gefunden hat, unter dem die Ebene geneigt werden kann, ohne daß der Körper hinabgleitet. Diesen Winkel mißt man, und nun weiß man (§. 74), daß sich das Fallbestreben auf der Schiefebene zum Drucke gegen dieselbe verhält, wie die Höhe der Schiefebene zu ihrer Grundlinie, oder wie der Sinus des Neigungswinkels zu seinem Cosinus, oder wie Tangens des Neigungswinkels zur Einheit, wodurch man also im Stande ist, die Kraft zu bestimmen, die erfordert wird, um die Reibung zu überwinden, welche durch die gleitende Bewegung bei verschiedenen Größen des Druckes der Geschwindigkeiten und der Oberflächen hervorgebracht wird.

Ein anderes Verfahren ist das, welches Coulomb anwendete, 328
um die Größe der Reibung zu finden. Er belegte nämlich einen Tisch, der aus sehr starken Balken zusammengesetzt war, mit zweien langen Streifen des Stoffes, der untersucht werden sollte. Oben darauf wurde ein gleichfalls aus starken Balken gefertigter Schlitten gesetzt, dessen Unterflächen auch mit Streifen des zu untersuchenden Stoffes belegt wurden; der Schlitten wurde mit Hülfe einer Schnur in Bewegung gesetzt, welche über eine Rolle ging, und am Ende eine Schale trug, wo hinein man die nöthigen Gewichte legte. Unter der Schale ist ein tiefes Loch gegraben, damit sie Gelegenheit habe, eine so große Strecke zu durchlaufen, als die Versuche erfordern.

Durch diese Versuche findet man, daß wenn alles Andere gleich 329
ist, der Reibungswiderstand sich gerade wie der Druck verhält.

Gleichfalls hat Morin durch seine Versuche gezeigt, daß die Geschwindigkeit, womit die Körper über einander hingleiten, die Größe des Reibungswiderstandes nicht vermehrt.

Was die Oberflächen anbetrifft, so hat man gefunden, daß ihre 330
Größe in den meisten Fällen keinen Einfluß auf die Reibung hat, sondern daß ein Körper, dessen Seitenflächen ungleich groß sind, wenn nur ihre Glätte gleich ist, stets denselben Widerstand zu überwinden hat, auf welche der Seitenflächen man ihn auch legt; so daß, wenn man ihn auf die Schiefebene bringt, man den Nei-

gungswinkel, bei dem das Hinabgleiten beginnt, unverändert für die verschiedenen Seiten finden wird. Nur wenn der Druck in Vergleich zur Oberfläche entweder sehr groß oder sehr klein war, fand Coulomb bei seinen Versuchen einen Einfluß der Größe der Oberflächen.

331 Dagegen hat natürlich die Glätte der Oberflächen und die Beschaffenheit des Stoffes, aus dem die Körper bestehen, einen außerordentlich großen Einfluß auf die Reibung; so ist es z. B., wenn Holz sich auf Holz bewegt, ein großer Unterschied, ob die Holzfasern in den Oberflächen unter der Bewegung senkrecht auf oder parallel mit einander gehen, und ob dieser Parallelismus der Richtung parallel oder darauf senkrecht ist.

Man pflegt die Größe des Reibungswiderstandes durch einen Bruch des Druckes auszudrücken, und die folgende Tabelle giebt einige Beispiele seiner Größe unter der Voraussetzung, daß keine der Oberflächen mit irgend welcher Schmiere eingeschmiert sei, welche durch eine Vermehrung der Glätte die Reibung mindert.

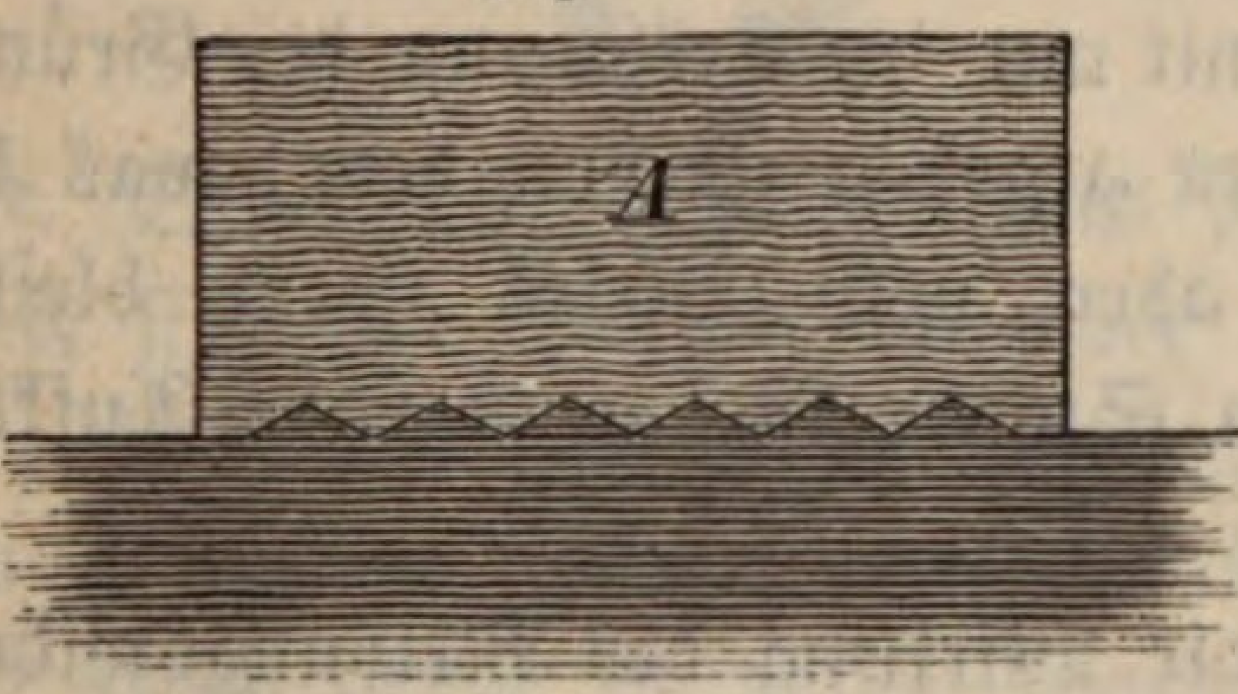
Eichen auf Eichen mit parallelen Fasern	0,48
Eichen auf Eichen mit senkrechten Fasern	0,336
Buchen auf Buchen mit parallelen Fasern	0,36
Schmiedeeisen auf Eichen	0,626
Gußeisen auf Eichen	0,490
Messing auf Eichen	0,620
Eichen auf Gußeisen	0,372
Gußeisen auf Gußeisen	0,152
Schmiedeeisen auf Gußeisen	0,194
Stahl auf Gußeisen	0,202
Messing auf Gußeisen	0,189
Schmiedeeisen auf Schmiedeeisen	0,138

332 Ein anderer Umstand, der in den meisten Fällen in hohem Grade die Größe des Reibungswiderstandes verändert, ist die Zeit, während welcher die Oberflächen mit einander in Berührung gewesen sind, ehe die Bewegung begann. So wird man sehen, daß, wenn Holz längere Zeit in Berührung gewesen ist, eine viel größere Kraft erfordert wird, um die Reibung zu überwinden, als im ersten Augenblicke der Berührung; gleichfalls ist die Reibung geringer unter der Bewegung als in dem Augenblicke, da sie beginnt. Dasselbe gilt auch von der Reibung von Holz und Metall; diese wächst nämlich lange Zeit durch die Berührung, so daß man selbst

nach Verlauf mehrerer Tage nicht sicher sein kann, daß sie ihren höchsten Punkt erreicht hat; dagegen gilt dies im Ganzen genommen nicht von Metall auf Metall. Man kann jedoch bemerken, daß im Allgemeinen sich diese Wirkung aufheben wird, indem man auf einen der Körper einen Stoß oder Schlag anbringt, wodurch eine Erschütterung hervorgebracht wird, so daß der Reibungswiderstand dadurch dieselbe Größe erhält als in dem ersten Augenblicke der Berührung.

Der Grund davon, daß der Reibungswiderstand mit dem Drucke 333
wächst, liegt darin, daß eine um so größere Kraft erfordert wird, um die Unebenheiten in den Oberflächen über einander hinaus zu heben, je größer der Druck ist, durch den sie in Berührung gehalten werden. In wie fern ein wirkliches Heben stattfinden muß, zeigt Figur 193. Die Größe der Oberflächen kann demnach keinen Einfluß haben, denn je mehr Unebenheiten sich finden, desto kleiner wird auch der Theil des Druckes, den jede von ihnen erleidet. Der Umstand, daß der Reibungswiderstand in gewissen Fällen bei außerordentlich großem Drucke verhältnißmäßig geringer wird, kann daraus erklärt werden, daß die Oberflächen sich wesentlich verändern, indem ein bedeutender Druck die Unebenheiten vermindert.

Fig. 193.



Bei sehr starkem Drucke wird zuweilen der Reibungswiderstand auch in größerem Verhältnisse vermehrt, was dann daher rührt, daß die beiden Oberflächen eine sehr verschiedene Härte haben, so daß die eine Fläche die andere ritzt. Der Grund zu den Ausnahmen, welche bei sehr kleinem Drucke stattfinden, liegt in der Wirkung des Anhaftens der Oberflächen (Adhäsion). Der Widerstand dieser Kraft gegen eine Bewegung parallel mit der Oberfläche ist nämlich sehr gering, und im Allgemeinen verschwindend gegen den Reibungswiderstand, und deshalb kann die Wirkung derselben sich nur bei sehr geringem Drucke, wo die Reibung klein ist, zeigen. Das Anhaften ist eine Anziehung, die nur in unendlich kleinem Abstande wirkt, und beruht also auf der Anziehung derjenigen Theile des Körpers, welche in unmittelbarer Berührung stehen, so daß kein auch noch so kleiner endlicher Abstand zwischen ihnen ist,

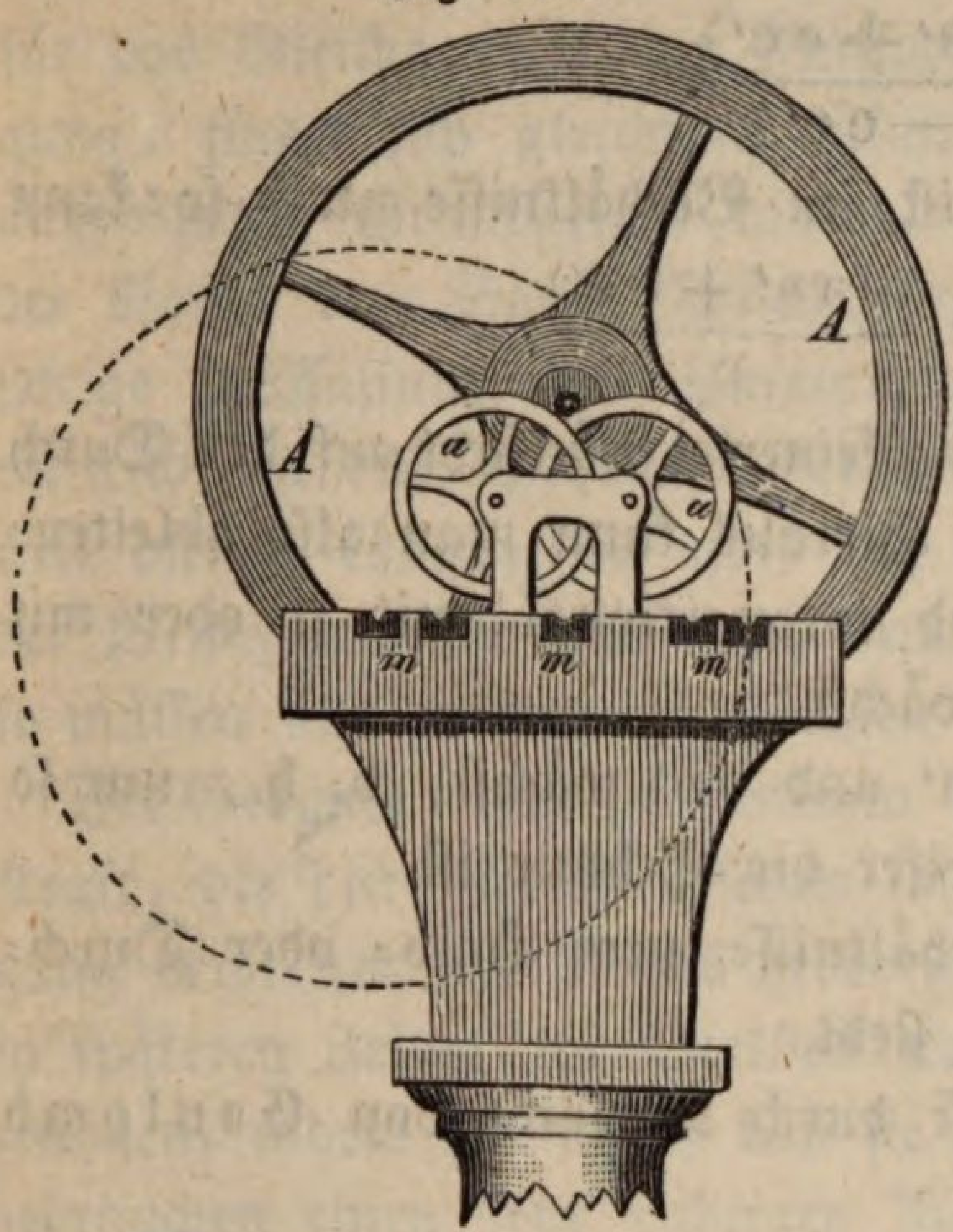
wie denn z. B. ein zwischen den Körpern befindliches Haar das Anhaften durchaus verhindert. Hieraus sieht man leicht ein, daß das Anhaften mit der Größe der Oberflächen wächst. Man könnte vielleicht auch mit Coulomb den feinen haarförmigen Unebenheiten, die sich auf gewissen Oberflächen, z. B. auf frisch gehobeltem Holze befinden, einigen Einfluß auf Bestimmung des Verhältnisses zwischen Wirkung und Größe der Oberfläche beilegen. Das Anhaften wird ferner auch vermehrt, wenn die Oberflächen längere Zeit in Berührung gewesen sind, weil dadurch nach und nach mehrere der Theile in unmittelbare Berührung kommen, und hierin muß man den Grund der im vorigen Paragraphen besprochenen Veränderungen der Größe derjenigen Kraft suchen, welche beim Beginnen der Bewegung erfordert wird, den Reibungswiderstand zu überwinden, und die sich nach der Zeit richtet, während welcher die Körper vor Anfang der Bewegung in Berührung gewesen waren.

Man sieht jedoch leicht, daß hiemit nur die Erklärung der Gründe des Wesentlichsten und Allgemeinsten gegeben ist von dem, was bei Reibungsversuchen vorgeht; daß aber noch Vieles übrig bleibt, worüber die Theorie noch nicht im Stande ist, genügende Aufklärung zu geben.

334 Wenn man in einer Maschine die Wirkung des Reibungswiderstandes berechnen will, so muß man, gleich wie bei jeder anderen Kraft, Rücksicht auf die Stelle nehmen, wo er wirkt, und danach sein Moment berechnen; so ist z. B. an einer Rolle die eigentliche Größe des Reibungswiderstandes gleich, mag der Zapfen dünn oder dick sein, weil die Größe der Oberfläche gleichgültig ist, allein seine Wirkung ist um so größer, je dicker der Zapfen ist, weil er in demselben Grade entfernter vom Ruhepunkte wirkt, woraus folgt, daß die Reibung mit einem größeren Momente wirkt.

Aus dem Vorhergehenden kann man nun leicht die Wirkung des sogenannten Frictionsrades AA (Fig. 194) erklären. Man gebraucht nämlich als Unterlage einer Axe, welche sich mit dem kleinst möglichen Reibungswiderstande bewegen soll, die Umkreise zweier Paare Räder, eines Paares aa für jedes Ende der Axe, welches also in der Vertiefung zwischen dem obersten Bogenpaar zu liegen kommt. Die Reibung, welche die Axe während ihrer Umdrehung hervorbringt, setzt die Räder in Bewegung, wodurch die Unebenheiten gleichsam auseinander herausgehoben werden, und der Reibungswiderstand ist aus dem gleitenden, wie er bei Zapfen und Axen immer ist, in einen rollenden verwandelt

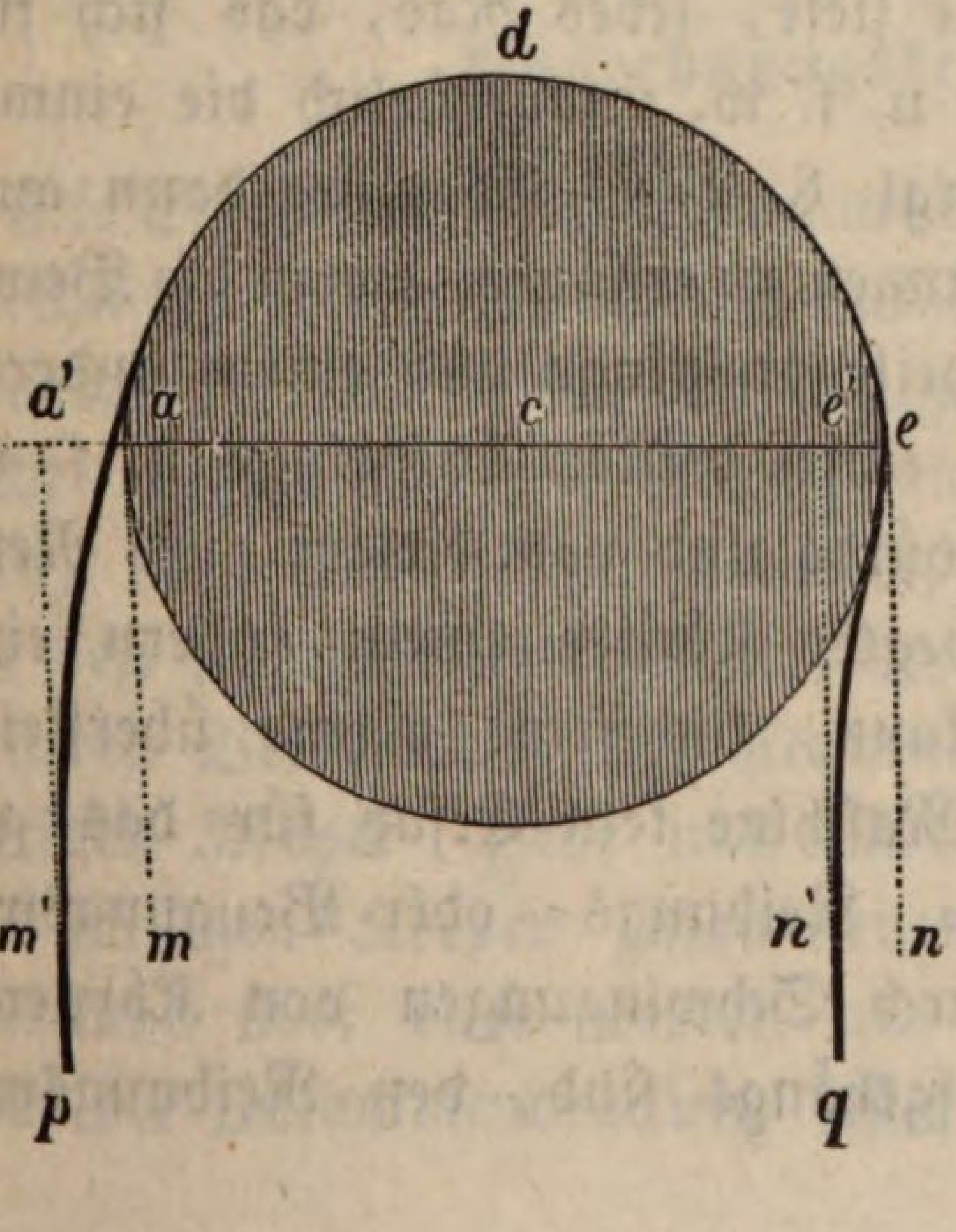
Fig. 194.



worden. Zwar bringt jede der Axen der 4 tragenden Räder einen Reibungswiderstand hervor, allein mit einem Momente, das viele Mal geringer ist, als wenn die Reibung gleich auf die Hauptaxe gewirkt hätte, wie es der Fall sein würde, wenn eins der Zapfenlager m m als Stütze der Axe des Hauptrades gewählt worden wäre.

Bei den Maschinen, wo man 335
Taue oder Schnüre anwendet, muß die Kraft außer dem Reibungswiderstande auch noch den Widerstand überwinden, den die Schnur gegen ihre Beugung äußert. Die Größe desselben wird auf folgende Weise gefunden. Man denke sich eine Schnur, die über einen Cylinder oder eine Rolle ade (Fig. 195) geht, deren Axe in c liegt, und welche sich in der Richtung von a nach e bewegt, an den Endpunkten der Schnur m und n sind gleich große Gewichte angebracht, und nun wird man sehen, daß man für den Widerstand der Schnur, um während der Bewegung das Gleichgewicht zu erhalten, ein Aufgewicht x hinzufügen muß, welches die Größe des Beugungswiderstandes ist, den man durch folgende Betrachtung bestimmen kann. Die Schnur a m wird

Fig. 195.



vermittelst des Widerstandes, den sie ihrer Beugung entgegensetzt, die Stellung a m′ annehmen, wodurch p veranlaßt wird, in dem Abstande c a + a a′ zu wirken; eben so sieht man ein, das e n die Stellung e n′ annimmt in Folge seines Bestrebens, seine Biegung zu behalten, und daß also q = p + x veranlaßt wird, in dem Abstande c e = e e′ zu wirken. Setzt man den Halbmesser der Rolle c a = r, so muß man, um Gleichgewicht wäh-

rend der Bewegung zu erhalten, haben: $(p+x)(r-ee') = p(r+aa')$.

Woraus folgt, daß $x = \frac{p(aa'+ee')}{r-ee'}$.

Da die Größe ee' sehr klein ist im Verhältnisse zu r so kann man annäherungsweise setzen $x = \frac{p(aa'+ee')}{r}$, wie denn auch in dieser Betrachtung keinerlei Rücksicht auf den Durchmesser der Schnur genommen ist. Hieraus kann man also ableiten:

1) daß der Beugungswiderstand proportional mit p oder mit den sogenannten Gewichten wächst,
2) daß er mit den Größen aa' und ee' wächst, d. h., um so größer wird, je dicker und steifer die Schnur ist.
3) daß er in umgekehrten Verhältnisse zum Halb- oder Durchmesser der Rolle oder Walze steht.

Die Richtigkeit dieser Gesetze ist durch Versuche von Coulomb und Anderen bestätiget worden.

Die Unmöglichkeit eines perpetuum mobile.

336 Manche, in die wahre Meinung der Bewegungslehre Uneingeweihte, haben sich bestrebt, eine Maschine zu erfinden, welche sich stets selbst in Bewegung erhalten sollte, ohne eine neue Einwirkung von außenher zu erhalten. Diesen Gegenstand ihres Nachdenkens haben sie mit dem schlecht gewählten Namen perpetuum mobile benannt. Wenn die überall vorhandenen Hindernisse der Bewegung nicht wären, so würde eine jede Kugel, welche in einer in sich selbst zurücklaufenden Rinne liefe, jedes Rad, das sich frei um seine Axe dreht, jedes Pendel u. s. w. unaufhörlich die einmal erhaltene Bewegung fortsetzen (vergl. §. 27). Es wäre dann auch leicht, mancherlei Maschineneinrichtungen zu ersinnen, worin die Bewegung, die von einem gewissen Theile ausginge und einem anderen mitgetheilt würde, von diesem an einen dritten überginge u. s. w. endlich dem ersten zurückgegeben würde und von diesem aufs Neue weiter ginge. Da aber kein bewegter Körper einem andern eine Größe der Bewegung ertheilen kann, die seine eigene übersteigt (§. 85), so kann innerhalb der Maschine kein Ersatz für das gewonnen werden, was durch Luft-, Reibungs- oder Beugungswiderstand (wenn man vielleicht durch Schwingungen von Körpern, die an Schnüren oder Federn aufgehängt sind, den Reibungswi-

derstand vermeiden wollte) verloren geht. In den Naturgesetzen für das Gleichgewicht der Flüssigkeiten und Gase und ihre Bewegung, findet sich gleichfalls Nichts, das eine Ausnahme von dem angeführten Grundgesetze macht, und es konnte sich auch zufolge der Natur der Sache Nichts dergleichen finden. Eine ganz einseitige Auffassung des Zusammenstoßes federnder Körper könnte vielleicht zu dem Gedanken verführen, daß dieser zu solchen Zwecken dienen könne, da aber die algebraische Summe der Größen der Bewegung vor und nach dem Stoße hier dieselbe ist (§. 273), so müssen alle zusammengehörigen Bewegungen dabei sich aufheben.

Der Gedanke eines perpetuum mobile setzt also voraus, daß die Kraft, die den Verlust ersetzen soll, den die Hindernisse der Bewegung bewirken, aus Nichts hervorgebracht werde. Diejenigen, welche in späteren Zeiten ihr Streben nach einem perpetuum mobile bezeichnen, indem sie sagen, daß sie einen Kraftvermehrer suchen, gebrauchen einen sehr richtigen Ausdruck, durch den aber auch die Ungereimtheit sogleich bezeichnet ist.

Man könnte ein perpetuum mobile anders als bisher auffassen, und sich die Aufgabe denken, in der Maschine Wärme, Elektricität, Magnetismus oder irgend eine uns noch unbekannte Kraft hervorzurufen, die wieder als bewegenden Kraft wirkte. So weit unsere Kenntnisse gehen, sehen wir zwar auch in diesen Kräften dieselben strengen Gesetze für das Verhältniß der Größen wie in der Bewegungslehre, aber die jetzigen Gränzen unserer Einsicht gestatten keinen strengen Beweis für die Unmöglichkeit der Lösung dieser Aufgabe.

Ausdehnungskraft der Körper.

Die Eigenschaft, sich zusammendrücken zu lassen und wieder aus- 337
zudehnen, wenn der Druck aufhört, ist zwar gemeinschaftlich für alle Körper, allein bei den luftigen ist sie so hervortretend, daß es nicht möglich ist, ihr Gleichgewicht und ihre Bewegung abzuhandeln, ohne unaufhörlich Rücksicht auf diese Eigenschaft zu nehmen, In den flüssigen und festen Körpern dagegen zeigt sie sich nur bei feineren Versuchen. Die Kenntniß von der Zusammendrückung der luftigen Körper giebt uns Mittel, die Kräfte zu messen, womit die flüssigen Körper zusammengedrückt werden müssen, und die Versuche über diese werden uns wieder Mittel darbieten, Etwas über die Zusammendrückung fester Körper zu bestimmen.

338 Zum Zusammendrücken der Flüssigkeiten gebraucht man eine Einrichtung wie sie in der Figur 196 dargestellt ist. Die Flüssigkeit, welche zusammengedrückt werden soll, ist in der Flasche enthalten, deren Hals aus einem feinen Haarröhrchen besteht, und bis zu einem Punkte im obersten Theil dieses Haarröhrchens gefüllt ist, wo ein kleines Quecksilber- oder Luftsäulchen die Flüssigkeit abschließt, was man indeß auch entbehren kann, wenn man die Mündung des Haarröhrchens nicht trichterförmig erweitert und ein kleines gläsernes Hütchen lose über die Oeffnung hängt. Längs der Röhre liegt ein Maaßstab; sie ist in einen weiten und starken Glascylinder a eingehenkt, der mit Wasser gefüllt wird. Damit dieses nicht in die Flasche hineinlaufe, ist das Quecksilbersäulchen oder das Hütchen erforderlich. Der Cylinder hat einen wohl aufgekitteten Messingdeckel mit zweien Oeffnungen; in der weiteren ist ein ausgeschliffenes Pumpenrohr f eingeschroben, dessen Stempel h mit einer Schraube lk, die durch den Deckel der Pumpenröhre geht, bewegt werden kann. In der andern Oeffnung des Cylinderdeckels ist ein Trichter d befindlich, welcher mit einem Hahne g verschlossen werden kann. Was in der vergrößerten Figur 197 mit c benannt ist, stellt ein oben geschlossenes Glasrohr dar, welches Luft enthält, deren Zusammendrückung während des Versuches als Kraftmaaß dient; es ist überall gleich weit und genau eingetheilt. Die Füllung des Apparates mit Wasser, geschieht durch den Trichter d während der Stempel h sich über der Seitenöffnung i des Pumpenrohrs befindet. Ist g geschlossen, so beginnt man den Versuch damit, daß man den Stempel in der Pumpenröhre niedertreibt, um die darunter befindliche Luft durch i auszujagen. Wenn das geschehen ist, sieht man nach, bei welcher Abtheilung am Maaßstabe die Flüssigkeit im Halse der Flasche steht, und treibt nun den Stempel hinab, so daß er auf das Wasser in dem Cylinder drückt. Dieses drückt wieder auf die Luft in dem Hütchen oder den Quecksilberindex der Haarröhre, welche diesen Druck der Flüssigkeit in der Flasche mittheilt. Durch den Druck von Innen würde die Flasche etwas erweitert werden, allein der Druck von Außen, welcher eben so groß ist, hindert es (§. 159). Der Druck auf das Wasser drückt auch die Luft in c zusammen. Sobald man den Punkt beobachtet hat, bis zu welchem der Druck die Flüssigkeit in der Flasche und die Luft in der Röhre gebracht hat, schraubt man den Stempel zurück, bis die Luft ungefähr denselben Raum wieder ein-

nimmt als vorher, worauf der Hahn g geöffnet wird. Nun da das Wasser auf's Neue unter dem gewöhnlichen Luftdrucke steht,

Fig. 196.

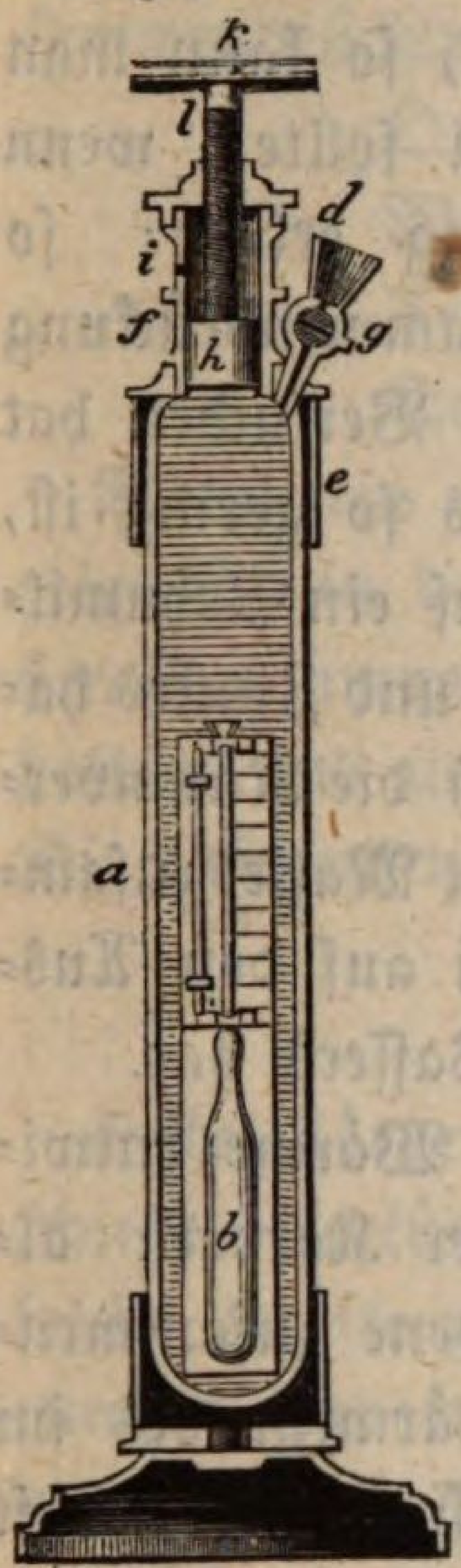
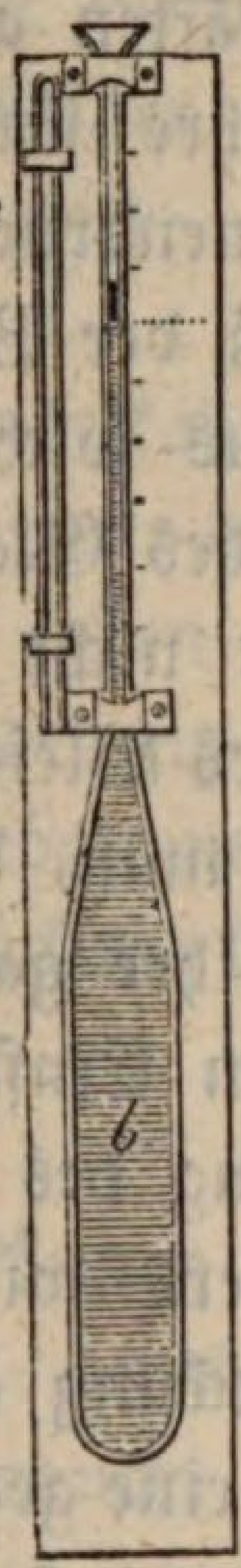


Fig. 197.



wird die Stellung der Flüssigkeit im Hals der Flasche wieder abgelesen, um zu sehen, ob sie bei derselben Höhe steht, als vorhin. Ist irgend welche Wärmeveränderung vorgegangen, so steht die Flüssigkeit nun bei einem anderen Punkte des Maaßstabes und man nimmt dann die Mittelzahl zwischen beiden Angaben als die an, welche in der Mitte des Versuches, da der Druck am größesten war, stattgefunden habe. Der Versuch zeigt augenblicklich, daß die Flüssigkeit zusammengedrückt wird. Um die Größe der Zusammendrückung zu bestimmen, muß man wissen, ein wie großer Bruchtheil des Inhalts der ganzen Flasche jeder auf dem Maaßstabe angegebene Theil des Halses ist. Dies muß vor dem Versuche aufgefunden worden sein, indem man wägt, wie viel Quecksilber die Flasche, und wie viel eine gewisse Länge der Röhre aufnimmt. Gewöhnlich nimmt man die Röhre so eng, daß jede Abtheilung nur ein oder einige Milliontheile des Ganzen beträgt. Der angewendete Druck wird nach der gefundenen Zusammendrückung in der Röhre c bestimmt. War darin die Luft auf $\frac{1}{5}$ zusammengedrückt, so zeigte dies einen Druck von 5 Atmosphären an. Da sie aber vor dem Versuche den Druck der Atmosphäre trug, so war ein Zuschuß von 4 Atmosphären gekommen.

Die Versuche über Zusammendrückung der Flüssigkeiten können 339
auch mit Flaschen ausgeführt werden, an denen die Röhre, die den Hals vorstellt, abgenommen und angesetzt werden kann, was man dadurch ausführt, daß die Röhre in einem durchbohrten, in der Flasche eingeschliffenen Pfropf befestigt wird. Man kann dann statt der Flasche einen Cylinder benutzen, in dessen weite Oeffnung ein eingeschliffener Pfropf hineinpaßt. Eines solchen Cylinders bedient man sich, um die Zusammendrückung fester Körper zu untersuchen. Das Verfahren hiebei ist folgendes. Man prüft zuerst die Zusammendrückung des Wassers in dem Geräthe, bringt dann

einen abgewogenen massiven Cylinder des Stoffes, der untersucht werden soll, in den Cylinder des Geräthes, und bestimmt, wie viel Wasser erfordert wird, um den übrigen Raum auszufüllen. Setzt man nun das Ganze den zusammendrückenden Kräften aus, so kann man berechnen, wie viel das Wasser in der Röhre sinken sollte, wenn der feste Körper durchaus keine Zusammendrückung erlitte; so viel nun das Wasser mehr sinkt, das muß der Zusammendrückung des festen Körpers zugeschrieben werden. Aus solchen Versuchen hat man gelernt, daß die Zusammendrückung des Glases so gering ist, sie sich nicht auf $1/2$ Milliontheil, vielleicht nicht auf ein Zehnmilliontheil beläuft. Die Zusammendrückung des Bleies und Zinnes haben gleichen Ausfall gegeben. Hieraus lernt man, daß die Raumverminderung, welche die Flasche dadurch, daß ihre ganze Masse zusammengedrückt wird, erleidet, keinen kenntlichen Einfluß auf den Ausfall der Versuche über die Zusammendrückung des Wassers hat.

340 Durch die Zusammendrückung des Wassers wird Wärme entwickelt. Dies geschieht bei der Zusammendrückung aller Körper; allein bei festen und flüssigen Körpern bringt eine gegebene zusammendrückende Kraft eine sehr geringe Erhöhung des Wärmegrades im Vergleich zu der Wärmeentwickelung hervor, welche sie bei der Luft erweckt. Für das Wasser beläuft sie sich nur auf $1/40$ Grad bei einer Zusammendrückung, welche 760 Millimetern Quecksilberdruck entspricht.

Hierin muß man den Grund davon suchen, daß die Zusammendrückung des Wassers sich nicht bei allen Wärmegraden gleich zeigt. Sie ist am größesten bei 0^{0} und nimmt mit steigender Wärme ab. Bei 4^{0}, wo eine kleine Vermehrung oder Verminderung der Wärme keine merkliche Veränderung des Raumgehaltes hervorbringt, findet man die Zusammendrückung durch einen Druck von 760 Millimetern zu 46,9 Milliontheilen. Je tiefer der Wärmegrad des Wassers darunter oder je höher er darüber liegt, desto mehr wächst der Raumgehalt desselben. Steht des Wassers Temperatur unter 4^{0}, so wird also der Wärmezuwachs, den die Zusammendrückung ergiebt, den Raumgehalt vermindern, und verursachen, daß die Zusammendrückung scheinbar größer wird, bei höheren Wärmegraden muß dagegen dieser Zuwachs den Raumgehalt vergrößern und verursachen, daß die Zusammendrückung scheinbar kleiner wird. Die Tabelle in §. 100 giebt die Veränderungen im Raumgehalt von 0^{0} bis 25^{0} an.

341 Durch mannigfaltige Versuche hat man gefunden, daß die Raum-

verminderung des Wassers bei verschiedenem Drucke sich wie die drückenden Kräfte verhält.

Bei Versuchen mit anderen Flüssigkeiten hat man folgende Zusammendrückungen durch 760 Millimeter Quecksilberdruck gefunden.

Quecksilber	1,75	Milliontheil
Weingeist	92,75	»
Aether	130,0	»
Schwefelkohlenstoff . .	53,0	»

Wenn ein Körper in Pulverform mit Wasser gemengt wird, 342
zeigt sich in den ersten Zusammendrückungsversuchen eine viel größere Raumverminderung als bei Wiederholungen, und nach oft wiederholtem und unterhaltenem Drucke verschwindet diese Wirkung ganz. Die Zusammendrückung der festen Körper zeigt sich dann als unmerklich.

Federkraft.

Feste Körper können durch Druck, der nur in einer Richtung ge- 343
schieht, verkürzt, durch Zug verlängert werden. Wenn man nun solche Kräfte gebraucht, welche kleine Verkürzungen und Verlängerungen hervorrufen, so nehmen die Körper ihre vorige Größe wieder an, sobald die Kräfte zu wirken aufhören, und dann können die Körper als vollkommen federnd angesehen werden; wird aber Verlängerung oder Verkürzung weit getrieben, so geschieht ein innerliches Zerreißen, in Folge dessen die Theile nicht auf's Neue ihre alte Stellung wieder annehmen. Die Gränzen, innerhalb welcher die vollkommene Federkraft stattfindet, sind verschieden für die verschiedenen Stoffe. Die weitesten Gränzen haben gehärteter Stahl, gehämmertes Messing, Elfenbein, Fischbein u. a. m., die engsten dagegen haben die weichen Metalle, Blei, Zinn, reines Gold und Silber u. s. w. Es ist bekannt, daß durch chemische Verbindungen eine geringe Menge eines andern Stoffes die Federkraft des Körpers in merklichem Grade verändern kann. Beispiele davon bieten besonders die Metalle dar; so erhalten Gold und Silber durch einen Zusatz von Kupfer nicht bloß Härte, sondern auch stärkere Federkraft; graues Gußeisen, welches viel Kohlenstoff enthält, der aber nicht chemisch mit dem Eisen verbunden ist, hat nur geringe Federkraft, wogegen Stahl, der nur eine unbedeutende Menge von Kohlenstoff enthält, in hohem Grade federt; die vorzügliche und bei jeder Temperatur sich gleichbleibende Federkraft des sogenannten vulkanisirten Kautschuk und der vulkanisirten Gutta percha beruht

ebenfalls auf der chemischen Verbindung mit einem geringen Quantum schwefel- und kohlehaltiger Verbindungen.

344 Wenn die entweder ziehende oder drückende Kraft, die eines Körpers Länge verändert, innerhalb der engen Gränzen bleibt, wo sein Zustand keine dauernde Veränderung erleidet, so verhalten sich die Größen der Veränderung so, wie die angewendeten Kräfte. Man hat hierüber manche Versuche angestellt; unter andern hängt man Gewichte an Parallelepipeden von gleicher Länge und Durchschnittsfläche und mißt die dadurch hervorgebrachte Verlängerung.

Man darf sowohl der Natur der Sache, als den Versuchen nach annehmen, daß ein gleicher Druck die Stange um ebenso viel verkürzen würde, als der Zug sie verlängerte. Man könnte vielleicht für wissenschaftliche Zwecke sie alle auf den Druck einer Atmosphäre zu 760 Millimeter Quecksilberdruck zurückführen. Ein Beispiel wird dies zeigen. Eine Bleistange, welche eine Durchschnittsfläche von einem Quadratzoll hat, wird durch einen Druck von 141 Pfund um $1/_{4614}$ verlängert, und da der Druck der Atmosphäre auf einen Quadratzoll 14,14 Pfund beträgt (§. 155), so entspricht dies also einer Wirkung von 10 Atmosphären und die Wirkung einer Atmosphäre ist demnach $1/_{46140}$ oder 216,7 Zehnmilliontheil. Durch Versuche mit anderen Stoffen, wo man gleichfalls Stangen von 1 Quadratzoll Durchschnitt angewendet hat, hat man bei einem Zug gleich einem Atmosphärendruck gefunden, daß die Verlängerung in Zehnmilliontheilen beträgt: für Schmiedeeisen 5,2, Gußeisen 8,3, Messing (gegossenes) 15,5, Glas 11. Hiernach würde man also die Verlängerung und Verkürzung bei einem beliebigen Zug oder Druck finden können, jedoch nur innerhalb der Gränzen, wo die Körper ihre volle Federkraft behalten, was bei den oben genannten Stoffen bis zu einer Belastung des Quadratfußes mit 1370 Pfund, für Blei — 19320 Pfund, für Schmiedeeisen — 15700 Pfund, für Gußeisen — 1580 Pfund, für Messing — stattfindet.

Diese Beispiele weisen genügend darauf hin, daß die Kraft, welche durch den Zug überwunden wird, ein Widerstand gegen die Verschiebung der Theile unter einander, also mit der Härte verwandt ist. Bei der Verlängerung werden die Metallstangen zugleich dünner, bei der Verkürzung der Länge nach zugleich dicker. Daß wir hier nicht mit der eigentlichen Zusammendrückung zu thun haben, sieht man daraus, daß diese Körper, von allen Seiten zusammengedrückt (§. 339), eine unmerkliche Raumveränderung geben, was

nicht der Fall sein würde, wenn man dieselbe nach den letztgenannten Versuchen berechnen dürfte. Würde das Blei in allen Richtungen um 21,67 Milliontheile zusammengedrückt, so würde dies eine Raumverminderung von 65 Milliontheilen für eine Atmosphäre ausmachen, was viel mehr als die Zusammendrückung des Wassers ist; da aber der feste Körper, während er in einer Richtung verlängert wird, eine Verkürzung in den beiden darauf senkrechten Richtungen und ebenso eine Verlängerung in diesen erleidet, wenn er durch Druck verkürzt wird, so würde auch die Berechnung ein geringeres Resultat geben. Poisson hat hierüber eine mathematische Untersuchung ausgeführt, welche, hierauf angewendet, für Blei 31 Milliontheile, für Zinn $4^3/_4$ Milliontheile, für Glas beinahe $1^2/_3$ Milliontheile ergiebt. Aber durch Versuche sind dagegen alle diese Größen als unmerklich gefunden.

Die Federkraft der Körper zeigt sich auch, wenn eine Kraft sie 345
zu beugen oder zu drehen strebt, z. B. wenn eine Stange, die an dem einen Ende befestigt und in waagerechte Stellung gebracht ist, durch Gewichte gebogen wird, die man an das andere Ende hängt; oder wenn man eine Saite oder einen Draht durch angehängtes Gewicht spannt und dieses mit einem waagerechten Zeiger versieht, so daß man durch Umdrehung des Gewichtes zugleich die Saite drehen und mit Genauigkeit den Umdrehungswinkel messen kann. Dasselbe Gesetz, welches für Zug und Druck an federnden Körpern gilt, hat sich auch in Bezug auf ihre Beugung und Drehung bestätigt, nämlich, daß sich die Wirkungen wie die Kräfte verhalten, so weit diese nicht die Gränzen des vollkommenen Federns überschreiten.

Zusammenhangskraft.

Wenn ein Körper der lange dauernden Einwirkung einer Kraft, 346
z. B. eines Zuges ausgesetzt ist, so setzt sich die Verlängerung fort, und wenn später die Kraft zu wirken aufhört, zieht sich der Körper erst für einen Theil plötzlich, später aber langsamer zusammen, bis er ungefähr seine ursprüngliche Länge erreicht. Dasselbe gilt auch, wenn er der Einwirkung einer Kraft unterworfen ist, welche eine der im Vorhergehenden besprochenen Gestaltveränderungen im Körper hervorbringt; und selbst wenn die Kraft die Gränzen vollkommener Federkraft weit überschreitet, so fährt doch, nachdem sie auf-

gehört hat, der Körper lange Zeit fort, nach seiner ursprünglichen Gestalt zu streben, ohne sie jemals wieder erreichen zu können.

347 Wenn eine Kraft auf einen Körper wirkt und in hohem Grade die Gränzen der vollkommenen Federkraft überschreitet, so überwindet sie die Zusammenhangskraft zwischen den Theilen des Körpers und trennt sie von einander. Die Kraft kann auch hier, wie bei den Versuchen über Federkraft der Körper, auf viererlei verschiedene Weise angebracht werden; man kann nämlich durch Zug in entgegengesetzten Richtungen die Theile nach einer geraden Linie zu trennen suchen, sie zerreißen; oder man kann durch Druck von zweien entgegengesetzten Seiten die Theile des Körpers von einander zu treiben suchen, sie zerdrücken. Ferner kann man durch hebelartigen Druck die Theile von einander zu bringen streben, den Körper zerbrechen, und endlich kann man durch eine Kraft, welche tangential auf den Körper wirkt, ihn abdrehen oder in sich zerdrehen.

Die Untersuchungen über die verschiedene Festigkeit der Körper in den genannten Beziehungen sind besonders wichtig für die praktische Mechanik, und folgende sind einige der wichtigsten unter den Resultaten der mannigfaltigen Versuche, welche hierüber angestellt sind.

348 Der Widerstand, den ein Körper gegen Zerreißung durch den Zug der Länge nach äußert, kann bestimmt werden, indem man ihn senkrecht aufhängt und an dem unteren Ende mit Gewichten belastet, so lange bis der Körper zerreißt. Dieser Widerstand wächst in geradem Verhältnisse mit der Größe der Durchschnittsfläche, und durch Versuche mit Stangen von verschiedenem Durchschnitte hat man die Größe der Kraft bestimmt, welche erfordert wird, um viele verschiedene Körper zu zerreißen. So hat man z. B. bei einer Durchschnittsfläche von einem Quadratzoll gefunden, daß, um eine Stahlstange zu zerreißen, eine Kraft von 78770 Pfd. erfordert wird, ferner für Schmiedeeisen 51380 Pfd., Messing 64000 Pfd., Eichen 9590 Pfd., Buchen 10760 Pfd., Föhren 11640 Pfd.

Man muß jedoch sowohl bei diesen, als auch bei den im Folgenden angeführten Versuchen bemerken, daß man in der Anwendung des praktischen Lebens, wenn man die Stärke des Materials berechnet, sie nicht mit mehr als $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{10}$ des in den Versuchen gefundenen Gewichtes belasten darf, da mannigfache Umstände in hohem Grade beitragen, die Stärke zu vermindern.

349 Bei zusammendrückenden Kräften wächst der Widerstand der Körper mit der Durchschnittsfläche, nimmt aber mit der Länge ab

Das Gewicht, welches erfordert wird, einen Kubikzoll Marmor zu zerdrücken, ist auf 4250 Pfd. gefunden, für harten Sandstein 11,720 Pfd., für Granit 5700 bis 9600 Pfd., Eichen 3700 bis 6340 Pfd., Schmiedeeisen 67,130 Pfd., Messing 158,000 Pfd.

Eines Körpers Widerstand gegen Zerbrechen wird bestimmt, indem 350
man ihn auf beiden Enden unterstützt und in der Mitte mit Gewicht belastet, so lange bis er bricht. Hat der Körper die Gestalt eines länglichen Parallelepipedon, so steht sein Widerstand in geradem Verhältnisse der Breite, quadratischem Verhältnisse der Höhe und umgekehrtem Verhältnisse der Länge.

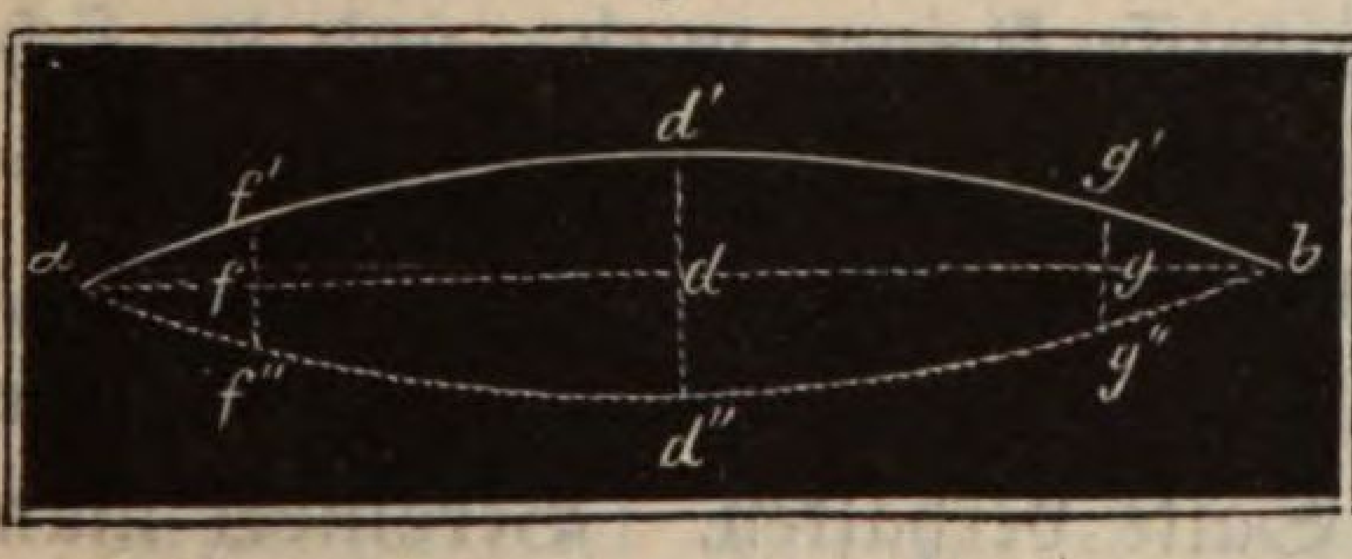
Was den Widerstand gegen Drehung anbetrifft, hat man für gleichförmige massive Körper gefunden, daß er in demselben Verhältnisse wie die Quadrate der Durchschnittsflächen wächst.

Wellenbewegung.

Alle Körper können durch Aufhebung des inneren Gleichgewichtes 351
der Theile in eigenthümliche Bewegungen gesetzt werden, welche innerhalb gewisser Gränzen abwechselnd wiederkehren Diese Bewegungen heißen Schwingungen oder Wellen, je nach ihrer verschiedenen Beschaffenheit.

Eine Schwingung wird hervorgebracht, wenn eine zwischen zwei 352
Punkten a und b Fig. 198, ausgespannte Schnur oder Saite so aus ihrer Stellung gebracht wird, daß jeder Punkt darin gleich weit nach beiden Seiten schnellt. Ist z. B. ab in die Stellung ad′b gebracht, so ist sie verlängert worden und hat eine größere Spannung erhalten. Diese wird dann zufolge der Federkraft der Theile mit wachsender Geschwindigkeit nach der ursprünglichen geradlinigen Lage zurückstreben; allein dadurch haben alle ihre Theile eine Fahrt erlangt, mit welcher sie die Bewegung fortsetzen und der Saite selbst die entgegengesetzte Biegung ad″b geben, welche von derselben Größe und Gestalt sein muß wie ad′b, ausgenommen, so weit die gewöhnlichen Hindernisse der Bewegung darin eine kleine Veränderung hervorbringen. In der ersten Stellung haben die Theile ihre ganze Bewegung verloren und werden nun durch die

Fig. 198.



spannenden Kräfte wieder gegen die geradlinige Lage getrieben, in welcher sie jedoch auch jetzt nicht verbleiben, sondern durch die erlangte Fahrt die Saite in die Krümmung a d″ b bringen. Diese wechselnden Beugungen würden niemals aufhören, wenn nicht die Hindernisse für die Bewegungen jede einzelne Schwingung um ein wenig schwächten. Jedes Theilchen der Saite, z. B. f, d und g, beschreibt dabei einen geradlinigen, hin und her gehenden Weg zwischen f′d′g′ und f″d″g″. Dabei verhält sich die Geschwindigkeit jedes Theilchens genau so wie die Länge seines Weges, denn alle Theile befinden sich jeder Zeit auf genau entsprechenden Punkten ihres Weges.

Diese Art von Schwingungen heißt **stehende Schwingung**, und die Zeit, in welcher eine solche vorgeht, die **Schwingungsdauer**, bleibt dieselbe, mögen nun die Ausbiegungen etwas größer oder kleiner sein, wenn sie nur nicht sehr groß sind; denn je größer der Abstand ist, in welchem die Theile der Saiten aus ihrer ersten Stellung gebracht sind, um so größer ist auch die Federkraft, welche sie zurücktreibt; kurz, die Schwingungen sind gleichdauernd. Wenn das Gewicht der Saiten sich nicht mit der Länge veränderte, so würde sich, gleich wie am Pendel (§. 254), bei verschiedenen Längen die Schwingungsdauer wie die Quadratwurzel der Längen verhalten, und z. B. eine 9 Mal so lange Saite 3 Mal so langsam schwingen. Da aber die Masse der Saiten mit der Länge wächst, so wird die bewegende Kraft in demselben Verhältnisse auf mehrere Theile vertheilt, woraus folgt, daß die Anfangsgeschwindigkeit der Schwingungen in demselben Verhältnisse kleiner wird, und da sich die Zeiten zufolge des Gesetzes der beschleunigten Bewegungen umgekehrt wie die Quadrate der Anfangsgeschwindigkeiten verhalten, so wird sich aus diesem Grunde auch die Schwingungsdauer wie die Quadratwurzel der Länge der Saite verhalten. Verbindet man nun dies Verhältniß mit dem oben angegebenen, so findet man, daß die Schwingungsdauer sich wie das Quadrat der Quadratwurzel der Länge der Saite, d. h. wie diese selbst verhält. Wird der Durchmesser der Saite größer, so wächst bei unveränderter Länge die Masse der Saite wie das Quadrat des Durchmessers, und die Anfangsgeschwindigkeit der Schwingungen wird also in demselben Verhältnisse geringer, und da sich die Schwingungsdauer umgekehrt wie die Quadratwurzel der Anfangsgeschwindigkeit verhält, wird sie in geradem Verhältnisse mit dem Durchschnitte wachsen. Wenn sich

z. B. in zwei Saiten, welche sonst in jedem Betrachte gleich wären, die Durchmesser wie 1 : 3 verhielten, so würde die Masse der dickeren 9 Mal so groß sein, also die Anfangsgeschwindigkeit für jeden einzelnen Theil 9 Mal so klein; aber in drei Zeiteinheiten würde sie mit der Geschwindigkeit $1/9$ die Strecke $3^2 . 1/9 = 1$ durchlaufen, d. h. die dickere Saite würde in drei Zeiteinheiten dieselbe Strecke durchlaufen, als die dünnere in einer.

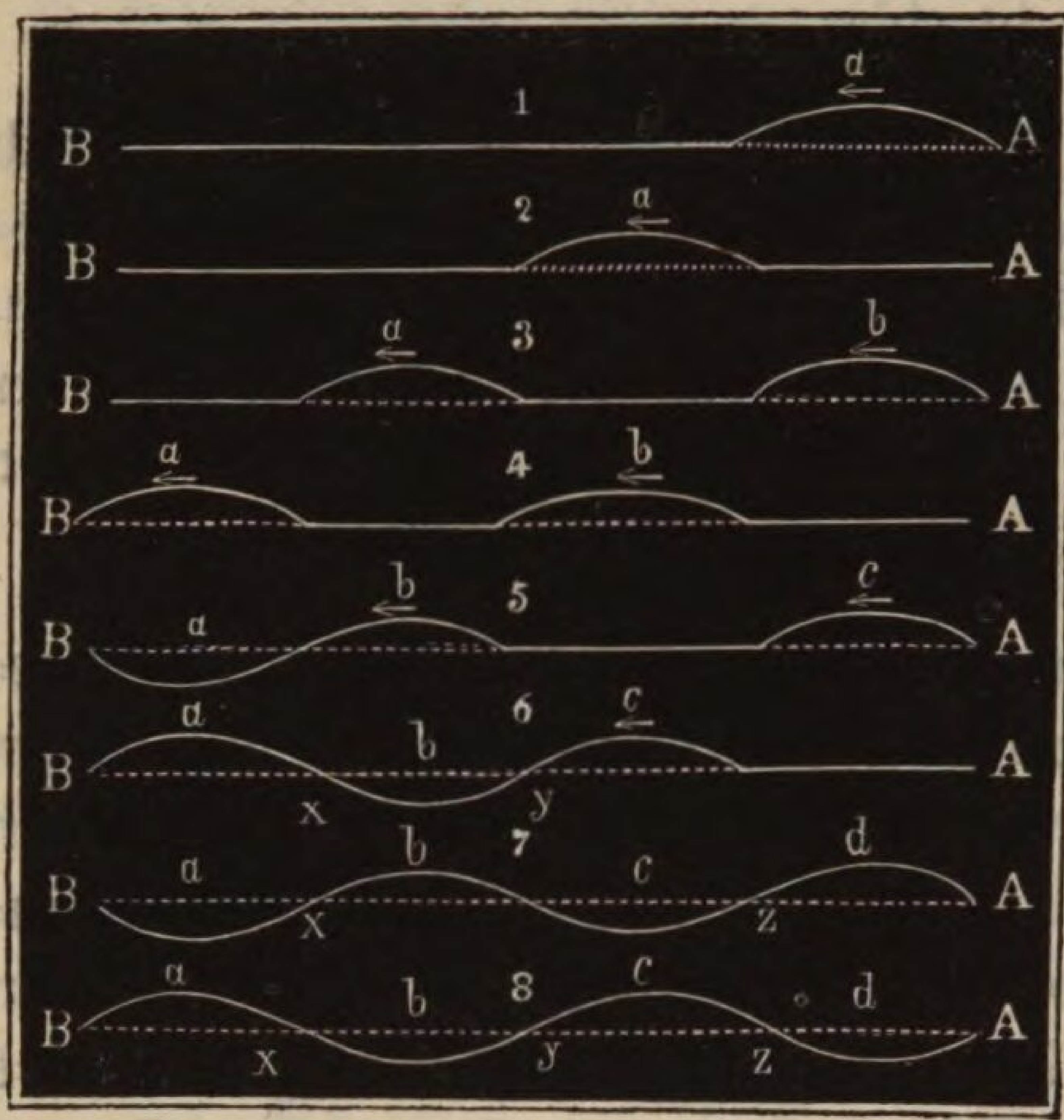
Bestimmt man die spannende Kraft in Gewicht, so verhalten sich die bewegenden Kräfte so wie diese Gewichte, und die Schwingungsdauer also verhält sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln derselben. Hieraus kann man folglich einsehen, daß die Schwingungsdauer verschiedener Saiten in dem geraden Verhältnisse ihrer Längen und Durchmesser und dem umgekehrten der spannenden Gewichte steht.

Giebt man einer gespannten Schnur in der Nähe ihres einen be- 353
festigten Endes einen Stoß aufwärts, so wird sich in der kurzen Zeit, daß der Stoß währt, die Bewegung noch nicht der ganzen Schnur mittheilen, sondern nur das um den gestoßenen Punkt zunächst liegende Stück wird an der Bewegung Theil nehmen und einen Bogen bilden. Aber in der neuen Stellung bleibt es nicht. Die Strammung der Schnur strebt alle Theile des Bogens hinabzuziehen, während diese ihrerseits streben, die nächsten Punkte des noch ungebogenen Stückes der Schnur zu heben. Hierdurch nimmt nach und nach der zuerst gebogene Theil wieder eine gerade Stellung an und die Biegung schreitet vorwärts, so daß ein Punkt nach dem anderen im vorderen Theile des Bogens zum Gipfel desselben wird. So setzt sich die Bewegung fort, bis die Biegung an das andere Ende kommt. Hierauf biegt sich die Schnur in entgegengesetzter Richtung, bildet einen abwärts gewendeten Bogen und dieser schreitet nun zurück, nach demselben Gesetze, nach dem der erste vorschritt, nur daß die Bogen jetzt abwärts gewölbt sind, während sie früher aufwärts gewölbt waren. Diese fortschreitenden Schwingungen können so mehrere Male zwischen den Endpunkten der Schnur vor- und zurücklaufen. Eine Schnur von 50 Fuß Länge und $1/3$ Zoll Dicke zeigt diese Veränderungen sehr gut, eine längere Schnur noch besser. Will man den Versuch in kleinerem Maaße anstellen, so nimmt man eine dünne Messingspirale. Man giebt diesen vorschreitenden Schwingungen auch den Namen Wellenbewegung, indem man den Begriff der Welle, der eigentlich nur

auf Flüssigkeiten angewendet wird, auf alle schwingenden Bewegungen innerhalb einer Masse ausdehnt.

354 Läßt man eine Reihe fortschreitender Schwingungen auf einander einwirken, so kann man sie zu stehenden verwandeln. Fig. 199 zeigt in acht auf einander folgenden Zeittheilen ein Beispiel dieser Erzeugungsweise. In dem ersten Zeittheile ist bei A eine Welle a hervorgebracht, von solcher Größe, daß sie in dem vierten Zeittheile bei B ankommt und im fünften sich aus Wellenberg in Wellenthal verwandelt, so daß sie mit entgegengesetzter Biegung und Richtung nach A zurückkehrt. Ehe sie nach B kommt, muß sie im zweiten Zeittheile sich um ein Viertel der Länge der Schnur von A entfernt befunden haben, und im dritten Zeittheile wieder um ein Viertel vorgeschritten sein; aber in derselben Zeit, daß diese Welle ihre Gestalt für den dritten Zeittheil annimmt, bringt man bei A eine neue Welle b hervor, und diese wird im vierten Zeittheil, wenn a in B angekommen ist, um ein Viertheil der Länge der Schnur vorgerückt sein. In dem fünften Zeittheile bringt man bei A noch eine Welle c hervor, und zu derselben Zeit werden sich a als Wellenthal und b als Wellenberg begegnen, wie es die entgegengesetzten Pfeilspitzen zeigen. Der Punkt x wird dann durch die entgegengesetzten Kräfte beider Wellen in Ruhe gehalten, und da er sich also als ein fester Punkt verhält, so wird a in dem nächsten, nämlich dem sechsten, Zeittheile zwischen seinen beiden festen Punkten zurückschwingen und aus einem Wellenthale wieder ein Wellenberg werden. Von demselben festen Punkte wird die Welle b als Wellenthal zurückgeworfen und ist im Begriffe, nach A zurückzuwenden, trifft aber in demselben Augenblicke auf den Wellenberg c, der in der Richtung gegen B geht. Hierdurch wird nun ein neuer fester Punkt y gebildet, von wo c in dem siebenten Zeittheile als Wellenthal zurückgeworfen werden und gegen

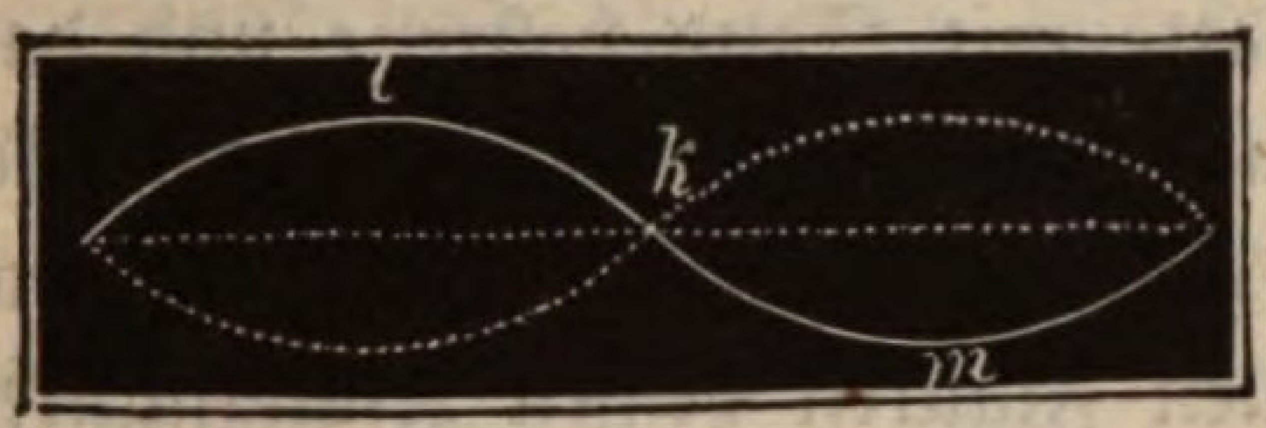
Fig. 199.



A hin gehen sollte; allein zu derselben Zeit muß man wieder die Welle d hervorgebracht haben, welche in z mit c zusammenstößt. Jetzt hat man feste Punkte am Ende jeder Welle, so daß diese in dem achten Zeittheile die umgekehrte Gestalt, wie in dem siebenten, annehmen und später unaufhörlich die beiden Formen wechseln, welche in dem siebenten und achten Zeittheile stattfanden.

Man könnte auch stehende Schwingungen erzeugen, indem man 355
zu derselben Zeit eine Saite in die beiden gleichen Krümmungen l und m, Fig. 200, brächte. Der Punkt k wird dann durch den entgegengesetzten Zug von beiden Seiten in seiner Stellung erhalten werden und die Saite abwechselnd die voll gezeichnete und die punktirte Gestalt annehmen.

Fig. 200.

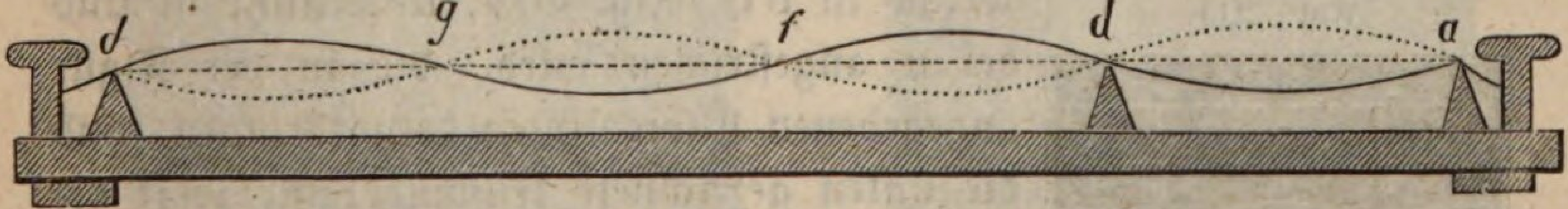


Die festen Punkte, welche sich zwischen zwei entgegengesetzten Schwingungen bilden, heißen Schwingungsknoten.

Alle bisher besprochenen Schwingungen gehen in Richtungen vor 356
sich, welche auf der Länge der schwingenden Saite oder Stange senkrecht stehen, und werden deshalb Transversal- oder Querschwingungen genannt. Allein es giebt auch andere Arten von Schwingungen, nämlich Longitudinal- oder Längenschwingungen, wo der schwingende Körper sich in der Richtung seiner Länge verlängert und verkürzt, und Torsions- oder Drehschwingungen, wo die Axe des schwingenden Körpers unverändert in ihrer Lage bleibt, während sich die Theile des Körpers rings um dieselbe vor- und zurückbewegen. Es muß jedoch bemerkt werden, daß fast nie eine dieser verschiedenen Arten von Schwingungen ausschließlich stattfindet, sondern in einem schwingenden Körper nur vorherrschend und meistens von beiden anderen begleitet ist.

Denkt man sich nun eine gespannte Saite ab, in eine gewisse 357

Fig. 201.

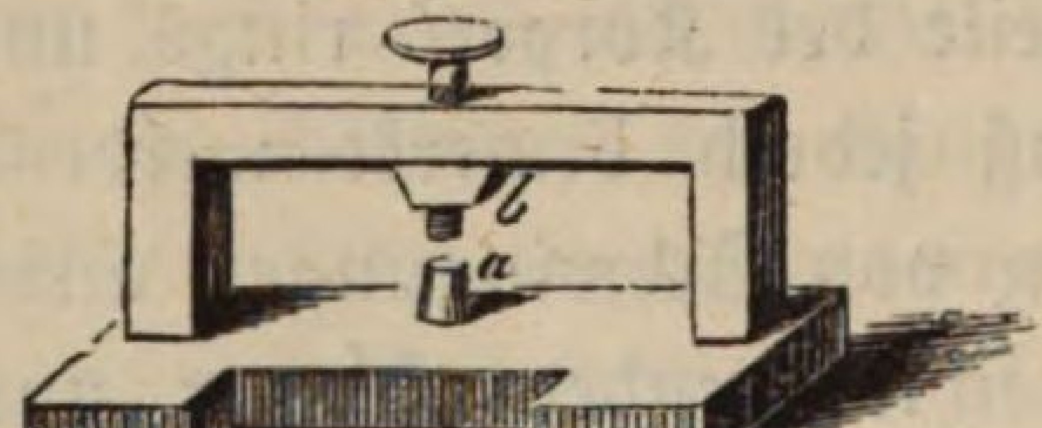


Anzahl gleich großer Theile eingetheilt (z. B. in vier) und in dem ersten Theilpunkte d unterstützt, so wird, wenn man nun auf irgend eine Weise ad in Schwingungen setzt, die Saite sich von selbst in schwingende Theile df, fg und bg theilen, und die Punkte d, f

und g werden Schwingungsknoten sein. Man kann dieselben bemerkbar machen, wenn man kleine gebogene Papierstreifen auf die Saite hängt, denn wenn diese nun in Schwingungen gesetzt wird, müssen sie alle herabfallen, mit Ausnahme derjenigen, welche sich auf den Schwingungsknoten befinden.

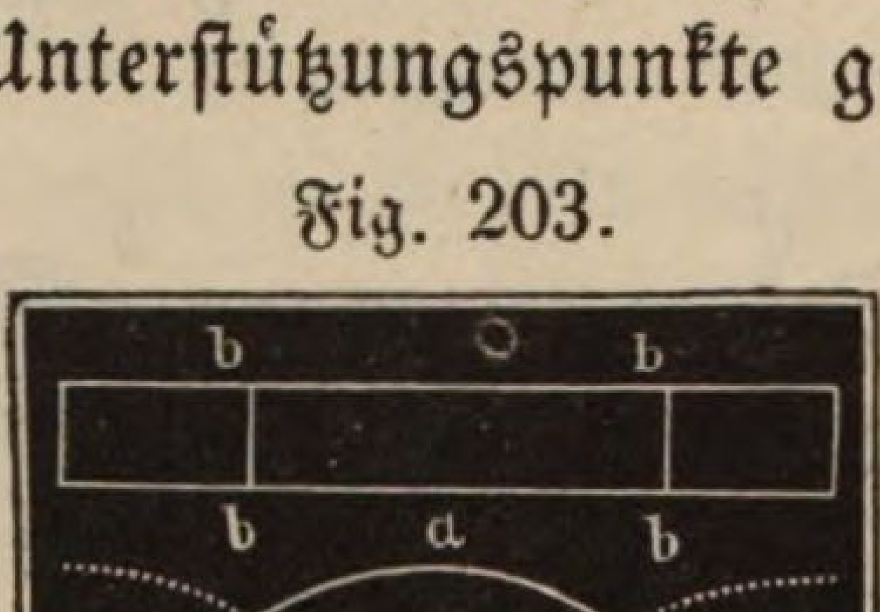
358 Wenn federnde Platten von Glas oder Metall in Schwingung gesetzt werden, was am besten geschieht, indem man sie mit einem Violinbogen streicht, der gut mit Fichtenharz eingerieben ist, so entstehen ganze Reihen ruhender Punkte, welche die sogenannten Knotenlinien bilden. Chladni zeigte, man könne diese Knotenlinien sichtbar machen, wenn man die Platte mit Sand bestreue und darnach streiche. Der Sand wird dann von den schwingenden Theilen auf die ruhenden hingeworfen und giebt dadurch die Lage der Knotenlinien an. Die so hervorgerufenen Figuren heißen Klangfiguren. Ihre Gestalt wird besonders durch die Punkte bedingt, in welchen man die Platte unterstützt, und durch die Stelle, wo man sie mit dem Bogen anstreicht, jedoch auch durch die größere oder geringere Kraft, mit der der Bogenzug geschieht, oder durch die Stellung, welche man dem Bogen gegen die Platte giebt, weil dadurch oft Längenschwingungen hervorgebracht werden, welche in Verbindung mit den Querschwingungen die Gestalt der Klangfiguren verändern. Die Unterstützung der verschiedenen Punkte der Platte geschieht entweder mit den Fingern oder mit Hülfe einer Schraube, Fig. 202, in welcher die Platte festgeschraubt wird.

Fig. 202.



Die Stellen der Platte, welche von dem Bogen angestrichen werden, sind diejenigen, welche in die stärksten Schwingungen gerathen, und es bilden sich dann die Knotenlinien in solchen Punkten, welche symmetrisch um diese herumliegen und durch die Unterstützungspunkte gehen. So wird eine rechtwinkelige Scheibe, welche in b b, Fig. 203, unterstützt ist und bei a angestrichen wird, die in der Figur angegebenen Knotenlinien hervorbringen, und die unten gezeichnete krumme Linie zeigt die Gestalt der Scheibe während der Schwingungen.

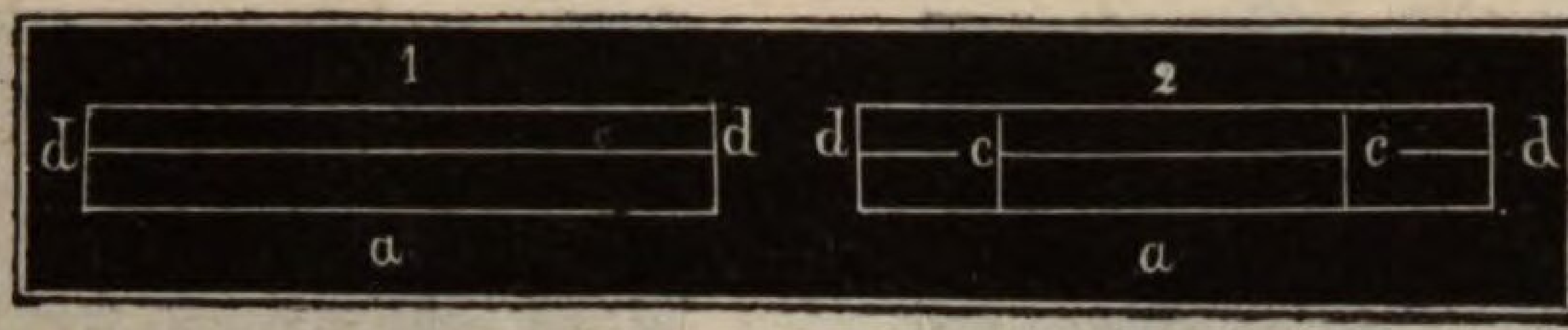
Fig. 203.



Wird eine ähnliche Scheibe in d d, Fig. 204, unterstützt und bei a angestrichen, so zeigt der Sand die Anlage zu einer Knotenlinie d d oder zu d d mit den beiden Quer=

linien c, indem nämlich nach Beschaffenheit des Bogenstrichs in

Fig. 204.



einigem Abstande von a Knotenlinien durch zwei symmetrisch liegende Punkte c und c hervorgebracht werden. Dieselbe Figur kommt regelmäßig zum Vorschein, wenn beide Punkte c unterstützt werden.

Wird eine quadratische Scheibe in den Mittelpunkten ihrer Seiten 359
unterstützt und an einem Winkel angestrichen, so bilden sich Knotenlinien, wie in dem ersten Quadrat der Figur 205. Wird sie dagegen in den Winkeln unterstützt und an der Mitte der Seite gestrichen, so wird eine Figur erzeugt, wie in dem ersten Quadrat der Figur 206, und man kann im Allgemeinen bemerken, daß, wenn zwei Punkte in einer Scheibe unterstützt sind, die gerade Linie, welche zwischen ihnen gezogen wird, eine Knotenlinie ist. Es ist

Fig. 205.

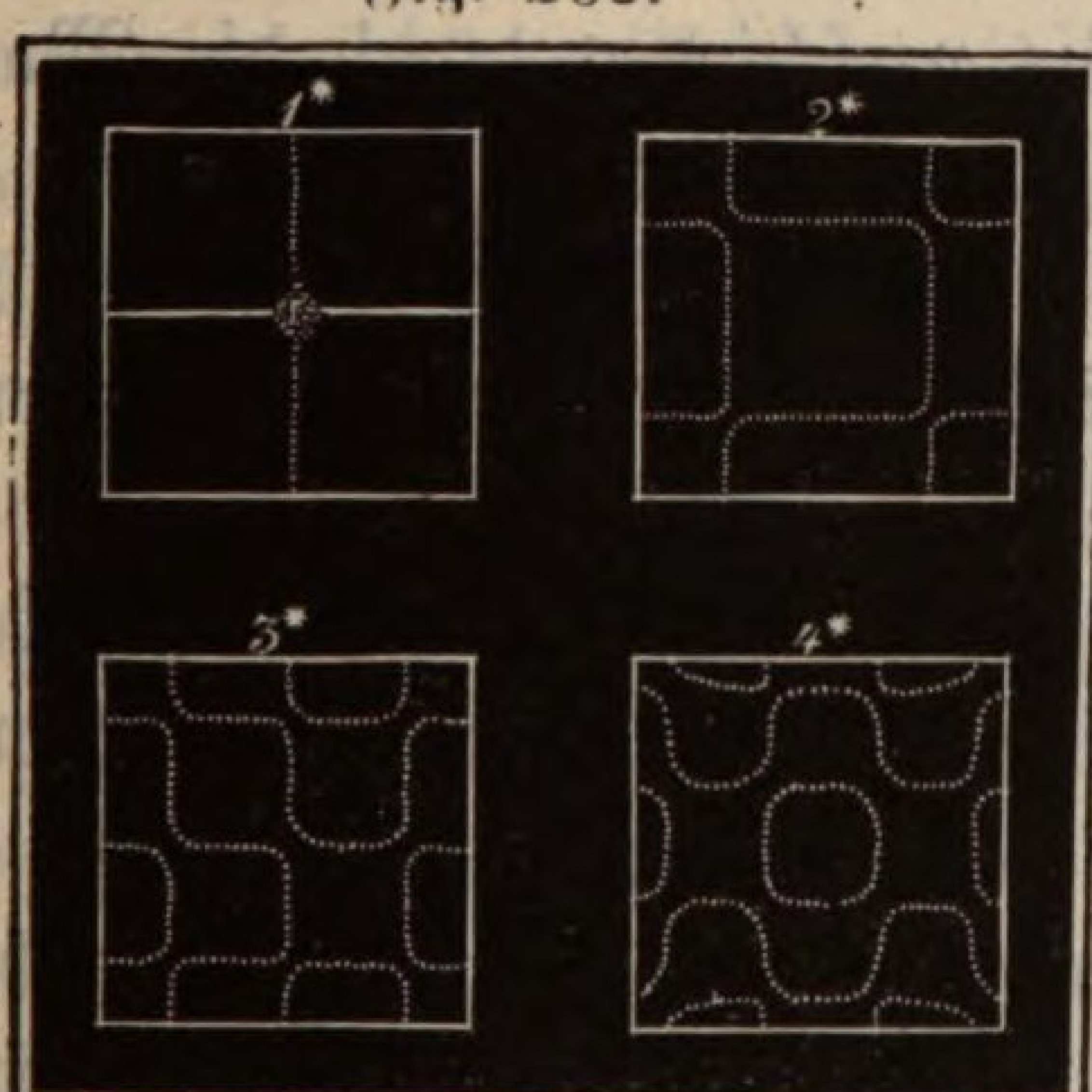


Fig. 206.

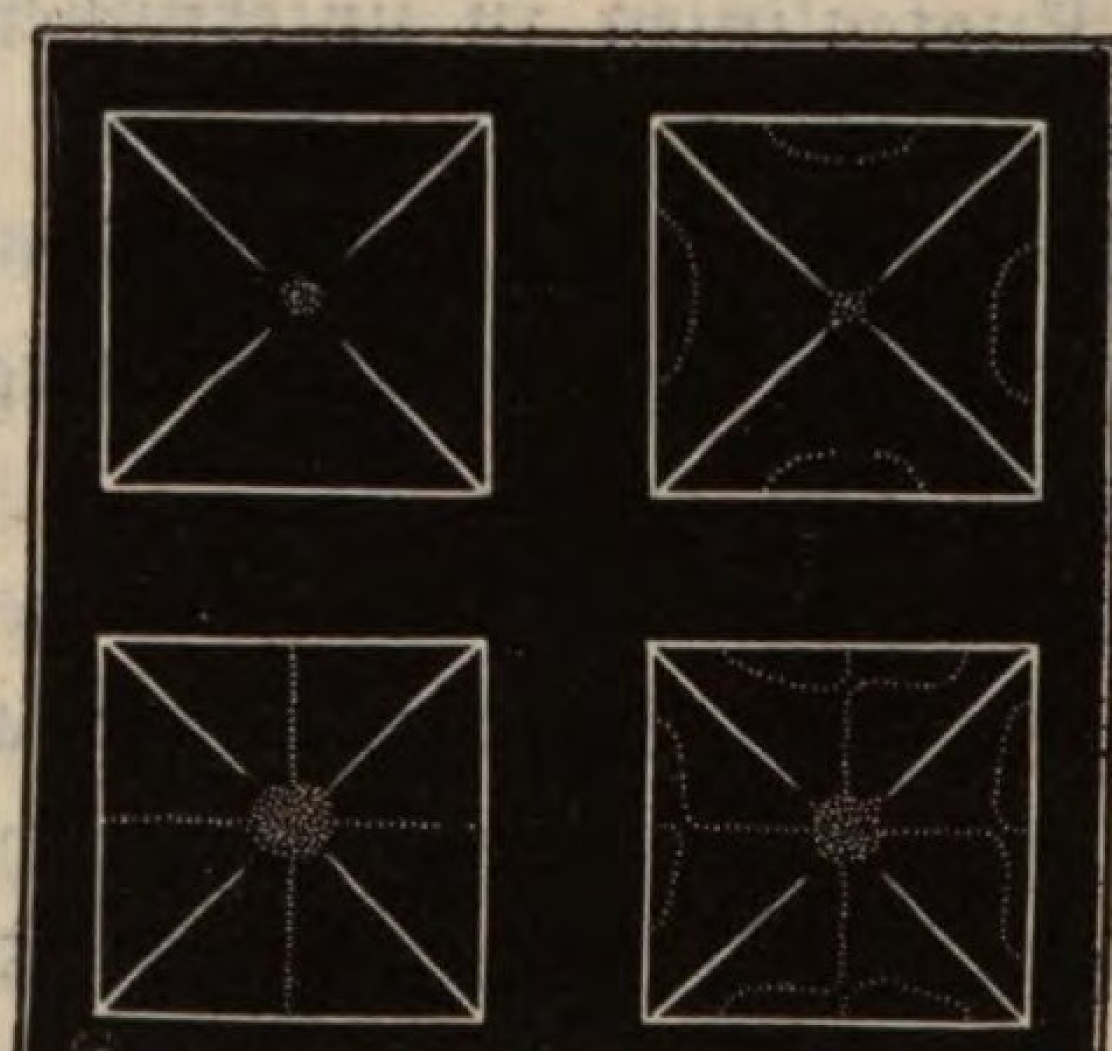


Fig. 207.

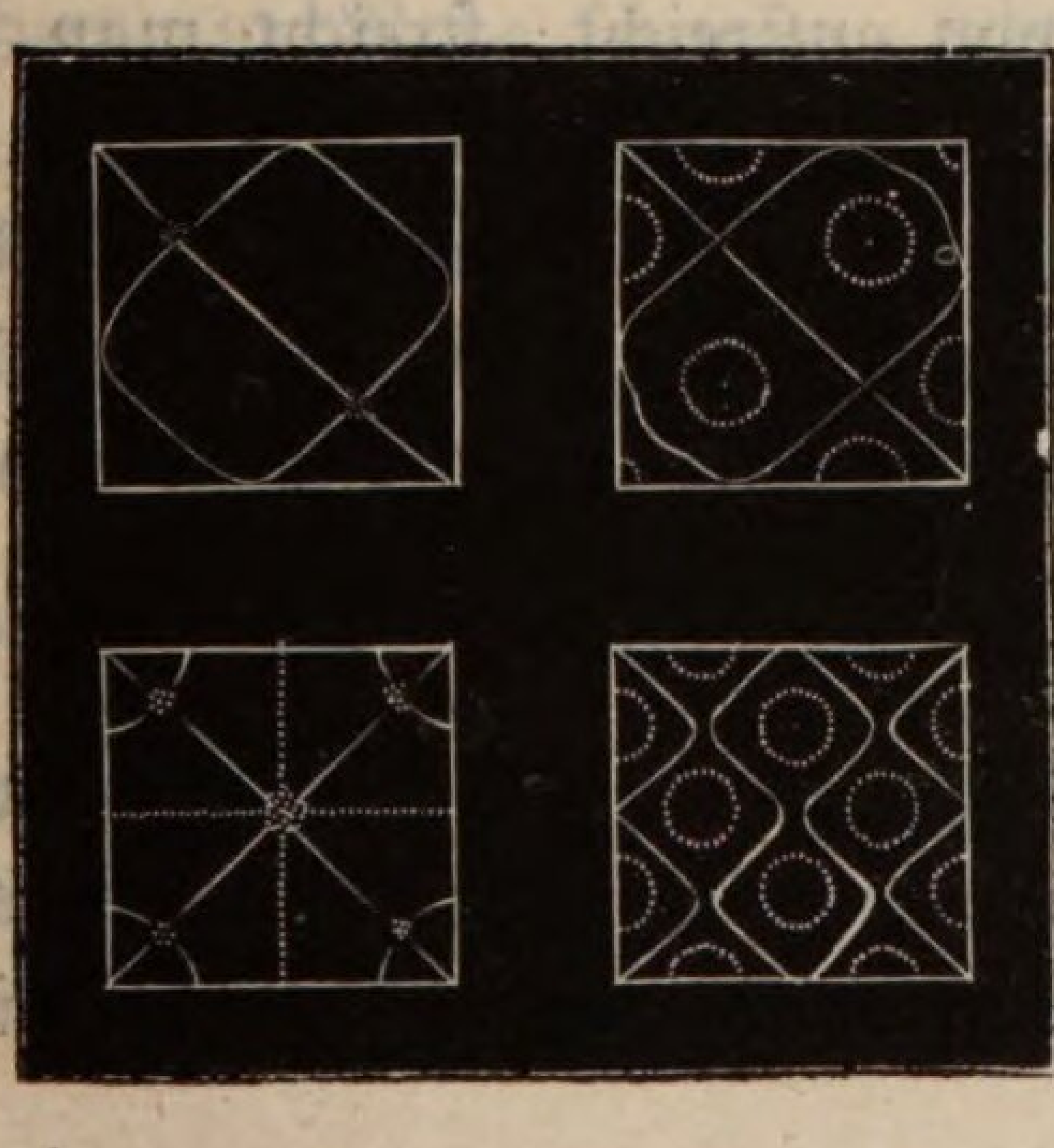
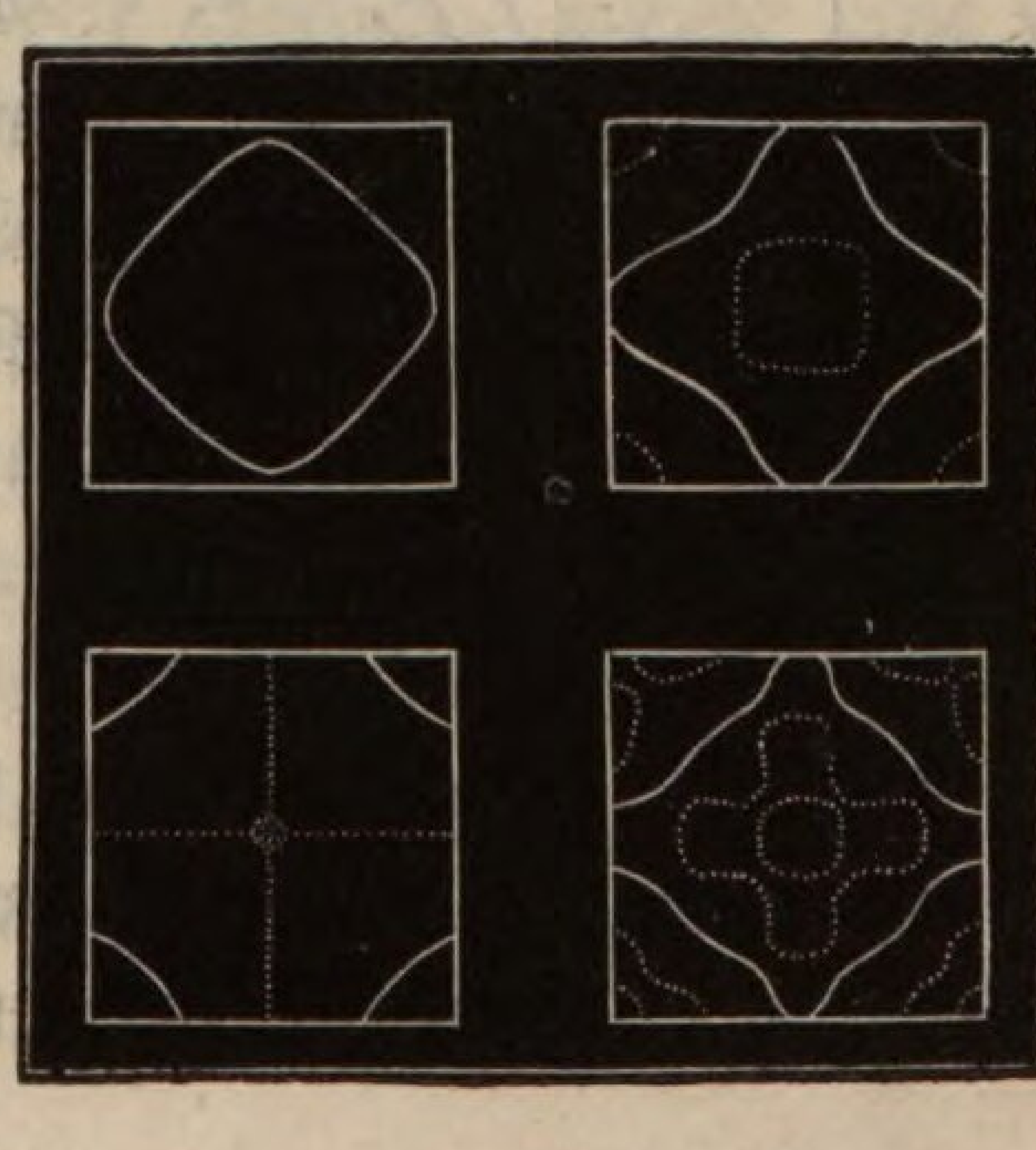


Fig. 208.



jedoch, um eine bestimmte Klangfigur hervorzubringen, nicht nöthig,

Fig. 209.

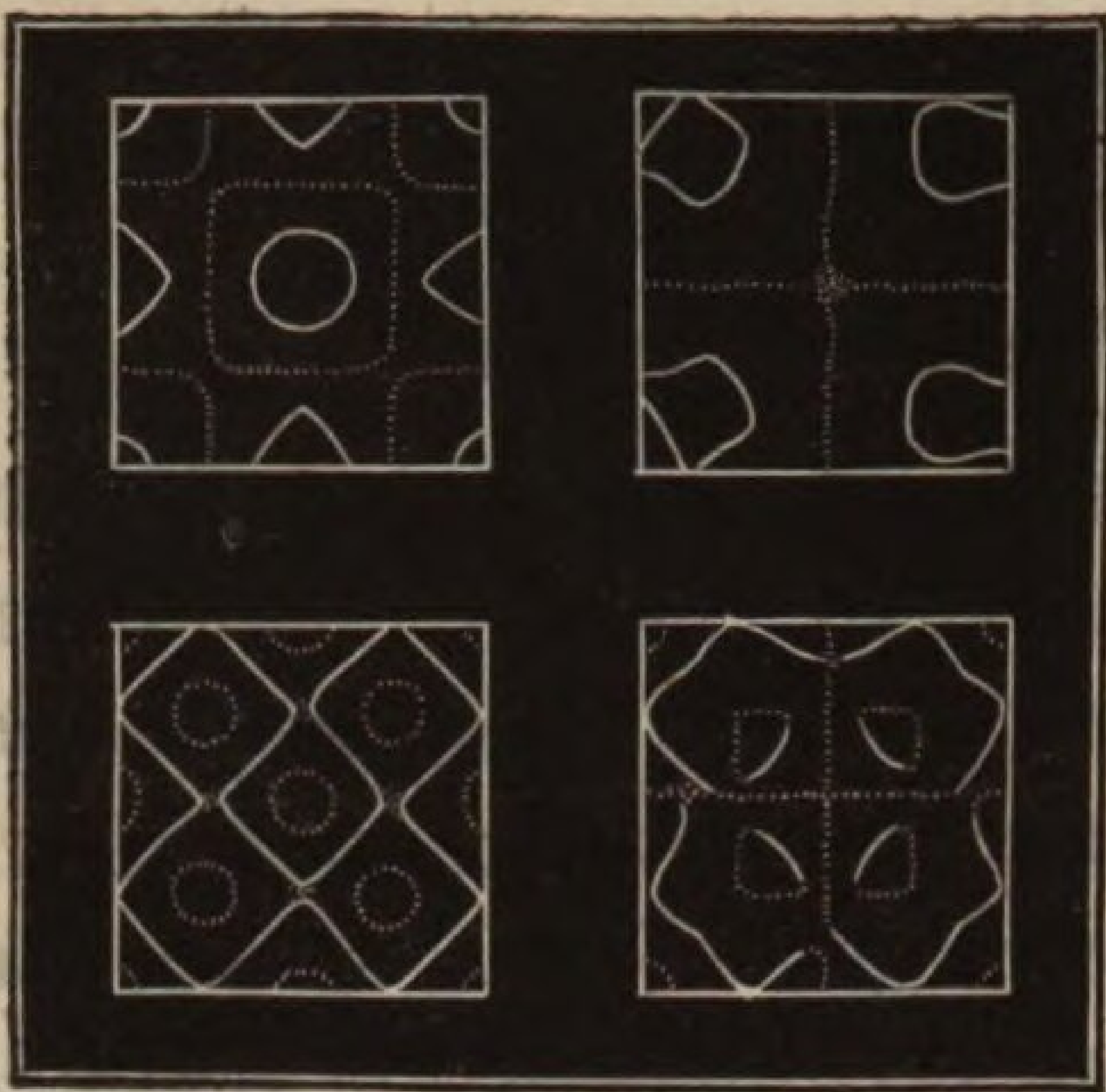
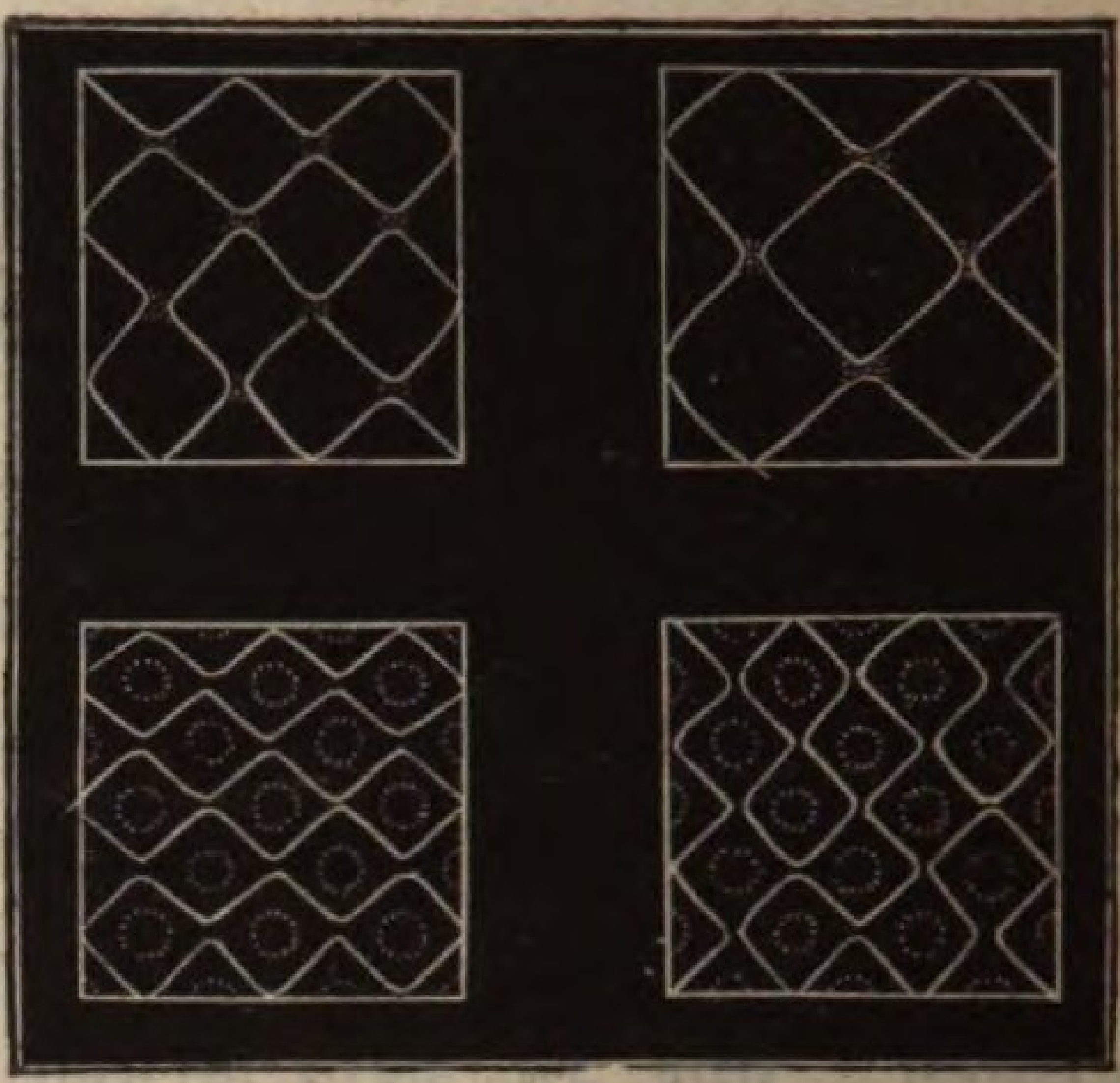


Fig. 210.



alle Endpunkte der Knotenlinien zu unterstützen, sondern es ist hinreichend, so viele Punkte zu unterstützen, daß eine Abtheilung beim Anstreichen nicht auf mehr als eine Weise schwingen kann; denn dadurch wird die Scheibe von selbst so eingetheilt, daß die anderen Theile der Klangfigur zum Vorschein kommen. So würde es in den obigen Figuren hinreichend gewesen sein, den Durchschnittspunkt der Knotenlinien zu unterstützen. Wie verschieden durch die Manipulation sich die Klangfiguren bloß einer quadratischen Platte gestalten können, mögen beispielsweise die übrigen nebenstehenden Figuren zeigen, deren Entstehung speciell zu beschreiben jedoch wenig lehrreich sein würde.

360 Wenn man eine kreisförmige Scheibe im Mittelpunkte unterstützt und eine Stelle im Umkreise anstreicht, so fallen zwei Endpunkte der Knotenlinien, welche Durchmesser werden, jede um 45° von der gestrichenen Stelle, welche Zeichnung gleichfalls zum Vorschein kommt, wenn man die Scheibe an einer Stelle des Umkreises unterstützt und 45° davon anstreicht; streicht man 30° vom Unterstützungspunkte, so wird ein Stern von sechs Strahlen gebildet; streicht man die Scheibe in einem Abstande von n Graden vom Unterstützungspunkte, so theilt sie sich in $\frac{180}{n}$ Theile. Unterstützt man einen Punkt innerhalb der Scheibe und streicht den zugehörigen Punkt des Umkreises selbst, so wird eine mit dem Umkreise der Scheibe concentrische Knotenlinie hervorgebracht, welche durch den unterstützten Punkt geht. Auch auf einer

Fig. 211.

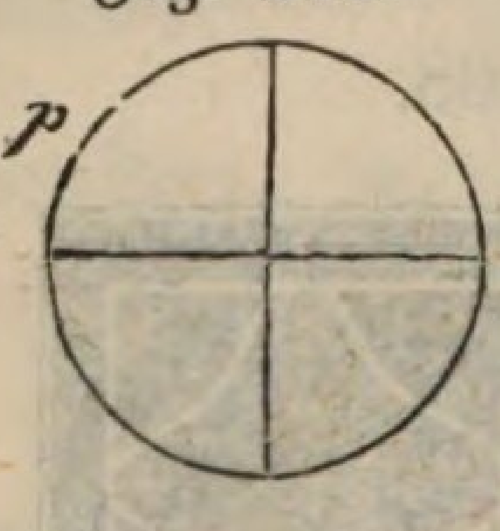
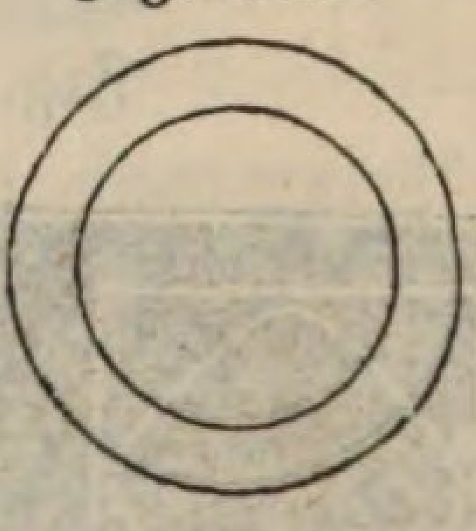
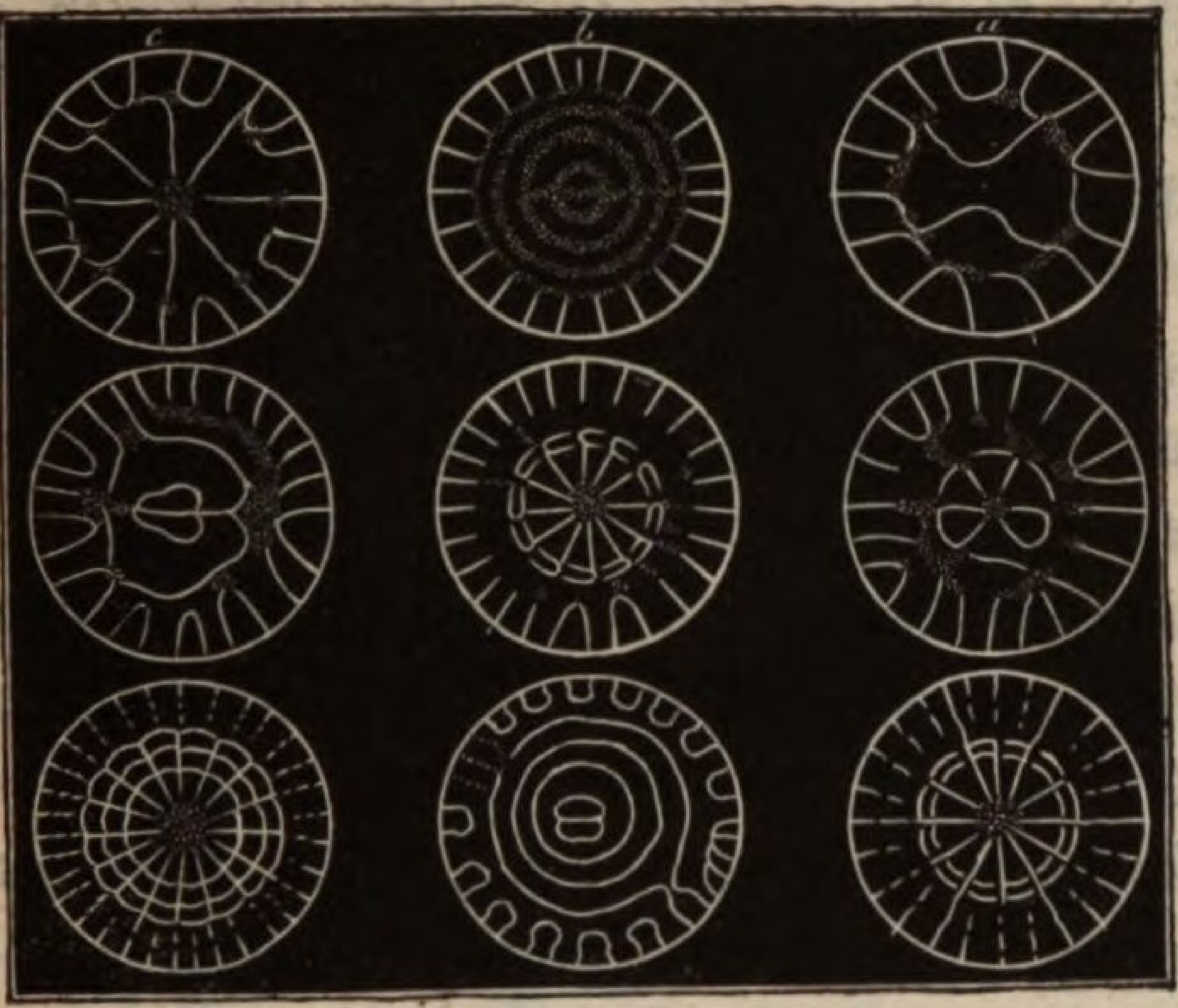


Fig. 212.



runden Scheibe lassen sich jedoch durch Kunstgriffe zahlreiche verwickeltere Klangfiguren hervorrufen, wie deren einige Fig. 213 zeigt.

Fig. 213.



Bei allen diesen Versuchen zeigt es sich, daß der Sand nicht bloß die Knotenlinien bedeckt, sondern auch einen Theil der Fläche zu beiden Seiten derselben, da nämlich die Theile der schwingenden Scheibe, welche in ihrer Nähe sind, und also kürzere Schwingungen machen, nicht Bewegung genug haben, den Sand von sich zu werfen. Dieser Mangel an Kraft, den Sand abzuwerfen, tritt noch stärker in der Nähe der Durchschnittspunkte der Knotenlinien hervor, wo eine noch größere Fläche mit Sand bedeckt bleibt, und das ist der Grund, weshalb die Klangfiguren niemals gerade Linien zeigen, sondern der Sand sich in krummen Gränzen um die Knotenlinien her anordnet, welche krummen Linien ich als Hyperbeln erfunden habe, deren Asymptoten die Knotenlinien sind. 361

Gebraucht man zu diesen Versuchen einen feineren Staub, z. B. Hexenmehl, so zeigen sich noch manche Bewegungen, welche durch den Sand nicht wahrnehmbar werden. Dies rührt daher, daß Sandkörner und andere ähnliche Körper in eine so starke Bewegung gesetzt werden, wenn sie den Stoß der schwingenden Platte empfangen, daß sie zum Theil oft wiederholte Sprünge machen, also nicht anders zur Ruhe kommen, als auf den Stellen, welche eine sehr geringe Bewegung haben, wogegen jeder Theil des feinen Staubes theils eine viel geringere Größe der Bewegung erhält und deshalb den Widerstand der Luft schwieriger überwindet, theils mehr von der Luft getragen wird und mit viel geringerer Geschwindigkeit fällt, theils auch endlich von den Bewegungen mit ergriffen wird, in welche die Luft selbst durch die schwingende Platte gesetzt wird. Die hierbei vorkommenden Verwickelungen sind noch nicht alle vollkommen aufgeklärt; sie verdienen aber um so mehr in der Anschauung gekannt zu werden. Uebergießt man einen Theil der Platte mit Wasser 362

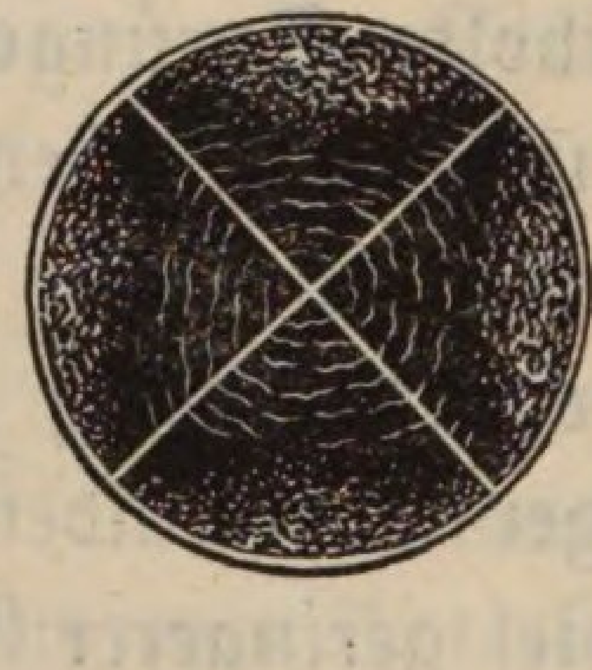
oder Weingeist, so zeigen sich auch diese mannigfaltigen kleineren Bewegungen, welche hier vorgehen, dann aber als sich kreuzende feine Wellen. Gebraucht man zu den Klangfiguren einen Metallstaub von unbedeutender Federkraft, z. B. geschabtes Blei, so erhält man zwar nicht die kleinen Bewegungen, welche der feine Staub zeigt, entgeht aber doch den vielfältigen Sprüngen des Sandes und ähnlicher Körper, und die Staublinien legen sich entfernter von den Knotenlinien. Den Weg, welchen die beweglichen Theile auf den klingenden Scheiben beschreiben, um an die ruhenden Stellen zu gelangen, kann man gleichfalls anschaulich machen, wenn man ein Pulver wählt, das in geringem Grade dem Glase anhaftet und dadurch selber seinen Weg bezeichnet. Schüttet man nämlich dies Pulver bloß auf die Stellen der größesten Bewegung, so gehen von hier aus die Theilchen strahlenförmig und gleichmäßig stark nach allen Richtungen, in denen sie Ruhepunkte finden, keineswegs bloß nach den nächsten Ruhepunkten. Diese Strahlen aber sind nicht geradlinig, sondern das Gesetz ihrer Gestaltung ist, daß die Richtung derselben in dem Augenblicke, wo sie mit der Ruhelinie zusammentreffen, senkrecht auf die Richtung der letzteren gerichtet ist, so daß die Bewegungen der von beiden Seiten in der Ruhelinie zusammentreffenden Theilchen einander aufheben.

363 Wenn krumme Oberflächen, wie z. B. Glocken, Gläser u. a. m., in Schwingungen gesetzt werden, so entstehen gleichfalls Knotenlinien, welche die Oberfläche in schwingende Theile eintheilen. Man kann diese zeigen, indem man Wasser oder Quecksilber in ein großes Glas gießt, Fig. 214 und 215, und die Kante mit einem Bogen anstreicht. Dann wird die Flüssigkeit von einigen Punkten im Umkreise mit Heftigkeit fortgeworfen werden und auf anderen Stellen in Ruhe bleiben.

Fig. 214.



Fig. 215.



Dünne Körper, wie Papier, Blase, Goldschlägerhaut u. s. w., können auch Klangfiguren zeigen. Man spannt dieselben über einen Holzrahmen oder eine Glasglocke aus, bestreut sie mit Sand oder Hexenmehl und setzt sie darauf in Schwingungen, indem man ihnen eine schwingende Platte nähert. Sie werden alsdann ähnliche Zeichnungen zeigen, wie die Platte selbst geben würde.

Längenschwingungen werden auf verschiedene Weise hervorgebracht, 364
z. B. an einer Glasröhre von 4 bis 5 Fuß Länge und 3 bis 5 Linien Durchmesser, indem man sie in der Mitte festhält und die eine Hälfte mit einem feuchten Lappen der Länge nach reibt. Hält man die Röhre horizontal und hängt kleine Papierringe auf die Hälfte, welche nicht gerieben wird, so bewegen sich diese und kommen erst an den Stellen zur Ruhe, wo die Schwingungsknoten sind. Dreht man die Röhre ein wenig in der Hand, so bleiben die Papierringe nicht mehr auf derselben Stelle in Ruhe, sondern werden nach anderen Punkten hin versetzt. Bezeichnet man diese einzelnen Punkte, so wird man sehen, daß die Schwingeknoten eine Art unregelmäßiger Schraubenlinie rings um die Röhre bilden. Fig. 216 und 217.

Fig. 216.

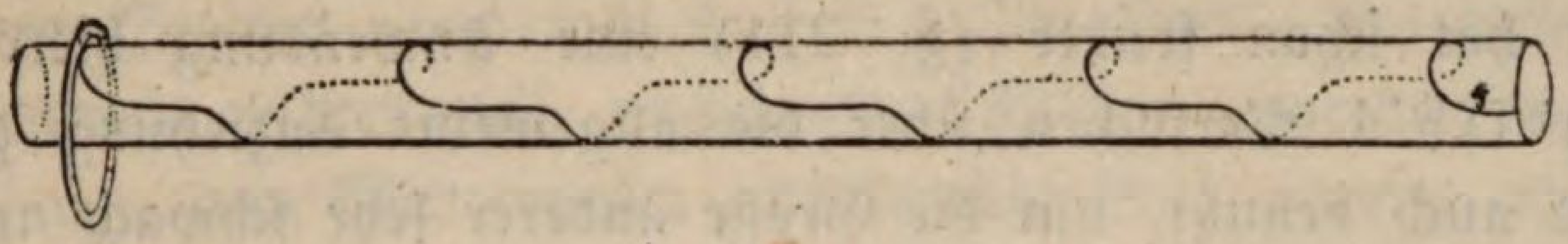
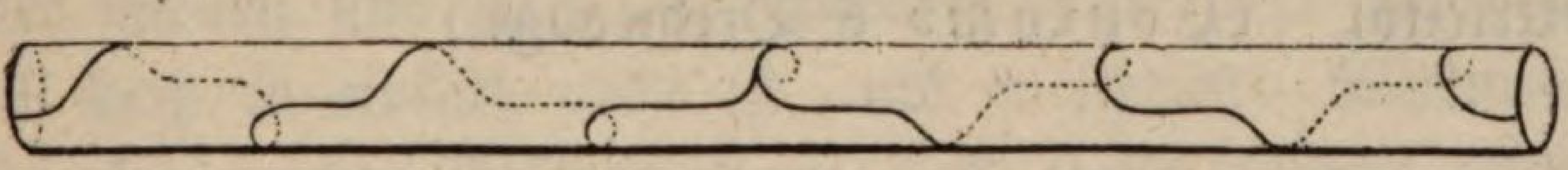


Fig. 217.



Die innerliche Fläche der Röhre zeigt eine ähnliche Knotenlinie wie die äußere; man kann ihre Form finden, indem man kleine Kugeln von Kork oder Wachs innerhalb der Röhre anbringt.

Hält man die Glasröhre senkrecht, so kann man die Lage der Schwingeknoten finden, indem man an dem unteren Ende einen gut schließenden Korkstöpsel anbringt. Dieser steigt in die Höhe, bis er einen Schwingeknoten erreicht hat, wo er in Ruhe bleiben kann. Die Kraft, mit welcher der Pfropf gehoben wird, ist so groß, daß sie eine Wassersäule heben kann, welche sich über demselben befindet.

Verbindet man zwei parallele kreisrunde Scheiben durch eine Glas- 365
stange, welche senkrecht in der Mitte derselben befestigt ist, und streicht man dann die eine derselben mit einem Violinbogen, so werden in der anderen Platte dieselben Schwingungen hervorgebracht, wie in der ersten, und beide werden also in aufgestreutem Sande dieselben Klangfiguren zeigen. Savart hat durch seine Versuche über Körper, welche so mit einander verbunden sind, daß sich des einen Schwingungen dem anderen mittheilen, das Gesetz gefunden, daß, wenn die Körper parallel sind, in dem anderen dieselbe Art

von Schwingungen erweckt werde, wie in dem ersten; daß aber, wenn sie senkrecht auf einander stehen, die Längenschwingungen des ersten Querschwingungen des zweiten und umgekehrt hervorbringen.

366 Wird ein Metalldraht mit angehängtem Gewichte um seine Axe gedreht, so strebt er, wenn die drehende Kraft aufhört, zu seiner ersten Stellung zurückzukehren; da er aber zufolge der erlangten Fahrt dann weiter geführt wird, so entsteht dadurch eine Reihe von Schwingungen, welche alle in gleicher Zeit vollendet werden, mag nun der Bogen, welcher durchlaufen wird, groß oder klein sein. Hieraus folgt, daß die bewegende Kraft in einem solchen Drahte zu jeder Zeit im Verhältniß zu dem Bogen stehen muß, welcher durchlaufen werden soll, weil sonst Schwingungen von ungleicher Größe nicht in gleicher Zeit vollführt werden könnten; dies heißt mit anderen Worten, daß die Drehkraft sich wie der Drehwinkel verhält.

Man hat schon früher (§. 211) eine Anwendung hiervon bei Cavendish's Versuchen über die allgemeine Anziehung gesehen; sie wird auch benutzt, um die Größe anderer sehr schwach anziehender oder abstoßender Kräfte zu bestimmen, z. B. bei Magnetismus und Elektricität. (Coulomb's Drehwaage.)

Wellenbewegung flüssiger Körper.

367 Wenn irgend ein Theil einer Wassermasse aus seinem Gleichgewichte gebracht wird, so wird dadurch eine Wellenbewegung erzeugt, welche mit den eben erörterten Bewegungen gespannter Schnüre das gemein hat, daß die Wellengestalt fortschreitet, ohne daß die bewegten Massen selbst eine entsprechende Ortsveränderung erleiden.

Von der Richtigkeit dieser Behauptung überzeugt man sich leicht, wenn man einen Span, ein Stück Kork oder einen ähnlichen leichten Körper auf das in Wellenbewegung befindliche Wasser wirft. Alsdann zeigt sich, daß der feste Körper bloß eine schaukelnde Bewegung erhält, aber nicht mit dem Wellenrücken fortschreitet, während es doch mit dem fortlaufenden Wasser eines Baches, auch bei scheinbar unbewegter Oberfläche desselben, hinabschwimmt. Die einzelnen Wassertheilchen vollführen daher in der Wellenbewegung nur eine schaukelnde, auf- und abschwingende Bahn, oder vielmehr (da sie einander nicht ausweichen könnten, wenn sie sich bloß höben und senkten) eine in senkrechter Ebene liegende Schwingung um ihre ursprüngliche Stelle.

Indem jedes Wassertheilchen erst dann den höchsten Punkt erreicht, wenn das vorhergehende damit fertig ist, erhalten wir denselben Eindruck einer continuirlichen Bewegung und einer fortschreitenden Wassermasse, wie bei der erwähnten Seilwelle.

Da nun ein Fortschreiten des Wassers, wie die oberflächliche Betrachtung und unser Vorurtheil es in der Wellenbewegung annahmen, entschieden nicht stattfindet, so beschränkt sich die Untersuchung dieser Bewegung wesentlich auf die Erforschung der Bahn der einzelnen Wassertheilchen.

Der gewöhnlichste Fall der Wellenbewegung und derjenige, der 368
wahrscheinlich in allen Fällen als die Ursache der verwickelteren Wellen auftritt, scheint derjenige zu sein, wo auf einer ruhenden Wasserfläche die Wellenbewegung von einem Punkte ausgeht. Diese Erscheinung ist bekannt genug als die Folge eines ins Wasser geworfenen Steines oder eines fallenden Tropfens. Um diesen Punkt als Centrum bilden die entstehenden Wellen concentrische Ringe, welche, von dem Mittelpunkte aus fortschreitend, immer größer und so auch immer schwächer werden. Schon aus dieser besonderen Gestalt der Wellen und ihrer abnehmenden Höhe geht hervor, daß dieser Fall doch so einfach nicht ist, als er scheint. Vielmehr werden wir die eintretenden Erscheinungen noch mehr isoliren müssen, und wie man die Gesetze der Schwingungen fester Körper am einfachsten bei solchen Körpern auffand, die hauptsächlich eine lineare oder flächenhafte Gestalt zeigten, so werden auch die Wellenschwingungen einer Flüssigkeit am leichtesten aufgefaßt werden, wenn man zuerst Wellen beobachtet, welche sich nicht frei nach allen Seiten bewegen können, sondern auf ein einfaches Vor- und Rückschreiten beschränkt sind.

Die Gebrüder Weber, deren Untersuchungen außerordentlich viel 369
zur Erläuterung der Wellenbewegungen beigetragen haben, bedienten sich zu solchen Versuchen eines schmalen Troges, dessen Seitenwände von Glas gemacht waren, so daß die Wellen sich nur nach der Richtung der Länge dieses Troges fortpflanzten.

Um die Bewegung der einzelnen Theilchen beobachten zu können, benutzten sie Wasser, das mit Torfmull oder anderen Pulvern vermengt war, die von ungefähr gleicher Wucht mit dem Wasser sich allenthalben in demselben schwebend erhielten, und beobachteten ein solches Körnchen während der Dauer der Wellenbewegung durch ein kleines Fernglas.

Diese Bewegung brachten sie hervor, indem sie an dem einen Ende des Troges ein Rohr ins Wasser tauchten und etwas Wasser aufsogen, dann aber, nachdem der Wasserspiegel wieder ruhig geworden, es fallen ließen. Wiederholt man diesen Versuch, so sieht man ohne Ausnahme, daß die kleinen in der Flüssigkeit schwebenden Theilchen mit großer Geschwindigkeit krumme Bahnen beschreiben, die entweder in sich selbst zurücklaufen und der Ellipse sehr nahe stehen oder als ungeschlossene Bahnen den in Fig. 218 und 219 angegebenen sehr ähnlich sind. Erstere pflegen zu entstehen, wenn die Wellen einen symmetrischen Durchschnitt haben, letztere, wenn die dem Gipfel voranschreitende Hälfte des Wellenberges anders gestaltet ist als dessen nachfolgende Hälfte.

Fig. 218.



Fig. 219.



370 Jede vollständige Welle zeigt sich zusammengesetzt aus zwei deutlich unterscheidbaren Theilen, dem Wellenberge und dem Wellenthale, von denen ersterer über dem gemeinen Wasserspiegel erhaben, letzteres unter denselben herabgedrückt ist.

Die Nothwendigkeit eines solchen Ansehens der Welle folgt ganz einfach aus der aufgefundenen Bahn der kleinsten Theilchen. Soll ein solches Theilchen, welches auf der Oberfläche befindlich ist, unausgesetzt die in einer senkrechten Ebene liegende elliptische Bahn beschreiben, so muß es in rhythmischer Folge immer abwechselnd zwei äußerste Stellungen einnehmen, die um den einen Durchmesser der Ellipse senkrecht von einander abstehen, d. h. an derselben Stelle muß in rhythmischer Folge ein Wellenberg und ein Wellenthal mit einander abwechseln. Da dies jede Stelle der Oberfläche betrifft, so folgt daraus eine Reihe von fortschreitenden Wellenbergen und Wellenthälern. Daraus folgt denn von selbst, daß in derselben Zeit, in welcher ein einziger Flüssigkeitstheil seinen Kreislauf oder seine elliptische Bahn vollendet, die Welle ihre ganze Breite durchläuft. Man hat übrigens kein bestimmtes Verhältniß zwischen dem waagerechten Durchmesser dieser Bahnen und der Breite der Welle gefunden.

371 Kennt man die Breite der Wellen und die Zeit, welche ein Wassertheilchen gebraucht, um seine Bahn zu durchlaufen, so findet man die Geschwindigkeit der Wellen mit Rücksicht auf ihre an der Oberfläche fortschreitende Bewegung, indem man jene mit dieser dividirt. Airy hat in seiner mathematischen Wellentheorie gezeigt, daß sich die Geschwindigkeiten der Wellen gleich den Quadratwurzeln ihrer Breiten verhalten, wenn das Wasser eine sehr bedeutende Tiefe hat.

Ist dagegen die Breite der Welle größer als die Tiefe des Wassers, so verhält sich die Geschwindigkeit wie die Quadratwurzeln der Tiefe. Dieses Gesetz läßt sich namentlich bei den Fluthwellen mit Entschiedenheit nachweisen. Durch veränderte Dichtigkeit des flüssigen wellenschlagenden Stoffes ändert sich die Geschwindigkeit der Welle nicht.

Es ist gleichfalls nachgewiesen worden, daß in tiefem Wasser die 372
Theilchen bis nahe zum Boden Kreise beschreiben, daß aber die Halbmesser dieser Kreise eine geometrische Reihe bilden, welche von der Oberfläche gegen den Boden hin dergestalt abnimmt, daß bei einer Tiefe, die der oberflächlichen Wellenbreite gleich ist, der Halbmesser nur noch $1/_{535}$ des an der Oberfläche wahrnehmbaren Halbmessers beträgt.

In flachem Wasser werden die Bahnen der Wassertheilchen zu Ellipsen, deren waagerechte Durchmesser in allen Tiefen gleich groß sind, deren senkrechte Axen aber sich wie die Abstände vom Boden verhalten.

Je steiler bei der gleichen waagerechten Bewegung der Theilchen 373
die Wellen sind, desto kürzere Zeit währt der Umlauf der Theilchen, so daß, wenn alles Andere gleich gesetzt ist, die höhere Welle ihre eigene Breite in kürzerer Zeit durchläuft als die niedrigere.

Wenn man auf der ausgebreiteten Oberfläche einer ruhenden Flüs- 374
sigkeit eine Bewegung auf gleiche Weise, wie in dem Troge, hervorbringt, so bilden sich rings um den Anfangspunkt kreisförmige Wellen. Diese Kreise, welche die Länge der Welle ausmachen, vergrößern sich während des Vorschreitens, indem sich zu derselben Zeit die Höhe und die Geschwindigkeit der Theile vermindert, so daß die nachfolgenden Wellen stets in demselben Augenblicke größere Geschwindigkeit als die vorangehenden haben. In einem Troge mit parallelen Wänden, wo sich die Länge der Wellen nicht verändern kann, vermindert sich während des Vorschreitens die Höhe der Wellen, wogegen die Breite wächst, und deshalb bleibt die Strecke, welche in gleicher Zeit durchlaufen wird, beinahe unverändert für alle Wellen, welche durch dieselbe Kraft erzeugt werden. Wird die Länge während des Vorschreitens vermindert, so wächst Höhe und Geschwindigkeit der Wellen. Dies kann man durch Versuche in einem Troge zeigen, dessen eines Ende weiter ist als das andere.

Die Gestalt der Flüssigkeitsmasse, welche durch Heben oder Sen- 375
ken in einer Flüssigkeit Wellen hervorbringt, hat zwar einen großen

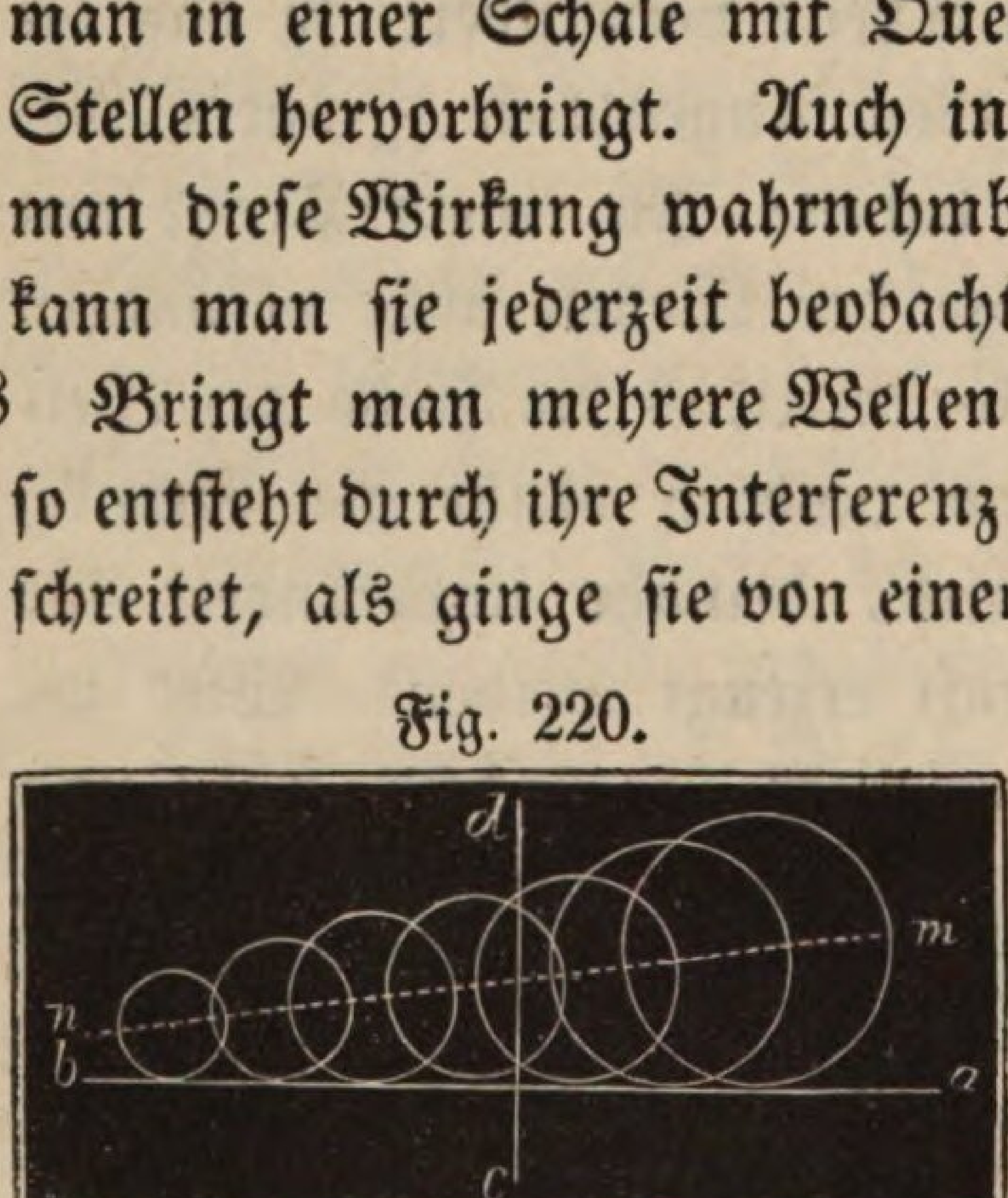
Einfluß auf die Gestalt der nächsten Wellen, nach und nach aber, wie die Wellenbildung weiter fortrückt, nähern sich die Wellen der Kreisform, wenn nur freie Bewegung nach allen Seiten hin ist.

376 Wenn man an beiden Enden eines Troges Wellen von gleicher Höhe erzeugt, die einander begegnen, so bildet sich an den Stellen, wo zwei Wellenberge zusammentreffen, ein Wellenberg von doppelter Höhe; gleichfalls bildet sich ein tieferes Thal, wo zwei Wellenthäler zusammentreffen, und wo ein Wellenberg mit einem Wellenthal zusammentrifft, da heben sie einander auf, so daß die Oberfläche des Flüssigen eben wird. Indem sich die Wellen zu einem Wellenberge vereinigen, steigen und fallen die Theile in der Mitte in senkrechter Linie, und die ihnen zunächst liegenden Theile bewegen sich in Linien, welche nach oben zu etwas zusammenlaufen. Nach dem Zusammentreffen setzen die Wellen ihre Bewegung, jede nach ihrer Seite, fort, und werden dann in gleicher Weise von den nachfolgenden Wellen durchsetzt. Bei ihrem Durchgange durch einander erleiden die Wellen einen kleinen Aufenthalt.

377 Auch dann, wenn eine Folge kreisförmiger Wellen eine andere Wellenreihe trifft, welche sich in entgegengesetzter Richtung bewegt, werden Wellenberge und Wellenthäler einander durchschneiden, und zwar an vielen Stellen, so daß, wo Wellenberg auf Wellenberg oder Wellenthal auf Wellenthal trifft, sich ein Berg oder Thal von doppelter Größe bildet; wo aber ein Berg mit einem Thal zusammenstößt, heben sie einander auf, so daß die Oberfläche eben wird. Dieses heißt die **Interferenz** oder der **Wechseleingriff** der Wellen; und man kann diese Erscheinung leicht beobachten, wenn man in einer Schale mit Quecksilber Wellen an zwei verschiedenen Stellen hervorbringt. Auch in einer großen Schale mit Wasser kann man diese Wirkung wahrnehmbar machen, und in Teichen und Seen kann man sie jederzeit beobachten.

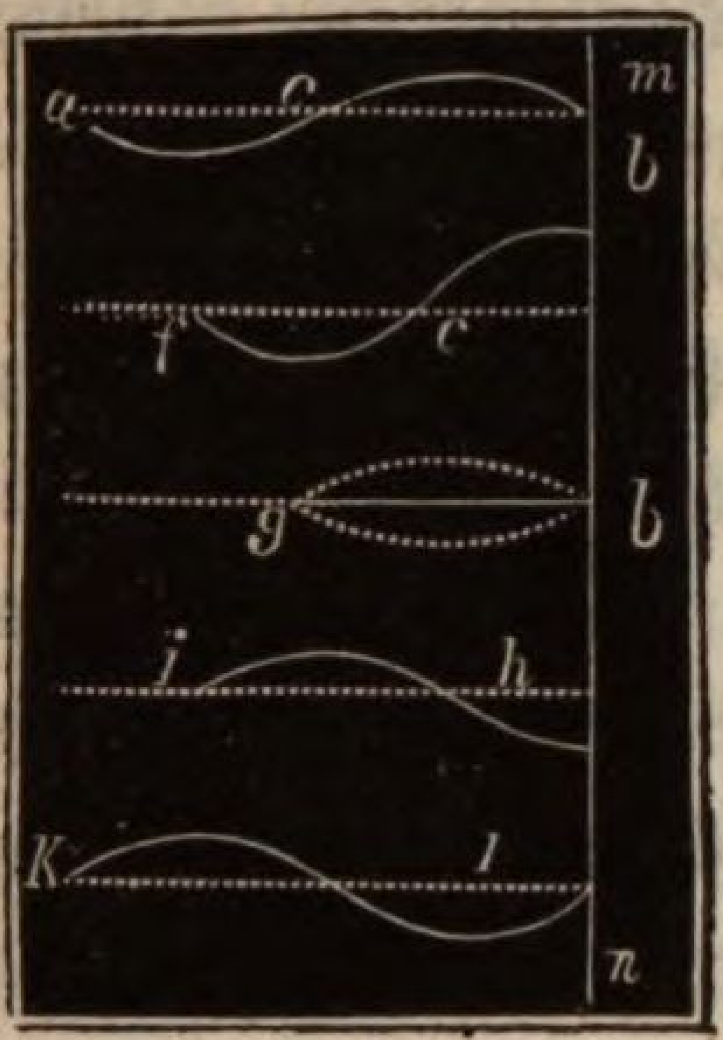
378 Bringt man mehrere Wellen neben einander hervor, wie Fig. 220, so entsteht durch ihre Interferenz eine einzige Welle a b, welche nun vorschreitet, als ginge sie von einem noch entfernteren Punkte aus, der in einer auf ab senkrechten Linie cd läge. Hieraus versteht man, warum diejenigen Wellen, die um einen unregelmäßig gestalteten Körper sich bilden, in einigem Abstande davon kreisförmig werden. (§. 375.)

Fig. 220.



Wenn eine Welle auf einen festen Widerstand trifft, so wird sie 379
zurückgeworfen. Betrachtet man zuerst eine in dem Troge hervorgebrachte Welle acb (Fig. 221), die einen senkrecht stehenden Körper mn trifft, so kann man die Verhältnisse am leichtesten überblicken, wenn man sich die Zeit, in der die Welle ihre Breite ab durchläuft, in 4 Theile von gleicher Größe getheilt denkt; nach dem ersten Zeittheile ist das Ende des Thales in f, und der Wellenberg hat ungefähr die doppelte Höhe erhalten und die halbe Breite verloren, indem seine hintere Hälfte und die zurückgeworfene vordere sich ganz wie zwei Wellenberge verhalten, die einander begegnen. Nach Verlauf des zweiten Zeittheiles ist der Endpunkt des Thales bis nach g vorgerückt, und des nun vollständig zurückgeworfenen Berges vorderster Punkt befindet sich auch in g, so daß Wellenberg und Wellenthal einander aufheben und die Oberfläche eben wird; am Ende des dritten Zeittheiles ist der vorderste Punkt des Wellenberges nach i vorgerückt und das Wellenthal hat nun in gleicher Weise, wie früher der Wellenberg, die doppelte Tiefe erhalten und die halbe Breite verloren. Endlich, nach Verlauf des vierten Zeittheiles, ist die Welle vollständig zurückgeworfen und schreitet nun in entgegengesetzter Richtung vorwärts. Die Bewegung der Flüssigkeitstheile ist bei dem Anstoße der Wellen gegen einen festen Körper ganz eben so wie in der einen Hälfte zweier zusammenstoßender Wellen; in der Nähe des Widerstandes gehen die Theile nur auf und ab in senkrechter Linie und etwas weiter davon bewegen sie sich auf und ab in schräger Richtung. Beim Anstoß eines Wellenberges schwingen die Theile zuerst aufwärts, beim Anstoße eines Wellenthales zuerst abwärts.

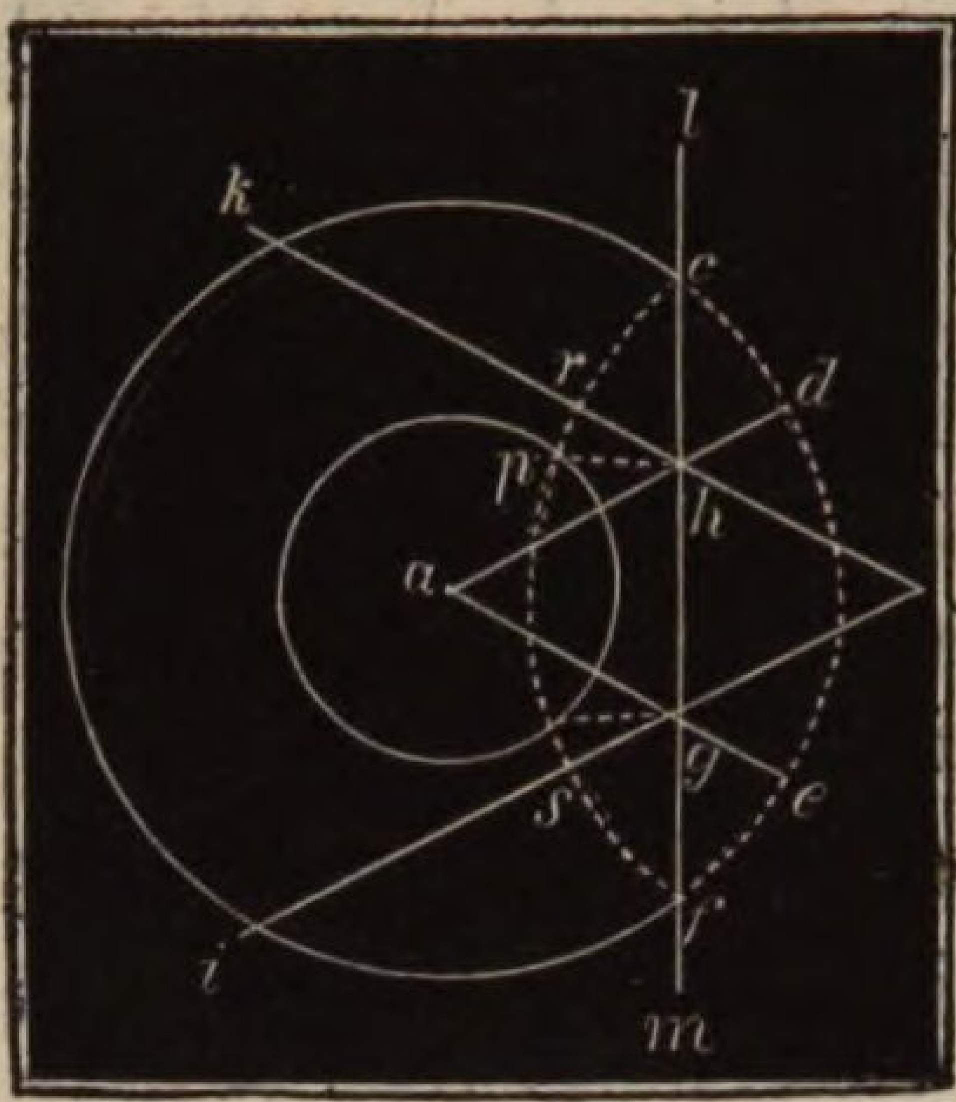
Fig. 221.



Stößt eine kreisförmige Welle gegen eine senkrechte Ebene, so 380
wird jeder Theil derselben unter demselben Winkel zurückkehren, unter welchem er anstieß, und die ganze Welle kehrt so um, als ginge sie von einem Mittelpunkte aus, der eben so weit hinter der Ebene läge, als der wirkliche vor derselben liegt. Sei lm (Figur 222 auf folgender Seite) eine senkrecht stehende Ebene und a der Mittelpunkt einer Reihe kreisförmiger Wellen, dann wird jeder beliebige Theil der um a gebildeten Wellen auf seinem Wege gegen

lm hin stets der Richtung der Halbmesser gefolgt sein, dann zwar wird jeder über dem Wasserspiegel gehobene Theil einen Druck nach den Seiten hin ausüben und selbst streben, Mittelpunkt einer neuen Wellenfolge zu werden, allein der eben so große Seitendruck der zunächstliegenden Wellentheile bewirkt dann, daß der ganze Druck den auf dem Umkreis senkrechten Linien, d. h. den Halbmessern folge. Die Richtung jedes Wellentheiles in dem Augenblicke, da er gegen die Ebene trifft, wird also durch den Halbmesser angegeben, der nach diesem Punkte gezogen werden kann, und die Zurückwerfung jedes einzelnen Theiles geschieht dann nach den allgemeinen Gesetzen (§. 275), daß der Ausfallswinkel dem Einfallswinkel gleich ist. Nun kann man leicht zeigen, daß die Linien, in denen die Zurückwerfung verschiedener Punkte, wie g, h, geschieht, nämlich gi und hk über lm hinaus verlängert, in einem Punkte b zusammentreffen, der in derselben senkrechten auf lm und in gleichem Abstande von lm liegt, wie a, und daß der Theil der um a gebildeten Wellen, welcher, wenn kein Hinderniß gewesen wäre, cdef gebildet haben würde, nun zurückgeworfen den Bogen crsf bildet, welcher vorschreitet, als ob er von dem Mittelpunkte b ausgegangen wäre.

Fig. 222.

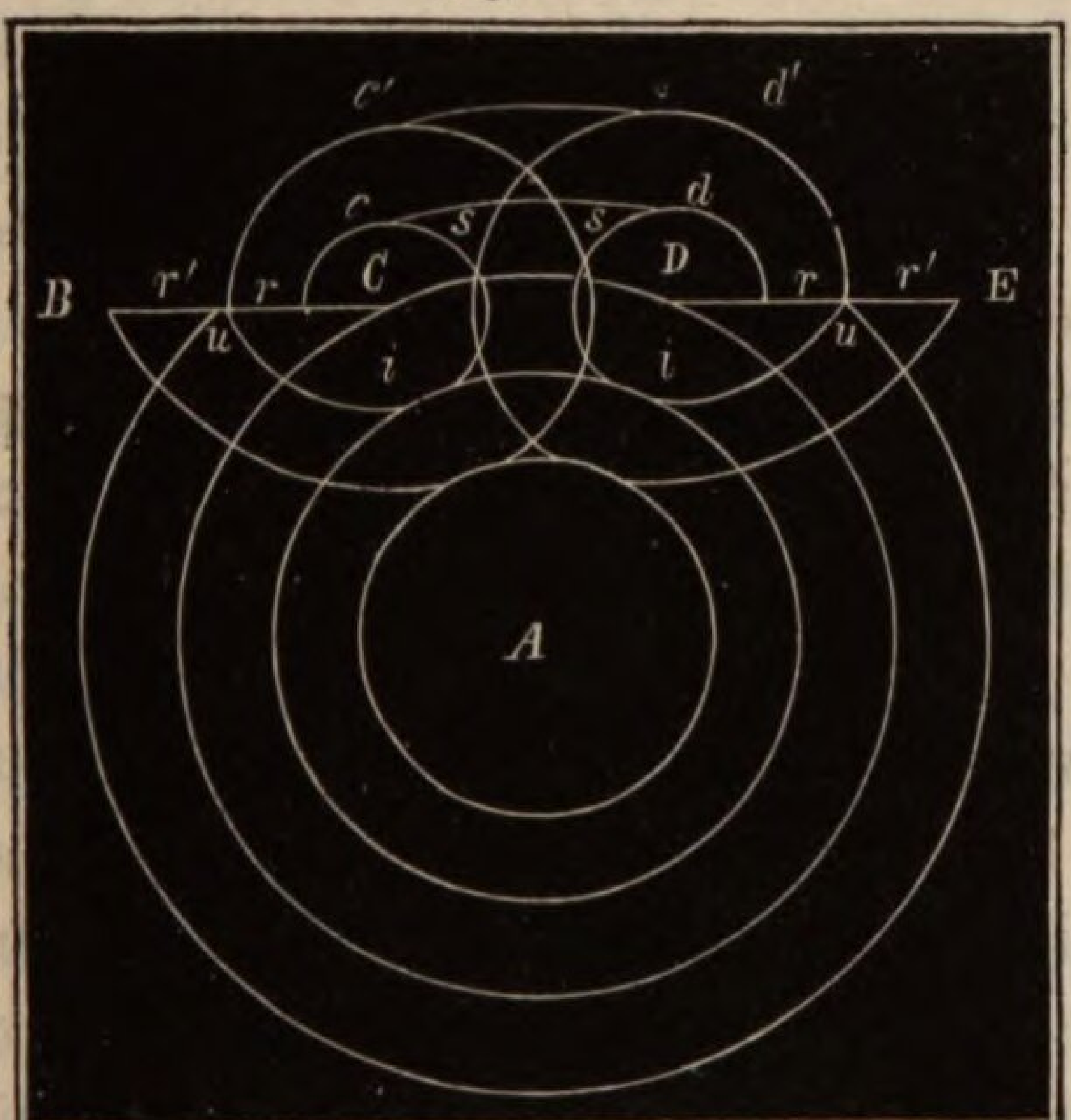


381 Aus diesem Gesetze sieht man, daß Wellen, die im Mittelpunkte eines kreisförmigen Gefäßes hervorgebracht werden, dessen Seitenwände senkrecht sind, stets zum Mittelpunkte zurückkehren müssen. Wenn man in einem elliptischen Gefäße Wellen erweckt, die von dem einem Brennpunkte ausgehen, so werden diese von den Wänden auf eine Weise zurück geworfen, daß die dadurch neu entstehenden Wellen sich ganz so zeigen, als ob sie von dem anderen Brennpunkte ausgingen. Die Ellipse hat nämlich die Eigenschaft, daß die Zuglinien beider Brennpunkte nach einem Punkte des Umfanges gleich große Winkel mit der Tangente dieses Punktes bilden, woraus also folgt, daß jede Wirkung, welche von dem einen Brennpunkte gegen den Umkreis ausgeht, nach dem andern Brennpunkte hin zurückgeworfen wird.

Man kann diese Wirkung sehr anschaulich machen, wenn man durch einen Papiertrichter mit enger Oeffnung eine Reihe von Quecksilbertropfen in den einen Brennpunkt der elliptischen Quecksilberfläche fallen läßt. Die ganze Oberfläche zeigt dann gleichsam ein Netz von Wellen, welche von beiden Brennpunkten auszugehen scheinen, und der Wechseleingriff derselben bildet nun Verstärkungen und Schwächungen der Wellen, welche theils in Ellipsen um die beiden Brennpunkte liegen, theils in Hyperbeln, die gleichfalls diesen Brennpunkten angehören.

Wenn eine Welle auf einen Widerstand trifft, der eine Oeffnung 382
hat, so wird sie theils von dem Widerstande zurückgeworfen, theils setzt sie sich durch die Oeffnung gerade aus fort, theils endlich bilden sich neue Wellen, die von den Rändern der Oeffnung ausgehen, und deren einer Theil sich mit der vorschreitenden Welle verbindet. Sei A (Fig. 223) der Mittelpunkt, von welchem die Wellen ausgehen, BE eine Scheidewand mit einem Zwischenraume CD, und zum Versuch werde Quecksilber angewandt. Der Theil der Welle, welcher in die Oeffnung CD kommt, wird sich in den folgenden Zeittheilen ungehindert nach cd und c′d′ fortsetzen, allein in den Punkten C und D bringen die flüssigen Theile durch Heben oder Senken neue Wellen rst und rst hervor, welche sich von diesen Punkten ausbreiten und mit den von A unmittelbar kommenden vereinigen, wodurch diese die Form rcdr annehmen und ein Aussehen erhalten, daß das Auge sie leicht für Kreisbogen hält. Man hat lange angenommen, daß eine Welle, die eine Oeffnung in einer Scheidewand antrifft, sich von da aus wie von einem neuen Mittelpunkte fortsetzen sollte, allein eine genaue Betrachtung dessen, was in dem Versuche vorgeht, zeigt die Sache so, wie sie hier dargestellt wurde. Es ist klar, das durch diese Wellen sich manche verstärkende und schwächende Wechseleingriffe herausstellen

Fig. 223.



müssen, von deren Wirkung man sich unschwer eine Vorstellung macht.

383 Aus der bisher vorgetragenen Lehre von der Wellenbewegung kann man nun manche von denjenigen Erscheinungen sich erklären, welche sich bei den großen Wellenbewegungen im Meere zeigen. Der Wind, welcher die Wellen des Meeres hervorbringt, wirkt meistentheils unter einem sehr spitzen Winkel gegen die Oberfläche. Die bewegte Luft scheint selbst in einer Wellenbewegung zu sein, und wirkt stoßweise stärker und schwächer. Ihre erste Wirkung ist, den Wasserspiegel mit kleinen Wellen zu kräuseln, welches so vorzugehen scheint, daß die Luft, welche ziemlich starkes Anhaften zum Wasser hat, auf den Wasserspiegel gleichsam durch Reibung wirkt, indem sie eine kleine Wassermasse hebt und vor sich her schiebt. Nach sehr kurzer Zeit verursacht die Senkung, welche die Welle durch ihren Zusammenhang mit der übrigen Wassermasse erleidet, und die Beschleunigung, welche die berührenden und gleichsam anhaftenden Lufttheile von den nachfolgenden erleiden, daß diejenigen Lufttheile, welche eben eine kleine Welle hervorbrachten, sich losreißen, und eine neue zu bilden anfangen, die größeren Wellen werden durch den Druck des Windes auf das Wasser hervorgebracht; dieser bildet eine ganze Reihe von Wellenmittelpunkten, so daß die davon ausgehenden Wellen durch Wechseleingriff zu langen Wellen verschmelzen, deren Höhe so groß ist, daß die Höhe derjenigen Wellentheile, welche nicht mit verschmelzen, gegen diese gehalten, wenig bemerkbar wird. Die Wellen, welche mit dem Winde gehen, erleiden einen viel stärkeren Druck von demselben auf ihrer Rückseite, welche gerade im Begriffe ist zu fallen, als auf ihrer Vorderseite, die im Begriffe ist sich zu heben, sie werden also von dem Winde begünstigt. Die Wellen dagegen, welche wider den Wind gehen, erhalten den größeren Druck auf der Vorderseite, welche sich heben soll, und kleineren auf der Rückseite, welche sich senken soll; sie müssen also bald aufgehoben werden. Wenn ein Theil der Wellen, die gegen den Wind gehen, im Schutze des Landes, besonders des hohen Landes sich befindet, so ist er im Stande, sich zu erhalten. Man sieht deshalb auch Wellen ans Land schlagen, selbst wenn die Richtung des Windes seewärts ist, ein Umstand, für den es beim ersten Blick schwierig scheint, sich Rechenschaft zu geben.

Man bemerkt gewöhnlich in dem Wasser mehrere verschiedene

Wellenreihen, die einander unter verschiedenen Winkeln kreuzen, diese Kreuzungen geben Anlaß zu größeren Erhebungen und müssen von dem Auge für höhere Wellen gehalten werden.

Wo sie auseinandergehen, wird man leicht verleitet zu glauben, daß die Welle unter den Wasserspiegel sinke, während es doch nur zwei Wellen sind, die durch einander gehen. Da die höheren Wellen schneller vorwärts schreiten, als die niederen, so müssen die kleinen Wellen, welche die Oberfläche des Wassers kräuseln, vor den größeren zurückbleiben, was den kleineren den Anschein giebt, als ruhten sie, während sich die anderen bewegen; so daß man leicht verleitet werden könnte, zu glauben, die großen Wellen rollten unter einer ruhenden in sich gekräuselten Oberfläche hin.

Obgleich es oftmals geläugnet worden ist, so zeigen doch die 384
Erfahrungen im Großen so wie auch die Versuche, daß sich die Wellenbewegung bis in eine bedeutende Tiefe erstreckt. Wenn daher eine einigermaßen hohe Welle über eine Stelle geht, die nur eine geringe Tiefe hat, so hebt sie sich und wird besonders steil auf der vorderen Seite, und wenn die Tiefe bis zu einem gewissen Grade gering ist, wirft sie sich vorüber, indem sie sich bricht, und bildet dadurch eine Brandung.

Nur wenn das Meer eine große Ausbreitung hat, kann der Wind Gelegenheit finden, die Wellen zu bedeutender Höhe zu verstärken; sehr große Wellen können daher nur im ausgebreiteten und tiefen Wassermassen stattfinden.

Verschiedene Ergebnisse der Lehre von den Wellen lassen sich auf 385a
Ebbe und Fluth anwenden, da solche als eine sehr breite Welle betrachtet werden können. Wir haben gesehen, daß die waagerechte Bewegung am größesten auf der Spitze des Wellenberges ist, aber doch bis zur Mitte des Wellenberges und Wellenthales andauert. Hieraus ergiebt sich, daß im offenen Meere die Fluthströmung mit dem Hochwasser noch nicht aufhört, sondern sich bis zur Mittelhöhe des Wassers fortsetzt. Nur wo das Wasser einen Widerstand antrifft, wie z. B. in einer Bucht, fallen Hochwasser und Wendepunkt zusammen, und anderwärts finden sich Mittelzustände zwischen einem solchen Widerstande und der ungehinderten Bewegung.

Steht ein Fluß in Verbindung mit dem Meere, in welchem sich 385b
Ebbe und Fluth zeigen, so rollen die Wellen den Fluß hinauf, werden steiler und steiler und das Wasser gebraucht daher kürzere Zeit zu steigen als zu fallen. Zuweilen werden auch doppelte und

dreifache Hochwasser hervorgebracht. — Das Hochwasser pflanzt sich also schneller fort, als das Tiefwasser, und dieser Unterschied wird noch merklicher, wenn der Fluß eine eigene hinausgehende Strömung hat.

385c Der Einfluß von Sonne und Mond bringt Fluthwellen hervor, welche dem Laufe dieser Himmelskörper folgen und von Airy gezwungene Wellen genannt werden, aber gleichzeitig mit ihnen werden auch andere erzeugt, in denen die Umlaufszeit der Theile die gleiche ist, die sich aber mit der Geschwindigkeit fortpflanzen, welche ihnen in Folge der Tiefe des Meeres zukommt; diese heißen freie Wellen. Wenn die gezwungene Welle sich mit derselben Geschwindigkeit bewegte, wie die freie, so würde sich die Wellenbewegung zu einem ununterbrochenen Strome von Osten nach Westen ausbilden, falls nicht die Reibung es verhinderte. Je nachdem aber die gezwungene Welle schneller oder langsamer geht, würde gerade unter dem Mond entweder Ebbe oder Fluth sein. Die Reibung bewirkt inzwischen, daß die Fluth früher eintrifft, und stets zunächst auf die Culmination der Himmelskörper folgt. Wenn die Kraft, welche die Wellenbewegung hervorbringt, von einem Tage zum andern sich verändert, so wie es mit der gegenseitigen Stellung von Sonne und Mond, ihrer Declination und ihrem Abstande von der Erde der Fall ist, so wird in Folge der Reibung die höchste Welle nicht mit der größesten Kraft zusammentreffen, sondern erst später, und die Verspätung wird um so größer, je langsamer sich die Kraft verändert.

385d Aus den Voranstehenden ist es klar geworden, daß eine und dieselbe Kraft Wellen von sehr verschiedenen Höhen muß hervorbringen können, indem die Wellenhöhen nicht so sehr von der Größe der Kraft als von der Dauer ihrer Periode und der Tiefe des Wassers abhängen. Man kann also aus den Höhen zweier Wellensysteme nicht auf das Verhältniß der Kräfte, denen sie ihren Ursprung verdanken, zurückschließen. Demzufolge kann man die Masse des Mondes nicht aus dem Verhältnisse zwischen Springfluth und Nippfluth berechnen, weil man an zweien Stellen, wo das Meer verschiedene Tiefe hätte, verschiedene Ergebnisse erhalten würde.

386 Wellen, die durch den Wind hervorgebracht werden, setzen sich oft viel schneller fort, als dieser; man sieht daher oft, sowohl mitten auf dem Meere, als auch an den Küsten große Wellenbewegungen, auf welche erst später Wind oder Sturm folgt. Zuweilen

kommt der Wind, der die Wellen erzeugt hat, nicht einmal so weit, als die voraneilenden Wellen.

Die Erfahrung zeigt, daß die Oele, so wie andere fette Körper, 387
auf merkwürdige Weise beitragen, die Wellen zu dämpfen. Die Taucher nehmen bei ihrer Niederfahrt Oel mit sich, daß sie nach und nach hinaufsteigen lassen, um die Oberfläche des Wassers glatt und daher geeigneter für die Durchlassung des Lichtes zu machen. Das Wasser ringsum frisch getheerte Schiffe zeigt sich glatter als um andere. Wo ölige Fische von den Raubthieren des Meeres verzehrt sind, zeigt sich das Meer gleich nachher ruhiger. Doch nicht bloß schwache Wellen, sondern auch hoher Seegang und starke Brandungen können durch eine geringe Menge ausgegossenen Oeles in dem Grade gemildert werden, daß Schiffe oftmals dadurch gerettet worden sind. Der Grund dieser Wirkung ist zwar noch nicht hinreichend erforscht, allein man kann doch Verschiedenes zur Aufhellung der Sache anführen. Wenn man einen Tropfen Oel auf die Oberfläche einer großen Schale mit Wasser fallen läßt, so breitet sich derselbe hurtig über die ganze Fläche mit solcher Kraft aus, daß er sogar andere Körper zur Seite treibt, die auf der Oberfläche des Wassers schwimmen. Man sieht die Wirkung derselben Kraft, wenn ein kleiner, nicht ganz mit Oel durchtränkter Körper auf der Oberfläche des Wassers schwimmt. Er wird sich dann von der Seite her drehen, von der das Oel hauptsächlich ausströmt. Ein einziger Löffel voll kann sich über die Oberfläche eines großen Teiches ausbreiten. Obgleich viel über diesen Gegenstand geschrieben ist, so scheint doch nicht, daß die Bedingungen, unter denen das Oel die Wellenbewegung dämpft, hinreichend bestimmt sind, so daß man sogar neuere Versuche hat, in denen gar keine Einwirknng des Oeles gesehen worden sein soll. Die Erklärungen sind dann auch sehr zweifelhaft. Man hat gemeint, daß die Glätte des Oeles dem Winde weniger Anlaß gebe, einzugreifen, und daß außerdem der Wind die freie Oelhaut auf dem Wasser hinschieben könne, ohne daß dessen Oberfläche mit folge, wie ein seidenes Tuch auf einem glatten Brette hingeschoben werden kann, ohne das der Druck dieses mit in Bewegung setzt. Inzwischen erklärt dieses nicht die Geschwindigkeit, womit das Oel nach einigen Erfahrungen die bereits thätigen Brandungen dämpft. Dies würde sich eher daraus erklären lassen, daß die Oberfläche durch das Hinzukommen des Oeles eine viel größere Steifigkeit erhält. Wir wissen, daß die

Oberfläche einer jeden Flüssigkeit Widerstand gegen ihre Zerreißung, ja sogar gegen ihre Beugung leistet. Bei der Ausbreitung des Oeles über das Wasser wird dieses mit dreien Oberflächen statt mit einer bedeckt, denn es versteht sich von selbst, daß die untere Fläche des Oelhäutchens eben so gut Widerstand leistet, als die obere. Es verdiente auch untersucht zu werden, ob nicht das Oel, indem es sich ausbreitet, gerade durch die Ausbreitung selbst, in der eine Eigenthümlichkeit des Anhaftens wirksam zu sein scheint, beiträgt, die Wellen zu ebnen.

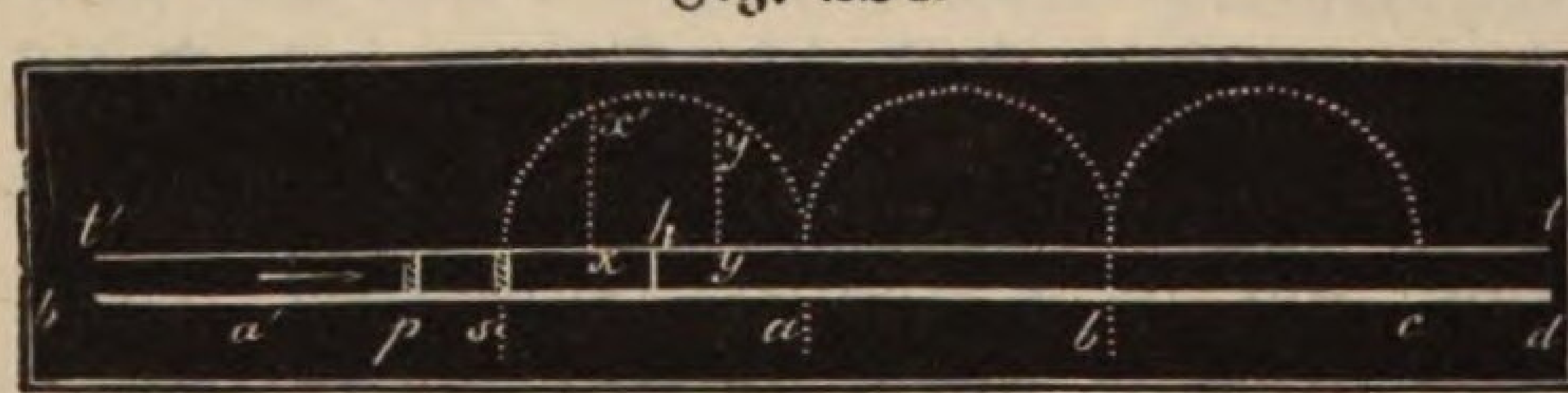
Regen trägt auch sehr dazu bei, die Wellenbewegung des Meeres zu dämpfen; kleine Körper, die auf dem Wasserspiegel ausgebreitet liegen, z. B. Eisgruß und trockenes Schilfrohr in den Buchten haben eine ähnliche Wirkung.

Wellenbewegung in luftigen Körpern.

388 In luftigen Körpern werden eben so wohl Wellenbewegungen hervorgebracht, als in festen und flüssigen; allein sie sind unsichtbar, so daß ihr Dasein aus der Natur der Sache abgeleitet und durch Wirkungen bewiesen werden muß. Da sie in der den Ursprung der Welle überall umgebenden Luft gebildet werden, so können sie natürlich nicht von Vertiefungen und Erhöhungen begleitet sein, sondern nur in Zusammendrückungen und Ausdehnungen bestehen, oder auch in gewissen inneren Bewegungen, welche letztere jedoch noch nicht genügend untersucht worden sind.

389 Als Anleitung zum Verständniß dessen, was in einer vollständigen Luftwelle vergeht, wollen wir zunächst eine mehr eingeschränkte betrachten. Man denke sich ein liegendes, überall gleich

Fig. 224.



weites, an beiden Enden offenes Rohr tt', (Fig. 224) in welchem die Luft durch und durch von gleicher Beschaffenheit ist. Hierin bewege sich ein Stempel von p nach s in einer Secunde. Wir heften sogleich den Gedanken auf den Zustand, der in dem Augenblicke stattfindet, da der Stempel in s angekommen ist. Wäre die Luft ein unzusammendrückbarer Körper, so würde die ganze Masse um so viel vorgeschoben sein müssen, daß ein Theil gleich ps aus der Röhre ausgeschoben wäre. Da aber ge-

rade im Gegentheil die Luft sehr zusammendrückbar ist, so bedarf die Ausbreitung dieser Bewegung darin eine merkliche Zeit. Wir nehmen hier nun die Röhre so lang an, daß diese Zeit mehrere Secunden ausmachen würde. Dann wird die Luft vor dem Stempel zusammengedrückt, und in der Secunde, in welcher der Stempel von p nach s gegangen ist, kann die Zusammendrückung nur bis zu einer gewissen Entfernung, z. B. von s nach a, vorgerückt sein. Die Luft dieses Raumes denken wir uns parallel mit der Stempelfläche in eine große Anzahl gleich dicker Lagen getheilt, so wird sie in diesen sowohl ungleiche Dichtigkeit als auch ungleiche Geschwindigkeit haben. In der letzten Lage a wird sowohl Zusammendrückung als auch Geschwindigkeit die geringste sein, da hier die Bewegung ihre Gränze hat, und bei s muß dasselbe der Fall sein, weil nach der Voraussetzung die Bewegung des Stempels hier Halt gemacht hat. Dagegen haben diejenigen Lagen, welche mitten zwischen a und s befindlich sind, also h sowohl die größeste Dichtigkeit, als die größeste Geschwindigkeit, welche beide von da aus abnehmen, je nachdem die Lagen näher an a und s befindlich sind, so daß dieselben in xx′ und yy gleich sind.

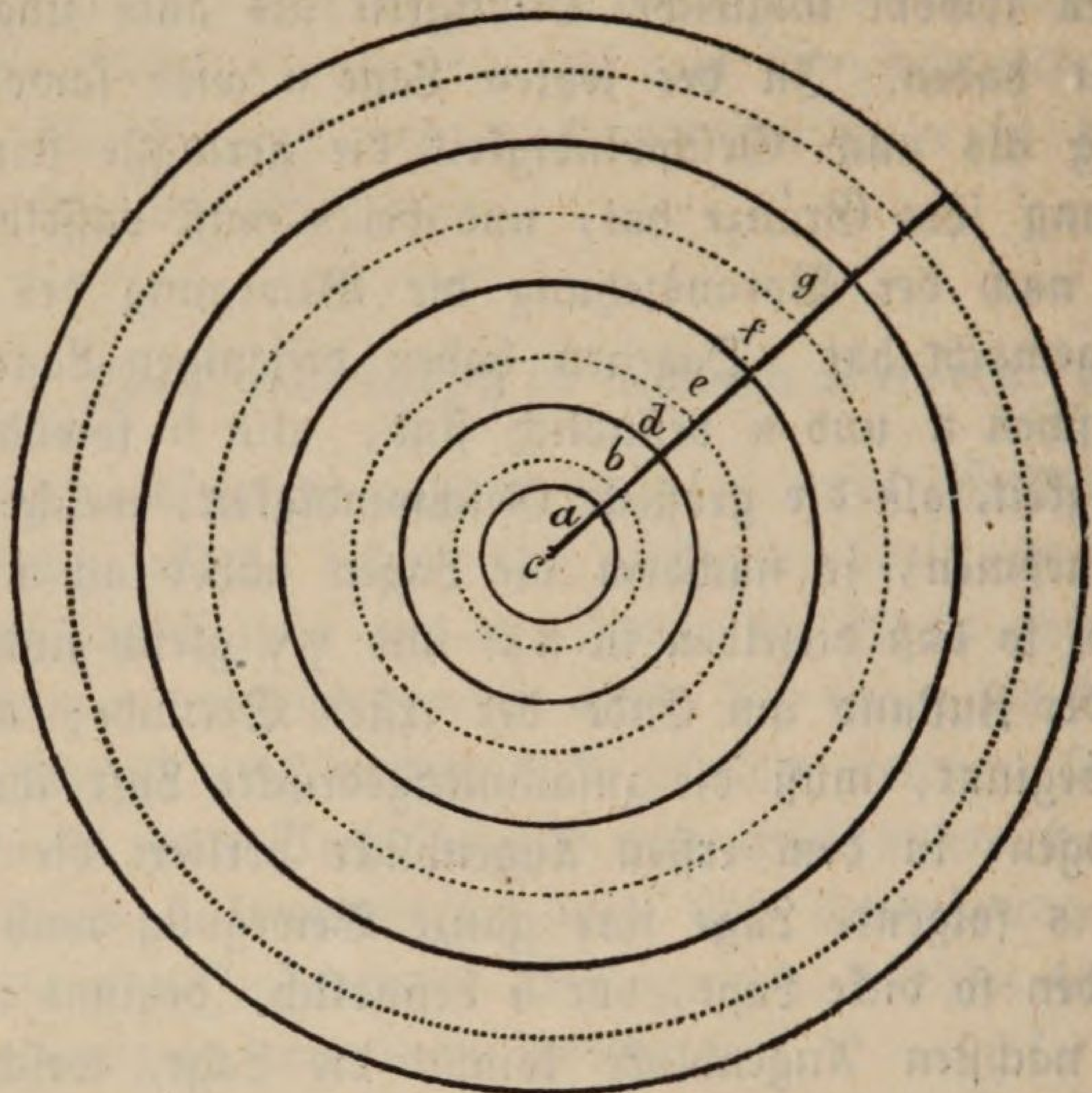
So ist der Zustand am Ende der ersten Secunde; aber indem die zweite beginnt, muß die zusammengedrückte Luft ihre Ausdehnung anfangen; in dem ersten Augenblicke verliert die dünne zunächst auf s folgende Lage ihre ganze Bewegung nach vorwärts, und eine eben so dicke Lage, vor a befindlich, beginnt ihre Bewegung; im nächsten Augenblicke kommt die Lage, welche zunächst auf die eben in Ruhe gekommene folgt, auch zur Ruhe, und ebenso die nächst folgende Lage vor der eben bei a vorgestoßenen auch in Bewegung; u. s. w. durch die ganze zweite Secunde, bei deren Schlusse alle Theile in sa zur Ruhe gekommen sind, während die eben so große Strecke ab nun in denselben Zustand gerathen ist, in dem sa am Schlusse der ersten Secunde war. Auf diese Weise schreitet die Verdichtung fort, während ihre Länge stets dieselbe bleibt. Während der Stempel in der ersten Secunde von p nach s ging, muß nothwendiger Weise hinter dem Stempel eine Folge von Verdünnungen in derselben Ordnung wie die Verdichtungen vor demselben eingetreten sein.

Das Zunehmen und Abnehmen der Dichtigkeiten ist in der Figur 224 durch die punktirten krummen Linien angedeutet: diese werden bestimmt, in dem man in verschiedenen Punkten senkrechte Linien

errichtet, deren Größe die Geschwindigkeit und Dichtigkeit andeuten, welche die Luftlage in dem Punkte hat, wo die senkrechte Linie errichtet wird. Die krumme Linie, welche dann durch die Endpunkte der senkrechten Linien gezogen wird, zeigt also den Gang des Abnehmens und Zunehmens der Dichtigkeit und Geschwindigkeit.

390 Dieses läßt sich nun leicht auf die Erzeugung einer vollständigen Luftwelle anwenden. Wir wollen von der mindest verwickelten Vorstellung derselben ausgehen.

Fig. 225.



Die Figur 225 stelle den Durchschnitt einer solchen Luftwelle vor. Um den Mittelpunkt c denke man sich eine Kugel des Radius ca abgegränzt. Diese dehne sich zu einer Kugel mit dem Halbmesser cb aus, so wird sich die Zusammendrückung in der eben beschriebenen Weise fortpflanzen. Hat nun die Bewegung und Zusammendrückung am Schlusse der ersten Secunde sich bis an dem Umfang einer Kugel ausgedehnt, welche ce zum Halbmesser hat, so ist in demselben Augenblicke Bewegung und Zusammendrückung am kleinsten bei den Oberflächen, deren Durchschnitte mit punktirten Linien bezeichnet sind und welche durch b und e gehen, dagegen Bewegung und Verdichtung am größesten in der durch eine ununterbrochene Linie des Durchschnittes bezeichneten Kugeloberfläche, welche durch d geht. In der nächsten Se=

cunde geht ganz dasselbe zwischen den beiden, durch punktirte Linien angedeuteten Kugeloberflächen vor, welche durch e und g gehen, und zwischen denen die durch f gehende mit ununterbrochener Kreislinie bezeichnete Kugeloberfläche der Sitz der größesten Bewegung und Zusammendrückung ist. Hier aber wird das, was zwischen b und e oder überhaupt zwischen den durch diese Punkte gehende Kugeloberflächen vorgeht, nicht auf einen bloßen Uebergang zur Ruhe eingeschränkt, denn die ursprünglich ausgedehnte Luftkugel zieht sich nun zusammen und eine Verdünnung entsteht an der Stelle, wo die erste Zusammendrückung vorging. Diese Verdünnung muß gerade in derselben Weise geschehen, wie die, welche in dem vorigen Gedankenversuch hinter dem Stempel geschah. In dem Raume zwischen den beiden, durch b und g gehenden Kugeloberflächen geschehen also zwei Wellenbewegungen, die einander dadurch entgegengesetzt sind, daß die eine durch Verdichtung, die andere durch Verdünnung hervorgebracht wird, während beide demselben Gesetze folgen; sie gehören deshalb zusammen, gleich wie Wellenberg und Wellenthal, und werden auch am besten als eine Welle betrachtet. Zuweilen hat man jede der beiden Hälften als eine Welle für sich betrachtet, das aber hat zu mancherlei Verwirrung Anlaß gegeben. Wenn der hier beschriebene ganze Wellengang vollendet ist, so sagt man, die Welle habe ihre Breite durchlaufen; diese ist dann bg. Von Einigen wird diese Größe die Länge der Wellen genannt.

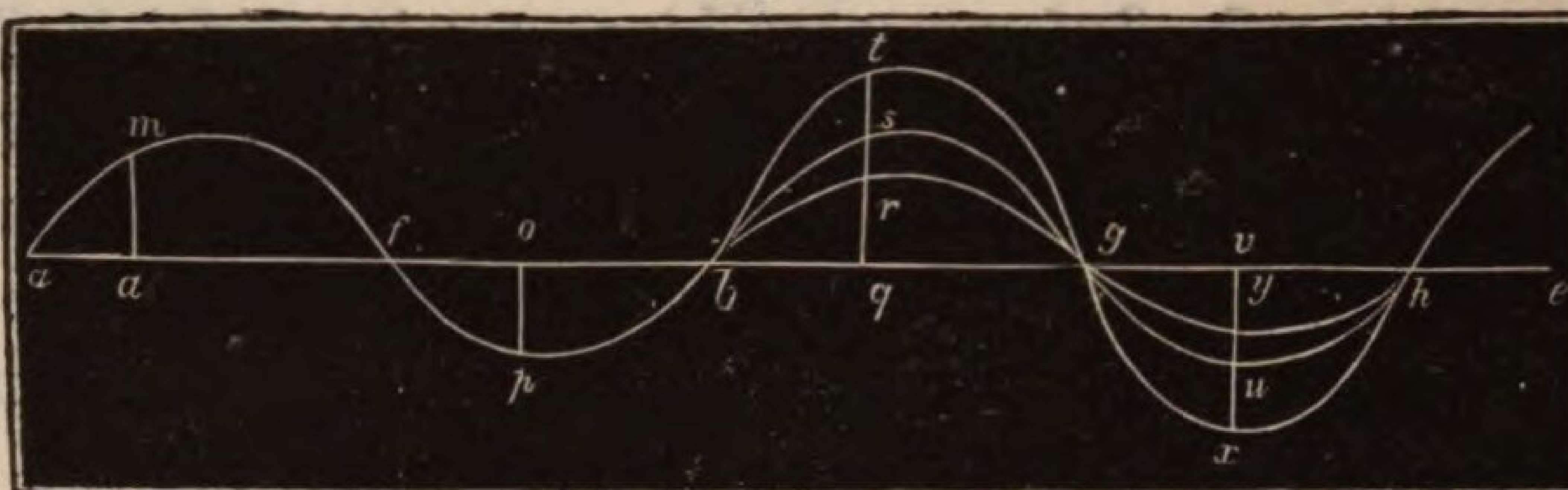
Es versteht sich, daß der einzelne Lufttheil, z. B. a, nicht die 391
Strecke ag durchläuft, sondern daß dieser seine hin und her gehende Bewegung in der Zeit vollendet, in welcher sich die Bewegung durch die ganze Welle fortpflanzt. Die Breite einer Luftwelle ist also die Strecke, durch welche sich die Bewegung fortsetzt, während ein einzelner Lufttheil eine ganze Schwingung vollführt.

Wenn zwei Luftwellen, welche von verschiedenen Punkten ausgehen, 392
auf einander treffen, so treffen an verschiedenen Stellen entweder die größesten Verdichtungen oder die größesten Verdünnungen oder Mittelzustände zusammen, ihre Wirkung auf einen in Ruhe befindlichen Punkt hängt dann von beiden Wellen ab. Sind Verdichtung und Verdünnung in beiden Wellen gleich groß, so vernichten sie einander an den Stellen, wo die entgegengesetzten Zustände auf einander treffen, verdoppeln einander, wo gleiche Zustände auf einander treffen, und bringen mittlere Wirkungen hervor, wo Mittelzustände

gemeinschaftlich wirken. Sind aber Verdichtung und Verdünnung in beiden Wellen nicht gleich groß, so ist weder vollständige Vernichtung noch vollständige Verdoppelung, sondern gewissermaßen die algebraische Summe der Zustände das Ergebniß.

393 Um dieses besser zu verdeutlichen, betrachte man zwei Luftwellen, welche von den Punkten a und b (Fig. 226) ausgehen, welche im Abstande einer ganzen Wellenbreite von einander liegen und also zu gleicher Zeit auf die in der Richtung ac liegenden Lufttheile

Fig. 226.

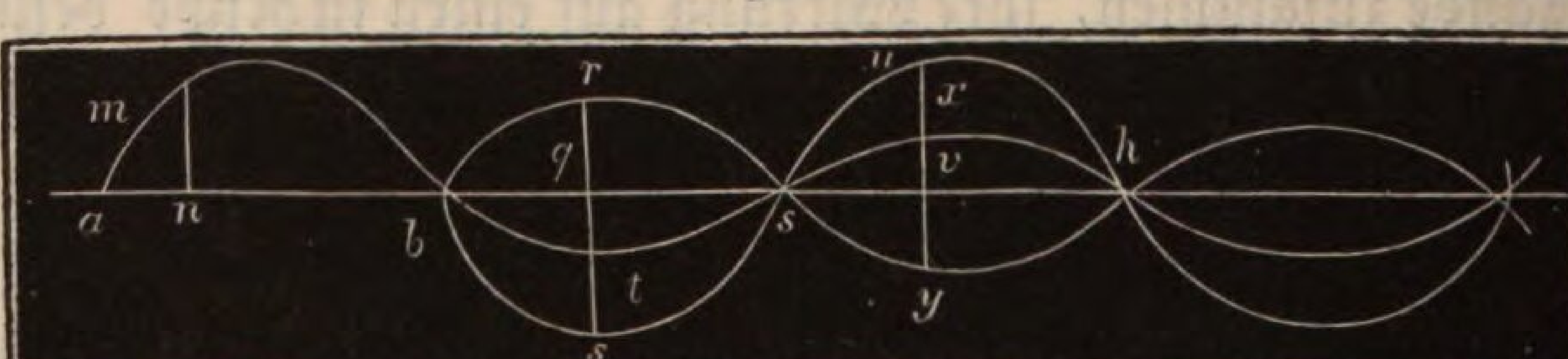


wirken. Die Wellen, welche von a ausgehen, mögen dieselbe Breite haben, wie die von b ausgehenden.

Die Linie ma′ bezeichne die Verdichtung, welche der Lufttheil a′ in einem gegebenen Augenblicke hat, und die Linie op bezeichne die entgegengesetzte Verdünnung, welche der Lufttheil o zu derselben Zeit erfährt, so kann man die Dichtigkeit der Theile in dem von a kommenden Wellensysteme durch die krumme Linie amfpb vorstellen, deren Fortsetzung durch bsguh angedeutet ist. Ferner bezeichne qr die für den Lufttheil q des anderen Wellensystemes in demselben Augenblicke hervorgebrachte Verdichtung und vy die Verdünnung für v, so müssen beide Systeme gemeinschaftlich dem Lufttheile p die Dichtigkeit $qt = qs + qr$ und dem Lufttheile in v die Verdünnung $vx = vy + uv$ ertheilen, wodurch die krumme Linie btgxh hervorgebracht wird, welche zeigt, daß beide Systeme einander verstärken.

Ist dagegen der Abstand zwischen den Punkten a und b (Fig. 227), von denen die Wellen ausgehen, gleich einer halben Wellenbreite,

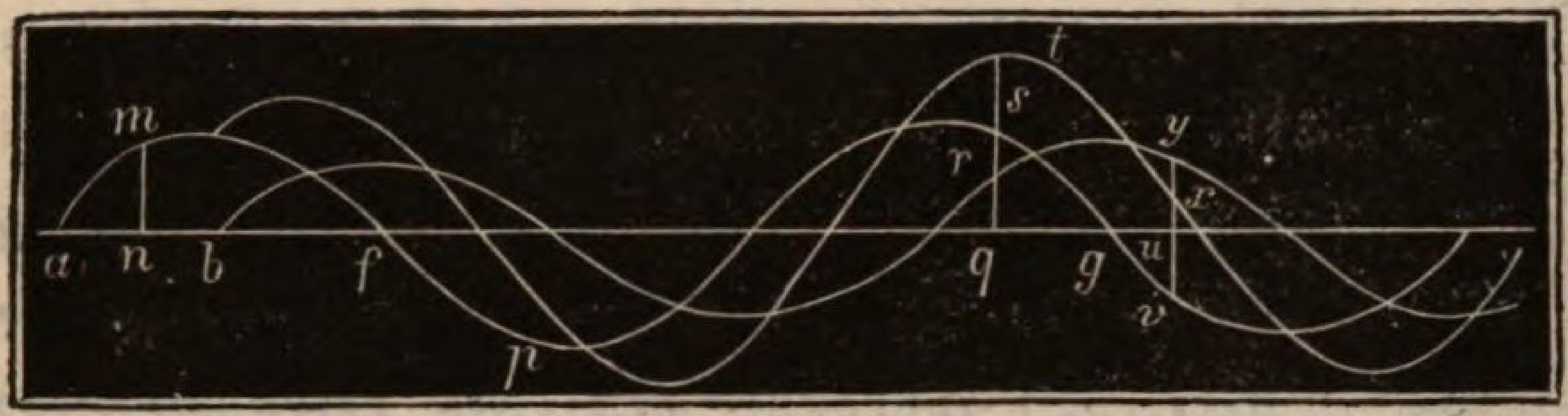
Fig. 227.



so wird das durch die Wirkung hervorgebrachte Wellensystem durch btsxh dargestellt, wo qt = qs — qr und vx = vu — vy, woraus man sieht, daß, wenn die Lufttheile in beiden Wellen gleiche Verdichtung und Verdünnung leiden, sie ihre Wirkungen gegenseitig ganz aufheben, während in anderen Fällen eine die andere schwächt.

Ist der Abstand zwischen a und b (Fig. 228) ein beliebiger Theil der Wellenbreite, z. B. $^1/_4$, so entsteht aus beiden Systemen ein neues, dessen Wellen dieselbe Breite haben, und welches dargestellt

Fig. 228.



werden kann, indem man für die Wirkung auf einen Punkt q die Größe qt = qr + qs und für u die Größe ux = uy — uv setzt.

Wenn die größeste Geschwindigkeit, mit welcher die einzelnen Lufttheile in einer Welle sich bewegen können, nicht verändert wird, wenn also die Höhe der krummen Linien, welche die Dichtigkeit der Wellentheile darstellen, während des Vorschreitens der Welle unverändert bleibt, so ist es im ersten der obigen Fälle gleichgültig, ob der Abstand zwischen a und b gleich 1, oder 2, 3, 4 .... ganzen Wellenbreiten ist, im zweiten, ob derselbe gleich $^1/_2$ oder $^3/_2$, $^5/_2$, $^7/_2$ .... Wellenbreiten sei.

Ist dagegen die Geschwindigkeit im Anfange größer und nimmt nachher ab, so ist der Abstand zwischen a und b von größerer Bedeutung.

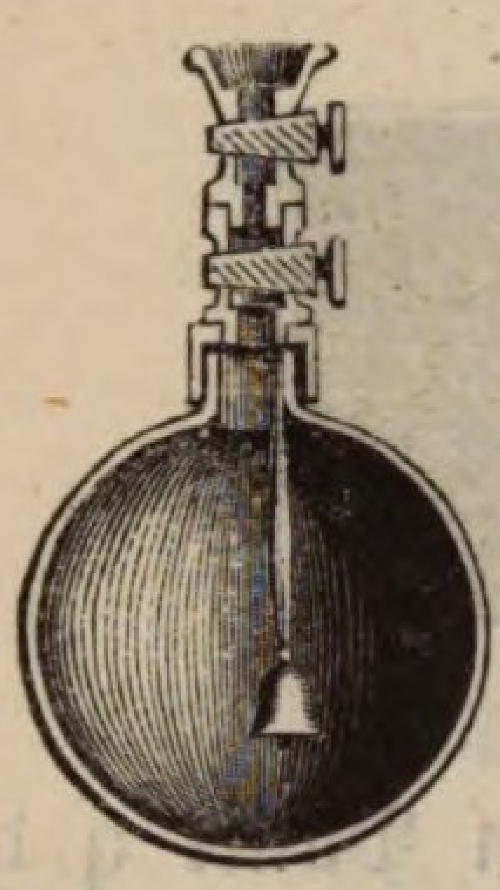
Wenn eine Luftwelle einen festen Widerstand trifft, so wird sie 394
nach denselben Gesetzen wie in §. 275 zurückgeworfen, indem der Ausfallswinkel gleich dem Einfallswinkel wird; geht sie also zum Beispiel von dem einen Brennpunkte einer elliptischen Wölbung aus, so wird sie in den anderen zurückgeworfen.

Wenn Schwingungen von einer gewissen Geschwindigkeit und 395
Größe auf unsere Gehörwerkzeuge wirken, so wird bei uns eine Wahrnehmung erweckt, welche wir Hören nennen; dem Gegenstande dieser Wahrnehmung geben wir den Namen Schall; die Schwingungen, durch welche die Wahrnehmung erweckt wird, nennen wir Schallschwingungen; der Körper, von welchem diese aus-

gehen heißt, ein schallender. Von diesem werden die Schallschwingungen den zusammendrückbaren Körpern der Umgebung mitgetheilt, welche dieselben dem Ohre zuführen und von denen man sagt, daß sie den Schall fortpflanzen. Diese fortgesetzten Schallschwingungen heißen auch Schallwellen.

396 Die Luft ist derjenige Körper, durch welchen gemeiniglich der Schall unserm Ohre zugeführt wird. Wenn ein Körper, der, in gehörige Schwingungen gesetzt, uns durch die Luft den Schall mittheilt, in eine Glocke gebracht wird, deren Luft man auspumpt, so bringen dieselben Schwingungen einen um so schwächeren Eindruck auf unser Ohr hervor, je weiter die Verdünnung der Luft getrieben wird, und wenn diese so weit getrieben worden, als eine erträgliche Luftpumpe im Stande ist, zu thun, so wird der Schall ganz unvernehmbar. Läßt man die Luft wieder einströmen, so wird natürlich auch der Laut wieder gehört.

Fig. 229.



397 Natürlicher Weise bedarf der Gang der Schallwellen in allen Körpern einige Zeit. Ueber die Geschwindigkeit des Schalles, in der Luft besonders, hat man zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Stellen mannigfaltige Versuche angestellt, die nun zu sehr genauen Bestimmungen geführt haben. Das gewöhnlichste Verfahren besteht darin, daß man des Nachts Kanonen in großen wohl abgemessenen Entfernungen abfeuern läßt und mit Chronometern die Zeit zwischen Blitz und Knall bestimmt.

Da die Geschwindigkeit des Lichtes nach den Untersuchungen der Sternkundigen so groß ist, daß es nicht $1/_{40000}$ Secunde gebrauchen würde, um eine Meile zu durchlaufen, so kann man ohne einen merklichen Fehler die beobachtete Zeit als diejenige ansehen, welche der Schall gebraucht hat. Da der Wind die ganze Luftmasse, in welcher der Schall sich fortpflanzt, versetzt, so muß man seinen Einfluß beseitigen, was theils dadurch geschieht, daß man sehr stilles Wetter wählt, theils dadurch, daß man auf beiden Beobachtungspunkten Kanonen abfeuert und auf beiden Beobachter mit Chronometern anstellt. Da der Wind oft stoßweise kommt, so ist es am besten, beide Kanonen zu gleicher Zeit nach gleichgestellten Chronometern abzufeuern, und dann die Mittelzahl der aus beiden Beobachtungen gefundenen Zeiten zu nehmen. Alle gut ausgeführten Beobachtungen über Geschwindigkeit des Schalles haben gelehrt,

daß die Zeit, welche die Fortpflanzung des Schalles bedarf, unter gleichen Umständen stets in Verhältniß zu den durchlaufenen Strecken steht, also eine gleichmäßige Geschwindigkeit ist, was auch aus der Natur der Schwingungen folgt (§. 352). Die Geschwindigkeit des Schalles wird auch nicht durch die Geschwindigkeit verändert, mit welcher der schallende Körper schwingt. Hierdurch wird nur bewirkt, daß die Schallwellen in demselben Maaße schmaler werden, als der Körper schneller schwingt. Daß das Ohr hierdurch einen andern Eindruck empfängt, beruht also darauf, daß in derselben Zeit mehr Schallwellen hervorgebracht werden. (Es wird in dem Folgenden davon die Rede sein, daß Töne um so höher sind, je größer die Anzahl der erzeugenden Schwingungen ist.) Hieraus erklärt sich, daß die Töne einer entfernten Musik in derselben Ordnung gehört werden, als nahe bei. Es hat sich auch gezeigt, daß der Luftdruck keinen Einfluß auf die Geschwindigkeit des Schalles hat, was gleichfalls aus der Natur des Dinges folgt, denn zwar sollte die Geschwindigkeit in demselben Verhältnisse stehen wie die Quadratwurzel der durch den Druck bestimmten Spannkraft der Luft (§. 301), allein sie soll zugleich in dem umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzeln der Dichtigkeit stehen. Daher muß auch eine Veränderung der Dichtigkeit, welche nicht im Verhältniß zum Drucke steht, eine merkliche Veränderung der Geschwindigkeit mit sich führen. Die Wärme dehnt die Luft um 0,003667 für jeden Grad aus. Heißt nun die Anzahl der Wärmegrade t, so soll man die bei 0° durchlaufene Strecke mit $\sqrt{(1 + t \,.\, 0{,}003667)}$ multipliciren, statt dessen man hier, wo es sich nur um einen ganz kleinen Bruch handelt, $1 + t \,.\, 0{,}001833$ setzen kann. Will man dagegen aus einer Beobachtung bei höheren Wärmegraden die Geschwindigkeit bei 0° ableiten, so muß man hier mit $1 - t \,.\, 0{,}001833$ multipliciren. Aus den sämmtlichen Beobachtungen hat man abgeleitet, daß der Schall bei 0° 1058 Rheinische Fuß durchläuft. Geht man von dieser Geschwindigkeit aus, so hat man also ungefähr 1,94 Fuß für jeden höheren Grad Wärme hinzuzulegen; da aber die Luft beinahe immer Wasserdämpfe enthält, und im Ganzen genommen um so mehr, je größer die Wärme ist, so kann man für alle Berechnungen, welche keine sehr große Genauigkeit haben sollen, 2 Fuß für jeden Grad hinzulegen. Bei 21°, einer Wärme, die oft im Sommer stattfindet, hat man dann 42 Fuß hinzuzulegen, so daß die Geschwindigkeit gerade 1100 Fuß in der Secunde wird.

398 Newton berechnete aus der Natur der Schallschwingungen die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft, fand sie so aber viel geringer, als die Erfahrung sie giebt. Die Mathematiker haben seine Rechnung wiederholt und das Verfahren berichtigt, allein dasselbe Ergebniß gewonnen, wonach die in einer Secunde bei 0° durchlaufene Strecke nur 888,8 Rheinische Fuß beträgt. Allein diese Berechnungen hatten nicht Rücksicht darauf genommen, daß durch jede Zusammendrückung der Luft sich einige Wärme entwickeln muß, wodurch die Spannkraft stärker wird, als die bloße Rücksicht auf das Mariotte'sche Gesetz ergeben würde. De la Place hat diese Berichtigung eingeführt und damit den Streit zwischen Berechnung und Beobachtung gehoben.

399 In Flüssigkeiten wird der Schall so gut fortgepflanzt, als in der Luft. Wenn man zwei harte Körper unter Wasser zusammenschlägt, so hört man den Laut davon sowohl über als unter dem Wasser; Ruderschläge hört man auch unter dem Wasser. Schallwellen, die in der Luft erweckt werden, gehen zwar in's Wasser über, werden aber bedeutend geschwächt gleich einer jeden Bewegung, die aus einem dünneren in einen dichteren Stoff übergehen soll. Die Fortpflanzung des Schalles im Wasser geschieht mit viel größerer Geschwindigkeit als in der Luft, denn zwar hat das Wasser eine viel größere Dichtigkeit, allein die Spannkraft, mit welcher es sich ausdehnt, wenn es zusammengedrückt worden war, ist in einem noch viel stärkeren Verhältniß größer. Colladon und Sturm haben hierüber Versuche auf dem Genfer See angestellt. Der Schall wurde unter Wasser durch eine Glocke hervorgebracht, gegen welche ein Hammer schlagen mußte; der Stiel des Hammers befand sich über dem Wasser und war mit einer Lunte versehen, welche so angebracht wurde, daß sie eine Pulvermasse in dem Augenblicke entzünden mußte, wenn der Hammer auf die Glocke traf. Da der Schall, welcher eine Oberfläche unter sehr spitzem Winkel trifft, ganz zurückgeworfen wird, mag er nun aus einer dünneren in eine dichtere Raumerfüllung übergehen sollen, oder umgekehrt, so mußte man hier ein Geräth anwenden, um den Schall aufzufangen und für den Beobachter über dem Wasser hörbar zu machen. Dieses bestand aus einem Hörrohr, welches unten eine bedeutende Erweiterung hatte, die mit einer dünnen Blechplatte geschlossen war. Der weitere Theil steckte unter Wasser und die mit der Blechplatte bedeckte Seite war gegen den schallenden Körper gewendet, so daß

sie den Schall beinahe senkrecht auffing und der innen eingeschlossenen Luft mittheilte, von der ihn das Ohr empfing, das an die enge Oeffnung des oberen Endes gehalten wurde. Der Schall wurde so durch eine Strecke von 2 Meilen gehört. Die Geschwindigkeit fand sich bei $8^0{,}1$ zu $4572\frac{1}{5}$ Rheinische Fuß in der Secunde also 4 Mal so groß als in der Luft.

Die Fortpflanzung des Schalles durch feste Körper zeigt sich durch 400
viele Versuche. Setzt man die Zähne mit Hülfe einer elastischen Stange in Verbindung mit dem Klangboden eines Klaviers, so wird man die darauf hervorgebrachten Töne hören, wenn man sich auch die Ohren verstopft hat. Auf diese Weise können sogar Taube, wenn nur die inneren Theile des Ohres unbeschädigt sind, Musik hören. Hält man zwischen den Zähnen das eine Ende eines langen Metalldrahtes, an dessen anderm Ende ein silberner Löffel befestigt ist, und wird in diesem eine Schallschwingung hervorgebracht, so hört man dieselbe, wenn auch die Entfernung so groß ist, daß man sie nicht durch die Luft hören kann. Legt man das Ohr auf das eine Ende eines langen Balkens und läßt das andere bloß mit einer Nadel kratzen, so hört man den Schall davon. Der in der Luft hervorgebrachte Schall wird beim Uebergange in feste Massen in sehr hohem Grade geschwächt, wogegen die Luftschwingungen dünne Platten und Saiten leicht in Querschwingungen setzen können. Die Geschwindigkeit des Schalles in festen Körpern ist sehr groß. Unter mehreren Versuchen darüber kann hier einer angeführt werden, welcher von Biot an einer zur Wasserleitung bestimmten Eisenröhre vorgenommen wurde. Dieselbe war 951 Meter = 3030 Rheinische Fuß lang. An jedem Ende derselben stand ein Beobachter mit seinem Chronometer und schlug auf die Röhre in vorher bestimmten Augenblicken. Man hörte einen zwiefachen Schall, einen, der durch die feste Masse in 0,3 Secunden kam, und einen andern, der durch die Luft in $2\frac{1}{2}$ Secunden kam. Bei einer genauen Berechnung fand sich die Geschwindigkeit des Schalles im Eisen so groß, daß er 3459 Meter, ungefähr 11025 Rheinische Fuß in der Secunde durchlaufen konnte.

Wo Schallwellen einen Widerstand antreffen, entstehen neue Wel- 401
lenfolgen, und findet sich eine Oeffnung in dem Widerstande, so bildet sich auf der anderen Seite desselben ein ganzes System von Wellen wie in den Flüssigkeiten (§. 382), deshalb breitet sich der

Schall nicht bloß nach allen Richtungen gerade aus, sondern beugt sich auch um Gegenstände herum.

Die Schallwellen werden auch durch einen Widerstand, den sie antreffen, gleich den Wellen in Flüssigkeiten zurückgeworfen Beweise hiefür werden in dem Folgenden vorkommen.

402 Insofern sich der Schall von einem Mittelpunkte nach allen Richtungen hin ausbreitet, wird er geschwächt in demselben Verhältnisse wie die Quadrate der Abstände wachsen.

Außer der Schwächung, welche der Schall so durch Zerstreuung erleidet, ist er noch mehreren bedeutend schwächenden Einwirkungen unterworfen. Hierzu gehört, so weit bloß die Wirkung auf unser Ohr in Frage kommt, die Vermischung mehrerer verschiedener Schalleindrücke, von denen die meisten uns gar nicht zum Bewußtsein kommen, sondern bloß den reinen Eindruck des Schalles, der dazu kommt, schwächen. Jede Schallwelle, die, ohne auf Hindernisse zu treffen, nur einen Eindruck hervorrufen würde, kann durch Hindernisse veranlaßt werden, schwache Nebeneindrücke zu erzeugen, theils dadurch, daß von ihr einige Wellenreihen ausgehen, welche anderen Wegen folgen, als der Hauptschall, und deshalb nicht mit diesem zu gleicher Zeit das Ohr erreichen, theils dadurch, daß viele von den Theilen der Schallwelle zurückgeworfen, ja selbst mehrfach zurückgeworfen werden und also in verschiedenen Augenblicken das Ohr erreichen. Wenn nun mehrere hurtig auf einander folgende Laute, wie die der Musik oder der Rede, aufgefaßt werden sollen, so wirken die Nebeneindrücke der vorhergehenden Laute störend auf die Wahrnehmung der folgenden. Es werden auch manche verschiedene Laute zu gleicher Zeit im Raume erzeugt, und, mögen sie nun in so großen Abständen sein, daß sie an sich selbst unsere Aufmerksamkeit nicht auf sich ziehen, so wirken sie doch störend auf die Eindrücke, die unserm Bewußtsein zugänglich werden. Jedes Blatt, jeder Strohhalm, jede kleine Unebenheit der Erdoberfläche wirken hier mit. Die Windströme tragen unsäglich viel zu diesen Schwächungen des Schalles bei, theils indem sie mancherlei Schallwellen erwecken, theils indem sie eine Menge untergeordneter Bewegungen in der Luft erzeugen. Die Sonnenwärme, die jedes Blatt, jeden Stein, jeden eigenthümlich beschaffenen Fleck des Erdbodens anders erwärmt als die Umgebung, und deren erwärmende Wirkung so manche Abwechselungen durch die mannigfaltigen Schatten nicht bloß der Körper auf der Erde, sondern auch der Wolken erleidet, bringt

unzählige Luftströmungen hervor, welche am Tage den Schall schwächen.

Aus alle diesem folgt, daß der Schall ungeschwächter in stillem Wetter als im windigen, des stürmischen zu geschweigen, fortgepflanzt wird; daß er nur wenig geschwächt wird, wenn er über eine ruhige Wasser-, und noch weniger, wenn er über eine glatte Eisfläche geht, daß man den Schall viel reiner, daher auch in viel größerem Abstande bei Nacht als bei Tage vernimmt, daß man eine wahre Todtenstille empfindet, wenn man sich in einem Luftschiffe hoch über die Erde erhoben hat.

Man kann noch hinzufügen, daß die Schallwellen stärker in einer dichteren Luft als in einer dünneren wirken; der Schall ist deshalb stärker in kalter als in warmer Luft, obgleich er in letzterer eine größere Geschwindigkeit hat. Auch dies kann mit dazu beitragen, daß der Schall bei Nacht stärker ist als bei Tage, in Frostwetter stärker als in warmem Wetter.

Will man die Beispiele, wo der Schall sich sehr weit fortgepflanzt haben soll, beurtheilen, so muß man wohl erwägen, ob nicht das Wasser oder die feste Erdmasse können mitgewirkt haben. Kanonaden sind ohne Zweifel oft in viel größerem Abstande durch die Fortpflanzung im Meere oder in dem festen Boden als in der Luft gehört worden.

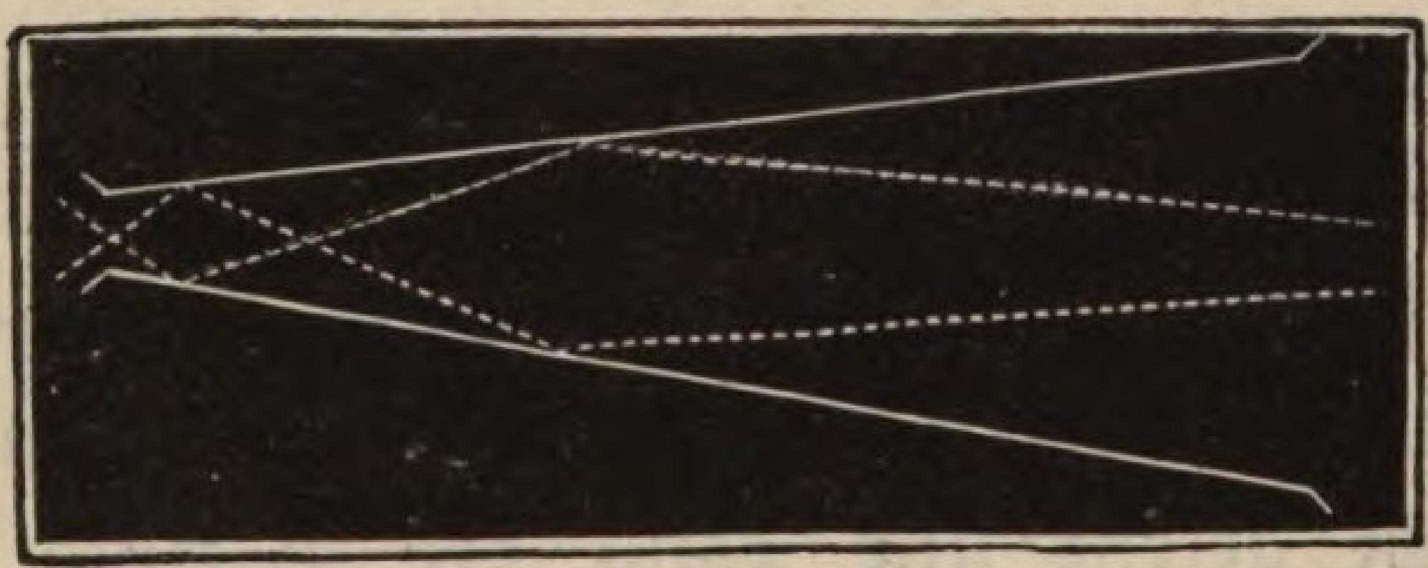
Die in festen Körpern erregten Schallschwingungen gehen mit 403
ihrer ganzen eigenthümlichen inneren Anordnung in die Luft über. Dies sieht man, wenn man eine klingende Platte über eine mit Sand oder Hexenmehl bestreuete ausgespannte feine Haut hält; denn auf dieser wird dieselbe Klangfigur hervorgebracht, welche die Scheibe selbst giebt. Man kann selbst mit dem Ohre dies wahrnehmen. Durch eine Thür oder Wand wird eine Röhre vom Durchmesser einiger weniger Linien gesetzt und dann der Versuch von zweien Beobachtern folgendermaßen angestellt: der eine hält sein Ohr an die eine Oeffnung der Röhre, während der andere verschiedene Theile einer klingenden Scheibe vor die andere Oeffnung hält; der erste hört dann den Klang um so stärker, je größere Schwingungen die Theile der Scheibe machen, welche gerade vor der Röhre stehen, und er wird keinen Laut vernehmen, wenn einer der ruhenden Theile oder eine Kante davorsteht. Man kann dies sogar dann recht gut bemerken, wenn man eine lange Glasröhre so hält, daß die eine Oeffnung an das Ohr schließt, während die andere gerade

vor eine Stelle der schwingenden Platte gehalten wird. Taucht man eine Kante der klingenden Scheibe in Wasser oder Weingeist, so sieht man dieselbe Fortpflanzungsweise in den Flüssigkeiten.

404 Wird ein Schall an einem Ende einer überall gleich weiten Röhre hervorgebracht, so setzen sich die Schallwellen bis zu der anderen Mündung ohne merklichen Verlust fort, da sie auf dem Wege sich nicht seitwärts ausbreiten können. Eine Röhre, die hiezu benutzt wird, nennt man eine Schallröhre. Biot benutzte die oben besprochene über 3000 Fuß lange Röhre auch zu Versuchen hierüber und fand, daß sein Mitbeobachter am anderen Ende der Röhre seine mit Flüstern ausgesprochenen Worte hören konnte. Man hat die Schallröhre benutzt, um hohle Figuren auf ausgesprochene Fragen antworten zu lassen. Dies hat man noch täuschender gemacht, indem man die Schallröhre verbarg und sich hinter der Oberfläche der Figur mit kleinen kaum sichtbaren Oeffnungen münden ließ, dann das Ohr nicht an diese legte, sondern an andere und weitere Röhren, durch welche der Schall fortgeleitet wurde.

405 Das Sprachrohr hat einen ganz anderen Zweck, als das Schallrohr; dieses soll nämlich die Schallwellen, nachdem sie sich einigermaßen seitwärts haben ausbreiten können, auf einem langen Wege durch die freie Luft zusammenhalten. Es hat gewöhnlich Kegelform mit einem Mundstück an der einen und einer besonderen Erweiterung an der anderen Oeffnung, wie in nebenstehender Figur, worin die punktirten Linien ein Paar sich kreuzende Wellenhalbmesser vorstellen, welche nach mehrfacher Zurückwerfung von den Seitenwänden mehr und mehr sich dem Parallelismus nähern. An der weiten Oeffnung bildet sich also eine Welle, deren Halbmesser nur wenig aus einander gehen (als kämen sie von einer viel ferneren Stelle) und deshalb auch auf dem vorausgesetzten Wege in der Luft sich nur wenig zerstreuen. Es muß jedoch bemerkt werden, daß es den Forschern noch nicht geglückt ist, die beste Gestalt des Sprachrohrs oder seine vollständige Theorie zu bestimmen.

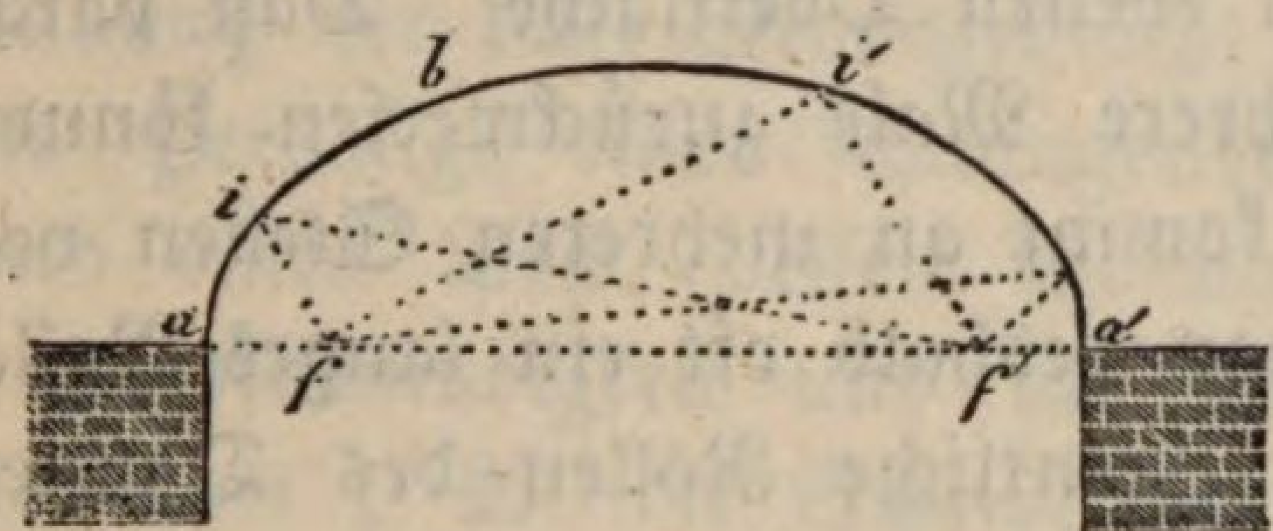
Fig. 230.



Das Hörrohr dient dazu, die zerstreuten Schallwellen, die man 406
dem Ohre zuleiten will, zu sammeln. An den äußern Trichter schließt sich ein gebogenes Rohr, das als Schallrohr wirkt und zuweilen lang und biegsam ist. Man hat es vortheilhaft gefunden, einen dünnen Flor über die weite Mündung des Trichters zu spannen, um Luftbewegungen, die keinen Schall hervorbringen, von dem Eindringen abzuhalten.

Wenn ein Schall in dem einen Brennpunkte f (Fig. 231) einer ellip- 407
tischen Wölbung a b a′ hervorgebracht wird, wird er in dem anderen, f′ ohne merkliche Schwächung vernommen (§. 381). Auch andere krumme Flächen werfen die Schallwellen so zurück, daß die Halbmesser auf eine regelmäßige Weise entweder zerstreut oder gesammelt werden. Eine parabolische Fläche wirft Schallstrahlen, die von ihrem Brennpunkte ausgegangen sind, parallel zurück und sammelt parallel eintreffende Strahlen in dem Brennpunkte. Man kann auch beweisen, daß eine Höhlung, die nach einer Kugeloberfläche gekrümmt ist, einen Brennpunkt hat, der in einem Abstande gleich dem halben Halbmesser der Kugel liegt, und daß sie deshalb einigermaßen als eine parabolische Fläche wirkt.

Fig. 231.



In Gebäuden, in denen Rede oder Musik gehört werden soll, hat man nicht so sehr für eine künstliche Verstärkung des Schalles, als für eine freie und ungehinderte Ausbreitung desselben zu sorgen (§. 402). Läßt man die Zuhörer in einem Halbkreise Platz nehmen, der sich nach außen hin allmälig hebt, so ist es am zweckmäßigsten. Gallerien, Logen, Coulissen, Säulen, tragen viel zur Verwirrung der Schallwellen bei, und machen den Eindruck minder rein. Eine große Höhe bis zum Boden giebt Anlaß zu einem bedeutenden Verluste durch Zerstreuung.

Auf der Zurückwerfung des Schalles beruht der Wiederhall, 408
das Echo. Man vernimmt denselben nicht, falls nicht die zurückwerfende Fläche einigermaßen fern von dem Ohre ist. Zwei Laute, die sehr schnell auf einander folgen, unterscheidet das Ohr nicht. Wenn z. B. die Schallwelle, die durch ein ausgesprochenes Wort hervorgebracht wird, 20 Fuß bis zu der zurückwerfenden Fläche durchlaufen muß, und bei ihrer Rückkehr zum Ohre also 40 Fuß zurückgelegt hat, so ist sie weniger als $1/_{26}$ Secunde unterweges

gewesen, und das Ohr vermag nicht, den zurückkehrenden Schall von dem ursprünglichen zu unterscheiden. Je entfernter die zurückwerfende Fläche ist, desto mehr Sylben kann man im Wiederhall deutlich vernehmen. Da der Schall indeß auf dem Hin- und Herwege zerstreut wird, so muß er stark sein, damit man den Wiederhall mehrerer Sylben unterscheiden könne.

Die zurückwerfenden Flächen müssen groß sein, um einen hinreichend starken Eindruck zurückgeben zu können.

Eine große Anzahl kleinerer Oberflächen kann auch einen Wiederhall geben, z. B. ein Wald, dieser Wiederhall ist aber nicht so deutlich, als der von einer großen ebenen Oberfläche. Daß parallele Flächen denselben Schall mehrere Male zurückwerfen können, versteht sich von selbst, und das kommt an mehreren Stellen vor; ist der Himmel bewölkt, so hört man deshalb oft ein langes Rollen von Kanonenschüssen. Auch das eigentliche Rollen des Donners rührt von mehrfachen Wiederhall zwischen den parallelen Flächen der Erde und der Wolken her.

409 Ein Schall wird durch eine einzige, vom Gehör aufgefaßte Schwingung hervorgebracht; faßt das Gehör zugleich die eigenthümliche Verschiedenheit der Welle auf, so heißt der Eindruck ein Laut.

Ein Ton dagegen wird durch eine Reihe von Schwingungen hervorgebracht, welche gleich lange währen, und welche so hurtig auf einander folgen, daß das Ohr sie nicht von einander unterscheiden kann. Von anderen Gehöreindrücken wird man am besten handeln können, wenn die Natur der Töne näher beleuchtet ist.

Je mehr Schallwellen das Ohr in einer gegebenen Zeit empfängt, desto höher ist der Ton. Im Gegensatz dazu nennt man die minder hohen Töne tiefe. Die Stärke eines Tones muß nicht mit seiner Höhe verwechselt werden. Ein Ton ist um so stärker, je größer die Bewegungsgröße ist, mit welcher die Schallwellen auf die Gehörwerkzeuge wirken. (Von Stärke kann aber auch bei einem jeden Schalle die Rede sein.) Wenn z. B. eine Saite und eine Platte gleich schnelle Schwingungen vollführen, so wird der durch letztere hervorgebrachte Eindruck die größere Stärke haben. Der Klang eines Tones (der auch sein Metall genannt wird) ist diejenige Verschiedenheit, welche man in den Tönen, ohne Rücksicht auf Höhe und Stärke wahrnimmt. Ein Klavier, eine Violine, eine Glocke können Töne geben, welche

gleich hoch sind und gleich weit gehört werden, ungeachtet es doch leicht ist, sie durch ihren Klang zu unterscheiden.

Man kann auf verschiedene Weise finden, wie viele Schwingun- 410
gen zu einem gewissen Tone gehören. Von allen diesen ist die Methode Seebeck's die anschaulichste. Eine Scheibe, welche sich um ihre Axe drehen kann und Löcher in gleichen Abständen unter einander in einer mit dem Umkreise parallelen Reihe enthält, wird in eine drehende Bewegung gesetzt und durch eine Röhre senkrecht gegen die Platte geblasen, so daß der erzeugte Luftstrom durch eine Oeffnung nach der andern geht. Hiedurch wird eine Verdichtung und Verdünnung der Luft hervorgebracht, also eine Welle, die dem Hin- und Hergange einer schwingenden Saite entspricht. Dies giebt dann einen Ton, dessen Schwingungszahl man aus der Umdrehungsgeschwindigkeit und der Anzahl der Löcher berechnen kann. Vollführt z. B. die Scheibe zwei Umdrehungen in einer Secunde, und hat sie 32 Löcher, so gehören 64 Schwingungen zu dem erzeugten Tone. Man kann in der Scheibe concentrische Reihen von Löchern mit verschiedener Anzahl in jeder haben. Dann kann man bei gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit auf derselben Scheibe verschiedene Töne hervorbringen.

Dasselbe wird auf etwas künstlichere Weise mit der früher von Cagniard Latour erfundenen Sirene ausgeführt, welche in ihrer einfachsten Gestalt aus einer Scheibe mit Löchern pp, (Fig. 232), wie in der Seebeck'schen Scheibe besteht, und welche sich

Fig. 232.

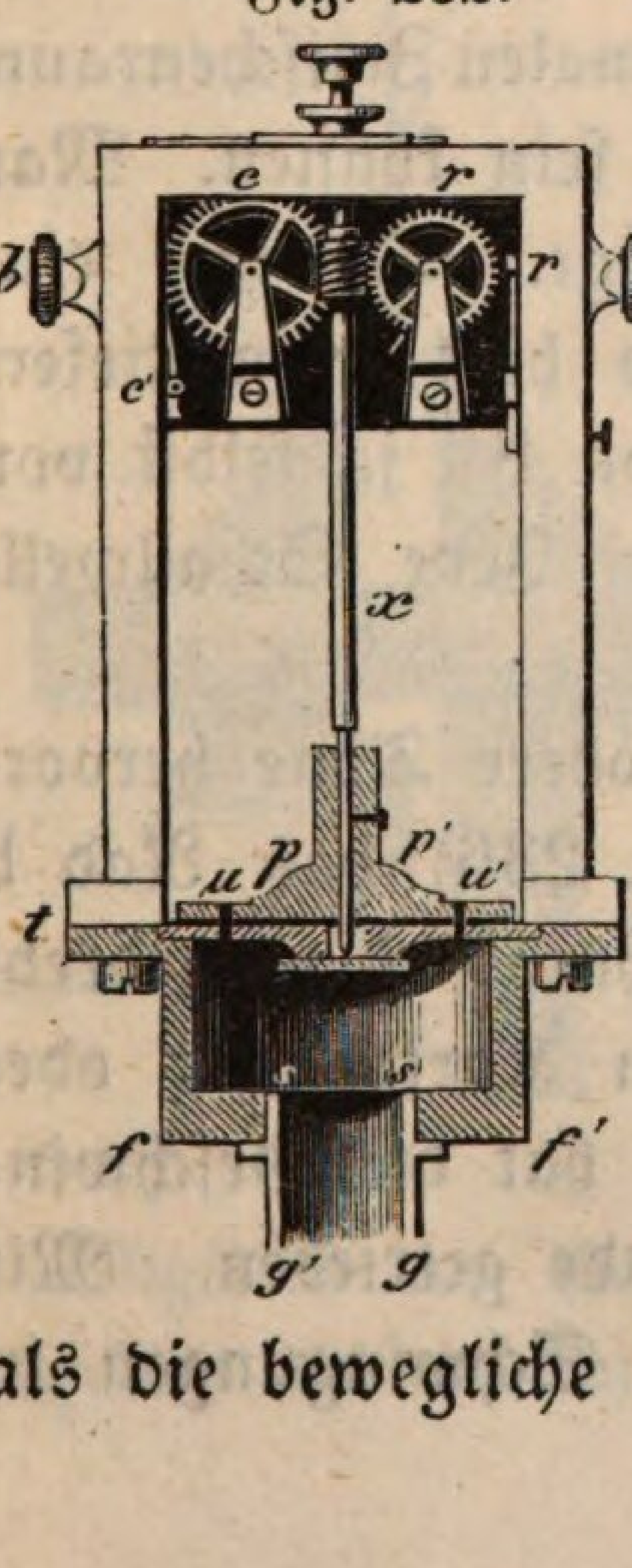


Fig. 233.



gleichfalls um eine Axe x drehen kann. Diese Platte vollführt ihre Umdrehung dicht über einer anderen Scheibe tt' welche ein oder mehrere Löcher hat und einen Behälter tt' ff bedeckt, in welchen durch eine Röhre gg' geblasen wird. Da die Löcher beider Platten schräge gegen einander gestellt sind, so genügt der Luftzug, um die Scheibe in Bewegung zu setzen. Hat die unbewegliche Scheibe nur ein Loch, so sieht man leicht, daß so manche Wellen entstehen, als die bewegliche Scheibe Löcher hat. Hat dagegen die unbeweg-

liche Scheibe so viele Löcher als die bewegliche, so wird jede Welle im Raume so oft wiederholt, als Löcher da sind; da aber jede dieser Wellen in demselben Augenblicke hervorgebracht wird, so erhält man eine Verstärkung des Tones, aber keine Veränderung seiner Höhe. Die tiefsten Töne, die man dadurch vernimmt, entsprechen 30 Schwingungen in der Secunde, die höchsten 18000 Schwingungen.

Um die Schwingungen leicht zählen zu können, hat die Axe eine Schraube ohne Ende, die das Rad r r′ von 100 Zähnen umtreibt. Die Scheibe enthält so viele Löcher, als Zähne erforderlich sind, um einer Drehung der Axe zu folgen, so daß jedem Zahne des Rades eine Schwingung entspricht. Hat das Rad sich ganz gedreht, so stößt es mit einem seitlichen Arme das andere Rad e e′ um einen Zahn weiter. Beide Räder haben äußerlich einen Zeiger, der auf eingetheilten Scheiben umläuft, so daß man die Anzahl der Schwingungen auf diesen, die in der Figur 234 dargestellt sind, unmittelbar ablesen kann.

Fig. 234.

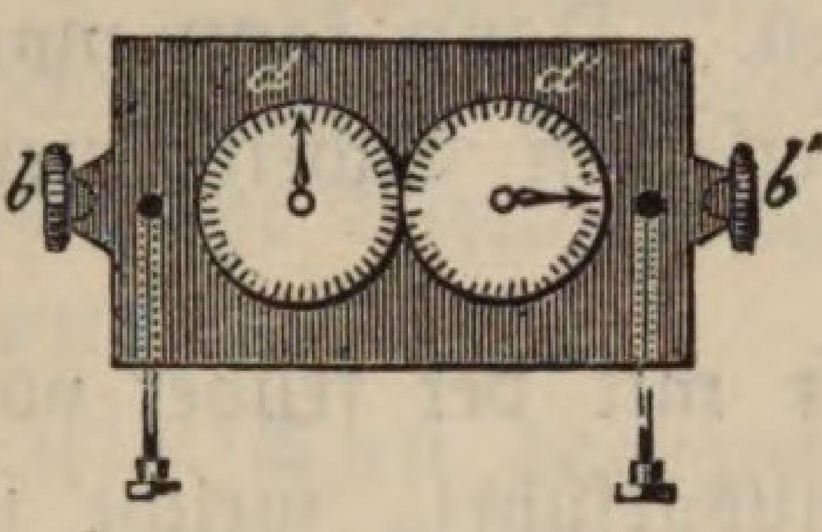
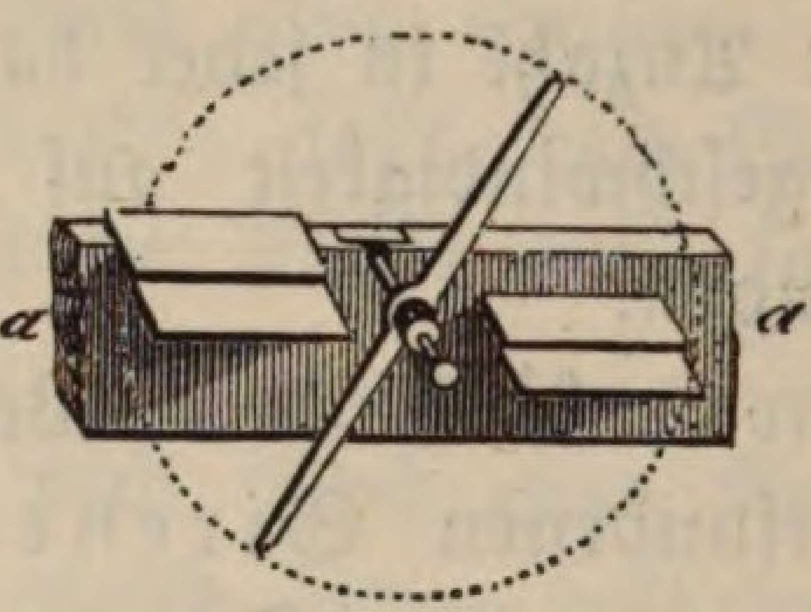


Fig. 235.

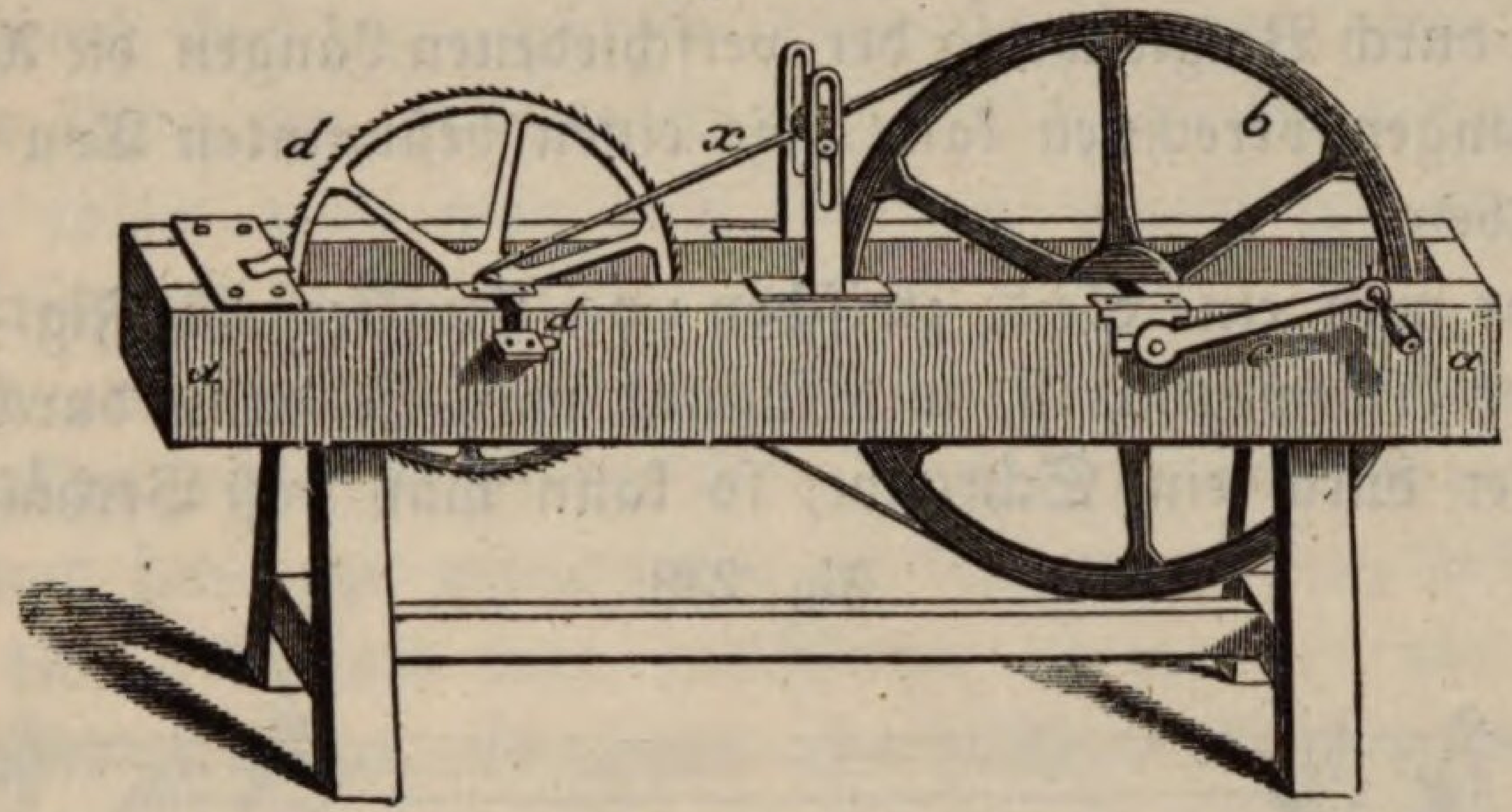


411 Savart hat zu gleichem Zwecke eine umschwingende Eisenstange und Zahnräder gebraucht. Beim Gebrauche der Eisenstange, welche in der Mitte eine Axe hat, ist die Einrichtung so getroffen (Fig. 235), daß jeder ihrer beiden Arme, während eine Umdrehung ausgeführt wird, durch einen langen schmalen Zwischenraum zwischen zwei Platten gehen muß, die von Holz sein können. Man erhält so bei jeder Umdrehung zwei Wellenschläge. Da hier eine große Luftmasse in Bewegung gesetzt wird, so hört man tiefere Töne als bei der Sirene. Man kann Töne von 8, ja selbst von 7 Schwingungen in der Secunde vernehmen. Jede Schallwelle hat dann eine Breite von 150 Fuß.

Die gezahnten Räder sind zweckmäßig, um höhere Töne hervorzubringen. Während durch die Kurbel a (Fig. 236) das Rad b und so vermittelst der Schnur x auch das Zahnrad d umgedreht wird, hält man gegen die Zähne desselben ein Kartenblatt oder einen anderen dünnen federnden Körper. Man hat die Geschwindigkeit bis zu 40 Umdrehungen in einer Secunde getrieben. Mit einem Rade von 600 Zähnen gab dies 24000 Schwingungen in

einer Secunde, was auch eine weiter getriebene Höhe des Tones ist, als die, welche die Sirene hören läßt. Die Breite jeder Schallwelle war ½ Zoll.

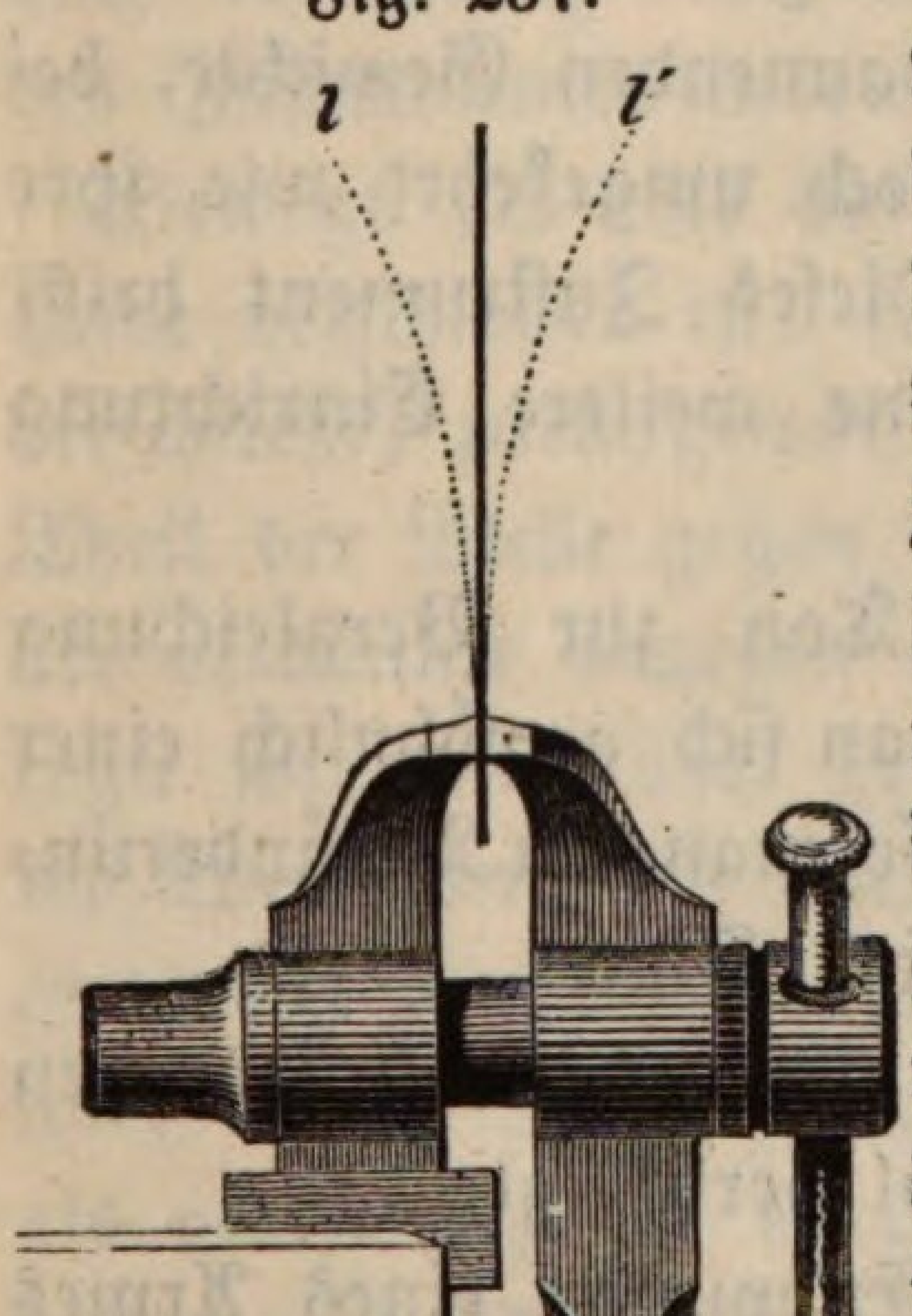
Fig. 236.



Es versteht sich, daß, wenn man mehrere Räder mit verschiedener Zahnzahl auf der Axe hat, man Töne mit mehreren Rädern auf einmal hervorbringen kann. Statt der Zahnräder kann man auch Seebeck's Scheibe benutzen (§. 410) indem man ein Kartenblatt in die Löcher schlagen läßt.

Man hat auch Chladni's Tonmesser benutzt, um die Anzahl der Schwingungen eines Tones zu bestimmen. Dies ist eine lange überall gleich dicke Eisenstange (Fig. 237), welche in eine Schraube so eingespannt wird, daß man einen längeren oder kürzeren Theil derselben Schwingungen machen lassen kann. Wenn der schwingende Theil lang, etwa 48 Zoll ist, so geschehen die Schwingungen langsamer, so daß man sie zählen kann, und selbst wenn er etwas verkürzt wird, kann dies geschehen, so daß man die nöthigen Vergleichungen machen kann. Dann überzeugt man sich durch Versuche von der Richtigkeit der Aussage in der Theorie, daß sich die Schwingungsdauer wie das Quadrat der schwingenden Länge verhält, mithin die Anzahl der Schwingungen umgekehrt wie dies Quadrat. 412

Fig. 237.

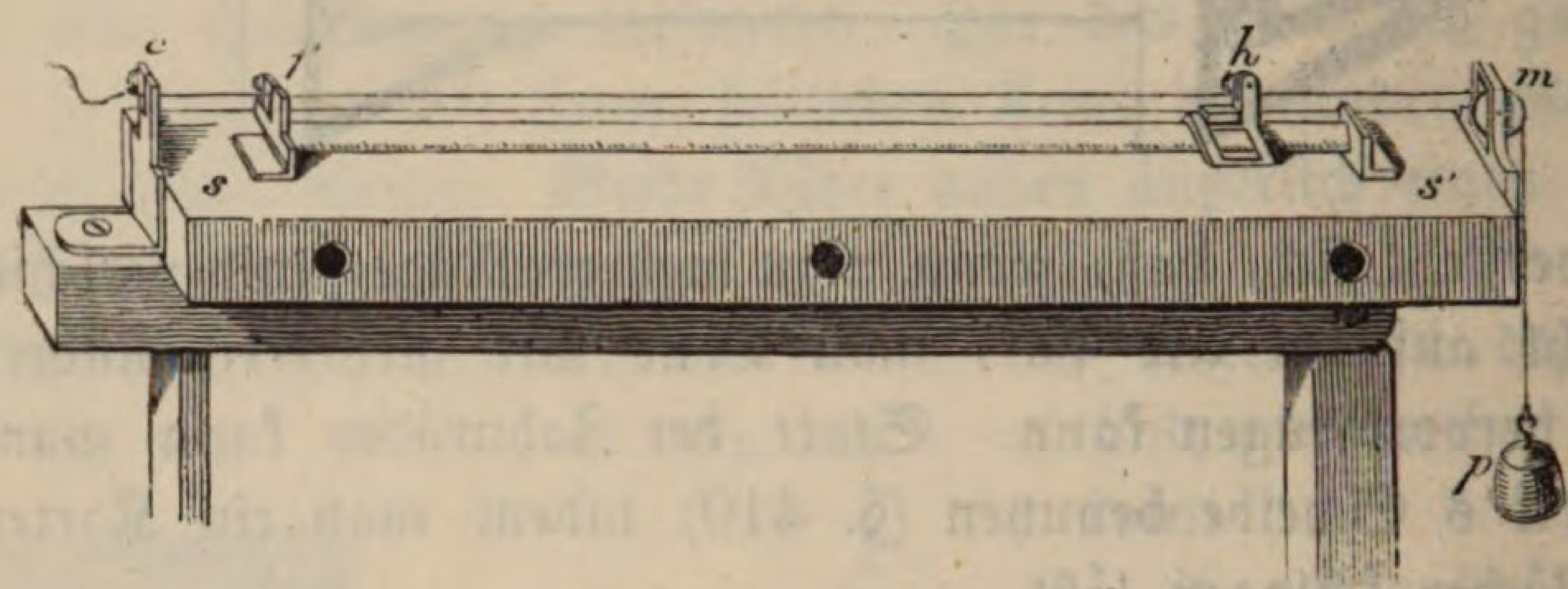


Obgleich der theoretische Beweis für diese Wahrheit hier nicht gegeben werden kann, so kann man sich doch einigermaßen Rechen-

schaft für die Abweichung von dem Verhalten gespannter Saiten geben, wenn man bedenkt, daß die Stange um so größeren Widerstand gegen Beugung leistet, und also mit um so größerer Kraft zurückspringt, je kürzer sie gemacht wird. Es versteht sich, daß man nun durch Vergleichung der verschiedenen Längen die Anzahl der Schwingungen berechnen kann, die einen bestimmten Ton hervorgebracht haben.

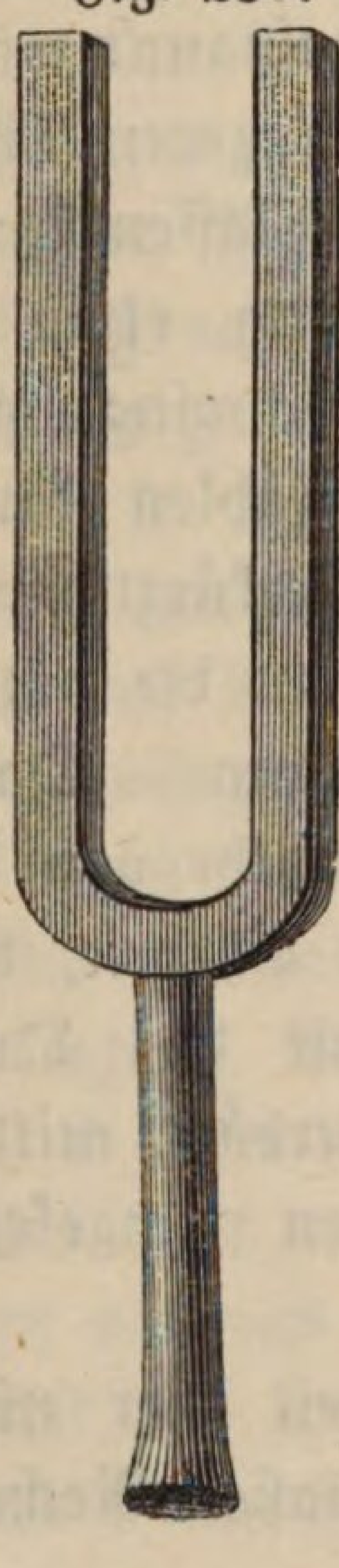
413 Spannt man eine Seite zwischen zwei Punkten fh (Fig. 238) aus, deren einer h beweglich ist, und spannt man sie dann durch ein Gewicht p oder durch eine Schraube, so kann man daß Verhältniß zwi-

Fig. 238.



schen den verschiedenen Tönen und der Anzahl der Schwingungen berechnen, da (zufolge §. 352) die Anzahl der Schwingungen der Saiten sich umgekehrt wie ihre Längen und gerade wie die Quadratwurzeln der spannenden Gewichte, bei verschiedenen Saiten auch noch umgekehrt wie ihre Durchmesser verhalten. Dieses Instrument heißt ein Monochord und seine weitere Einrichtung sieht man in der Figur.

Fig. 239.



414 Um einen bestimmten Ton zur Vergleichung hervorzubringen, bedient man sich gewöhnlich einer Stimmgabel, die nicht so manchen Veränderungen unterworfen ist, als eine Saite.

Ihre Gestalt sieht man in der nebenstehenden Figur; sie wird von Stahl verfertigt.

Schlägt man mit dem Endpunkte eines Armes gegen einen festen, doch am liebsten einen federnden Körper, so wird ein Ton hervorgebracht, der von der Länge und Dicke der Arme abhängt. Es versteht sich, daß eine so eingerichtete Stimmgabel stets denselben Ton giebt; um verschiedene Töne

hervorzubringen, muß man also verschiedene Stimmgabeln haben, man kann jedoch auch mit einer einzigen Stimmgabel mehrere Töne hervorbringen, wenn man auf jedem Arme ein Schiebgewicht anbringt, das mit einer kleinen Schraube befestigt werden kann. Dieses wird durch Auf- und Abschieben dieselbe Wirkung hervorbringen, als ob die Arme der Stimmgabel dicker oder dünner gemacht würden, und später wird man noch eine andere wichtige Anwendung dieser Einrichtung sehen.

Da nur eine geringe Luftmasse durch eine Stimmgabel in Be- 415
wegung gesetzt wird, so ist der Ton, den sie hervorruft, nur sehr schwach, und kann nur vernommen werden, wenn man sie dicht vor das Ohr hält, weshalb man gewöhnlich, wenn man die Stimmgabel angeschlagen hat, sie gegen eine Tischplatte oder dergleichen setzt, wodurch der Ton deutlich wird, indem die Stimmgabel der Tischplatte ihre Bewegungen mittheilt, und diese wieder eine größere Luftmasse in Schwingung setzt. Dieses Mitschwingen einer großen Oberfläche trägt bei vielen Gelegenheiten bedeutend zur Verstärkung des Tones bei; so ist es zum Beispiel eine bekannte Erfahrung, daß eine Spieluhr oder eine Spieldose viel stärker tönt, wenn man sie auf den Tisch legt oder gegen einen Spiegel hält, als wenn man sie bloß in der Hand hat. Denselben Zweck hat auch der Klangboden an Saiteninstrumenten, der an der Stärke des Instrumentes bedeutend Theil nimmt.

Bewegt sich eine Luftwelle in einer Röhre, die an dem einen 416
Ende verschlossen ist, so wird sie von der Platte, die die Röhre verschließt, zurückgeworfen, und zwar so, daß wenn der verdichtete Theil der Welle gegen die Platte stößt, dieser auch als verdichtet, der verdünnte dagegen als verdünnt zurückgeworfen wird, in Analogie mit den früher gezeigten Versuchen bei Flüssigkeiten (§. 379), wo Wellenberg als Wellenberg, Wellenthal als Wellenthal zurückgeworfen wird; ist dagegen die Röhre am andern Ende offen, so wird das Entgegengesetzte stattfinden, indem der verdichtete Theil als verdünnt, der verdünnte als verdichtet umkehrt. Der Grund hiervon ist, daß die Lufttheile in der Röhre sich nur in der Längenrichtung derselben bewegen und nicht zur Seite ausweichen können, wogegen die in der Oeffnung befindlichen Theile, wenn sie den Druck einer Welle erleiden, sowohl längere als schnellere Schwingungen machen werden, weil sie sich durch einen Druck Platz verschaffen können, der nicht bloß gegen die voranliegenden, sondern

auch gegen die seitlichen Theile geht, die wieder gegen alle umliegenden drücken. Daher werden die in der Oeffnung liegenden Theile in einem bestimmten Zeittheil längere Bahnen beschreiben, als wenn sie sich in der Röhre befänden, und eine aus der Röhre tretende Welle, zum Beispiel eine verdichtete, wird durch ihre schnellere Ausbreitung am Ende derselben in der Röhre eine eben so große verdünnte Welle hervorbringen, und umgekehrt.

417 Nimmt man nun eine an dem einen Ende verschlossene Röhre und hält vor das andere Ende eine Stimmgabel, die einen Ton giebt, dessen Halbwelle gerade doppelt so groß ist, als die Länge der Röhre, so wird, wenn die erste Hälfte der durch die Stimmgabel hervorgebrachten Halbwelle, zum Beispiel einer verdichteten, die Röhre durchlaufen hat, diese darauf von dem geschlossenen Ende zurückgeworfen werden, mit der andern Hälfte zusammentreffen und diese verstärken. In dem nächsten Augenblicke wird die verdichtete Halbwelle die Röhre hin und her durchlaufen haben, und daher nun von dem offenen Ende als verdünnte zurückgeworfen werden, welche jedoch durch die von der Stimmgabel zu gleicher Zeit ausgesendete verdünnte Halbwelle verstärkt wird.

Auf gleiche Weise werden in einer geschlossenen Röhre, deren Länge gleich $^3/_2$, $^5/_2$, $^7/_2$ u. s. w. der Breite der Halbwelle ist, die dem Tone der Stimmgabel entspricht, Schallwellen erweckt und fortgepflanzt; bei jedem andern Verhältnisse aber werden die von dem offenen Ende zurückgeworfenen Wellen nicht mit den von der Stimmgabel kommenden verstärkend zusammentreffen, und es wird kein Ton hervorgebracht.

Ist dagegen die Röhre an beiden Enden offen und man hält eine Stimmgabel vor dieselbe, die einen Ton giebt, dessen Halbwelle an Breite der Länge der Röhre gleich ist, so wird eine von der Stimmgabel ausgesendete Halbwelle, zum Beispiel eine verdichtete, die Länge der Röhre durchlaufen und vom andern offenen Ende als verdünnte zurückgeworfen werden; diese trifft dann mit der zu gleicher Zeit von der Stimmgabel ausgesendeten verdünnten Halbwelle zusammen, welche wieder am offenen Ende als verdichtete zurückgeworfen wird und mit der auf's Neue von der Gabel kommenden verdichteten verstärkend zusammentrifft. In gleicher Weise werden Schallwellen in einer offenen Röhre erzeugt und fortgepflanzt, welche 2, 3, 4 u. s. w. Mal so lang ist als die Breite der Halbwelle, die dem Tone der Stimmgabel entspricht.

In Orgelpfeifen (Fig. 240 bis 244) werden Töne hervorgebracht, indem man sie mit einem gleichmäßigen beständigen Luftstrom anbläst. 418

Fig. 240.

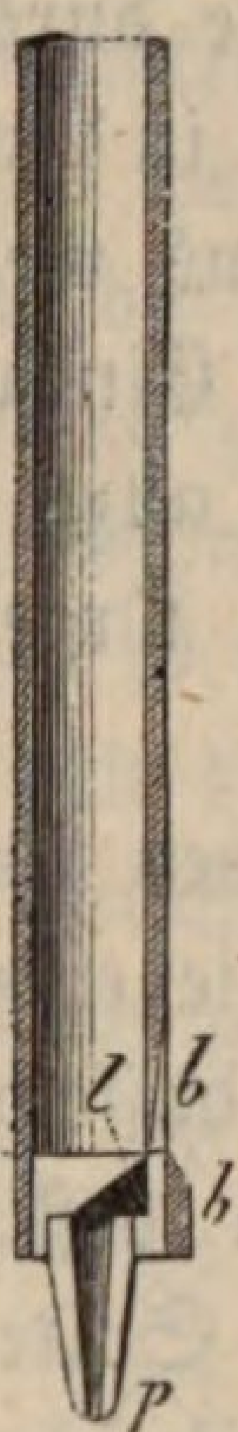

Fig. 241.


Fig. 242.

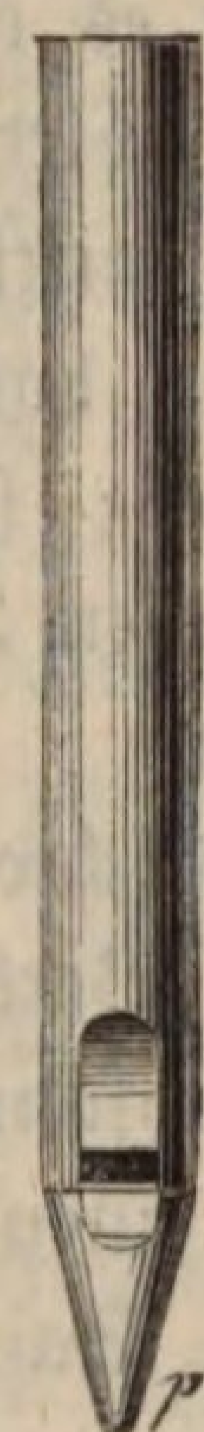

Fig. 243.


Fig. 244.

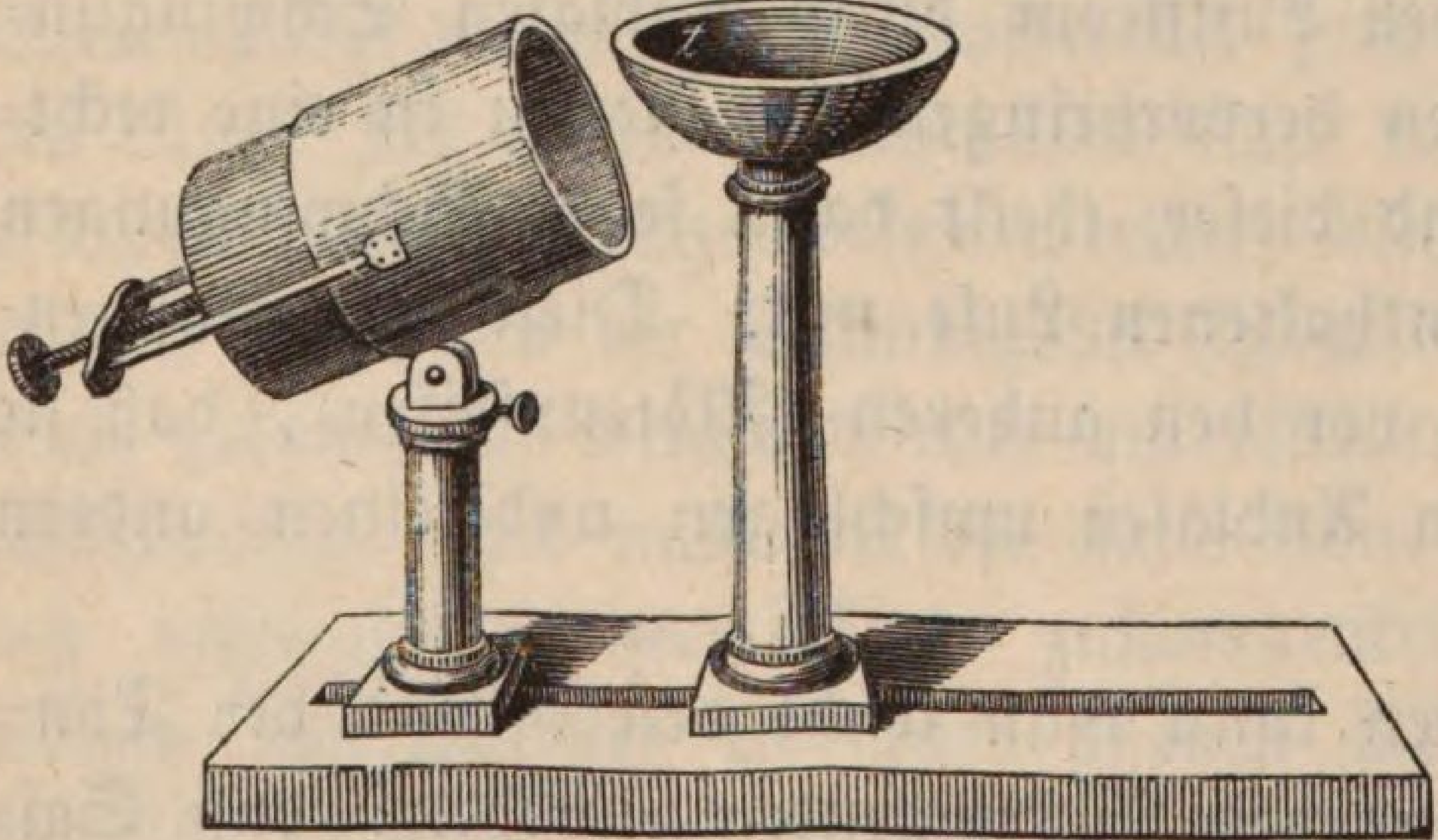

Dieser dringt ein bei p, geht dann an einer Seitenöffnung b b' nahe vorbei, gegen deren Ränder sich die Luft reibt und so Schwingungen der in der Röhre enthaltenen Luftsäule hervorbringt. Ist die Orgelpfeife oben geschlossen, so giebt sie bei dem schwächsten Anblasen einen Ton, dessen Wellenbreite 4 Mal so groß als die Länge der Pfeife ist; dieser Ton heißt ihr Grundton; bei stärkerem Anblasen giebt sie Töne, welche in derselben Zeit 3, 5, 7 ... Mal so viele Schwingungen machen oder eine Wellenbreite haben, die $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$ der vorigen ist. Eine offene Orgelpfeife von gleicher Länge wie die geschlossene giebt einen Grundton, der um eine Octave höher liegt, und bei stärkerm Anblasen giebt er Schwingungszahlen, die 2, 3, 4 ... Mal so groß sind als die des Grundtones. In einigen Orgelpfeifen läßt man den Luftstrom durch Anblasen Schwingungen in einem Metallstreifen hervorbringen, der genau in eine rechteckige Oeffnung paßt, und dieser theilt dann seine Schwingungen der in der Orgelpfeife enthaltenen Luft mit. Diese Art (Zungenpfeifen) hat den Vorzug vor den anderen (Flötenpfeifen), daß sie nicht so leicht bei stärkerm Anblasen umschlagen und einen andern Ton angeben.

Aus dem Vorhergehenden kann man leicht den Grund der Ton- 419
erzeugung bei den verschiedenen Instrumenten einsehen; daß Saiteninstrumente mit Klangboden versehen sind, wurde oben bespro-

chen (§. 415). Bei einigen Blasinstrumenten, wie bei Waldhorn und Trompete, werden die Luftschwingungen dadurch hervorgebracht, daß man einen dünnen Luftstrom in sie hineinbläst, bei anderen, z. B. Klarinetten, ist es eine dünne Lamelle, die durch Anblasen in Schwingungen gesetzt wird, welche sich dann der in dem Instrumente enthaltenen Luftmasse mittheilen. Die Masse, aus welcher das Instrument verfertigt ist, hat jedoch einen großen Einfluß auf Klang und Stärke des Tones; so haben Flöten von allzu dickem Holze einen dumpfen klanglosen Ton und allzu dünne Orgelpfeifen geben einen kreischenden Ton.

420 Saiten, welche, in Schwingung gesetzt, denselben Ton geben, zeigen das merkwürdige Verhältniß, daß, wenn die eine angeschlagen wird, die andere gleichsam von selbst mittönt; dasselbe findet statt, wenn die Länge der einen Saite entweder ein bestimmtes Mannigfaches der anderen Saite ist, oder die eine Saite durch Theilung in gewisse kleinere tönende Theile eine Zusammenstimmung mit der anderen giebt. Der Grund hiervon ist der, daß die durch die angeschlagene Saite hervorgebrachten Luftschwingungen zuerst der anderen Saite eine Bewegung mittheilen, und ihr darauf in jedem Augenblicke einen neuen Anstoß geben, weil sie zufolge ihrer Einstimmigkeit gerade zu gleicher Zeit mit den durch den Ton hervorgebrachten Luftwellen in hin und her gehender Bewegung ist; daraus sieht man zugleich ein, weshalb diese Mittheilung nicht stattfindet, wenn die Saiten eine Stimmung haben, welche Mißklang hervorbringen würde; denn zwar empfängt die ruhende alsdann auch die Stöße der Luftschwingungen, allein nach den ersten Stößen, durch welche sie in Bewegung gesetzt wurde, schwingt sie anders als die durch den Ton bewegten Lufttheile, und die Bewegung der Saite in einer Richtung muß oft eine entgegengesetzte bei den Lufttheilen treffen und dadurch gehemmt werden. Hierauf beruht auch Savart's Versuch (Fig. 245) über die Verstärkung des Tones durch eine Röhre, welche in der Nähe des tönenden Körpers gehalten wird. Diese Röhre, welche

Fig. 245.



entweder an beiden oder nur an einem Ende offen sein kann, wird durch Ausziehen verlängert oder verkürzt, und wenn man ihr eine solche Länge giebt, daß die darin schwingende Luftsäule unisono mit dem hervorgebrachten Tone schwingen kann, so wird dieser dadurch in hohem Grade verstärkt; wird die Länge vergrößert oder verkleinert, so nimmt die Verstärkung des Tones ab (§. 417).

Bringt man zu gleicher Zeit verschiedene Töne hervor, deren ei- 421
ner z. B. 100 Schwingungen, der andere 101 Schwingungen in der Secunde macht, so wird die hundertste Schwingung des einen nach jeder Secunde mit der 101sten des andern zusammenfallen, was von dem Ohre als ein Stoß vernommen wird. Machte die eine 100, die andere 102 Schwingungen in der Secunde, so würde nicht allein die 100ste und die 102te, sondern auch die 50ste und 51ste einmal in der Secunde verstärkend zusammenfallen und man würde in jeder Secunde zwei Stöße hören; ist der Unterschied der Schwingungszahlen größer, so wächst auch die Anzahl der Stöße, und wenn die Stöße so häufig werden, daß man die einzelnen nicht mehr unterscheiden kann, entsteht ein Ton, so daß man außer den beiden ursprünglichen nun noch einen dritten Ton hört; macht z. B. der eine Ton 100, der andere 150 Schwingungen in der Secunde, so wird jede zweite Schwingung des ersten mit jeder dritten des zweiten Tones zusammenfallen und also 50 Stöße in der Secunde hervorbringen, was hinreichend ist, um einen Ton zu erzeugen.

Die Stöße hört man am deutlichsten, wenn die Töne mit Stimmgabeln oder Orgelpfeifen hervorgebracht werden; bei Saiten sind sie dagegen minder deutlich.

Hiervon kann man eine wichtige Anwendung machen, um mit Leichtigkeit ein Klavier oder eine Orgel zu stimmen, was sonst viel Uebung und ein sehr feines Gehör erfordert. Man benutzt hierzu die in §. 414 besprochenen Stimmgabeln mit Schiebgewichten; die eine wird so gestimmt, daß sie den Ton giebt, welchen die Klaviersaite oder Orgelpfeife haben soll, die andere so, daß sie mit der ersteren eine gewisse Anzahl Stöße, z. B. 40 in der Minute giebt, und darauf stimmt man die Klaviersaite oder Orgelpfeife so lange, bis sie mit der zweiten Stimmgabel gleichfalls 40 Stöße in der Minute giebt; alsdann kann man sicher sein, daß sie richtig gestimmt ist.

Aus der Schwingungszahl, die zu dem Tone einer Orgelpfeife 422
gehört, und die durch die Stöße (§. 421) aufgefunden werden kann,

kann man die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft erschließen, denn eine an beiden Enden offene Pfeife hat gerade die Länge einer halben Schallwelle, und die Anzahl der Schwingungen in einer Secunde giebt an, wie viele solcher Längen in dieser Zeit durchlaufen werden. Bläst man nun eine Pfeife mit verschiedenen Gasen an, so erhält man Töne, deren Höhen in umgekehrtem Verhältnisse der Quadratwurzeln der Dichtigkeiten stehen. So wird z. B. Wasserstoff einen Ton geben, welcher $\sqrt{16} = 4$ Mal so hoch ist, als der, den Sauerstoff giebt, und $\sqrt{14,4}$ Mal so hoch, als der, den gemeine Luft giebt. Hiedurch ist denn auch die Geschwindigkeit des Schalles in den verschiedenen Luftarten bestimmt.

423 Die verschiedenen Töne, welche feste Körper geben, wenn sie in Längenschwingungen versetzt werden, können dienen, die Geschwindigkeit zu bestimmen, mit der sich der Schall in ihnen fortpflanzt; denn wenn z. B. eine Silberstange von derselben Länge wie eine Orgelpfeife einen Ton giebt, der 9 Mal so vielen Schwingungen entspricht, als der Grundton der Orgelpfeife hat, so ist es einleuchtend, daß der Schall sich 9 Mal so schnell durch das Silber als durch die Luft fortpflanzt, weil die Theile der Silberstange 9 Schwingungen machen, während die der Luftsäule nur eine machen. Auf diese Weise hat Chladni die Geschwindigkeit des Schalles in verschiedenen festen Körpern bestimmt, wie z. B. für Zinn $7\frac{1}{2}$, für Silber 9, für verschiedene Hölzer 10—16, für Glas 17, für Eisen 16 Mal die Geschwindigkeit in der Luft.

Daß letzteres Ergebniß viel größer ist als das von Biot durch Versuch (§. 400) gefundene, rührt, wie Chladni meint, von dem Widerstande her, den die Ausbreitung der Schallwellen bei den Zusammenfügungen der einzelnen Theile erlitt, aus denen die Wasserleitungsröhre bestand; allein hier muß auch bemerkt werden, daß Biot's Röhren von Gußeisen, Chladni's Stangen von Schmiedeeisen waren.

Das Stimmorgan und Hörorgan.

424 Das vornehmste Organ der Lauterzeugung bei den Menschen findet sich im obersten Theile der Luftröhre. Die Luftröhre besteht aus einer Röhre von Knorpelringen, die durch hautartige Theile mit einander verbunden sind; sie endet nach unten in die Bronchien, welche sich in den Lungen verzweigen, und schließt sich oben durch den Kehlkopf, welcher aus 4 Knorpelstücken besteht, die theils

unter einander verbunden sind, theils mit dem obersten Ringe der Luftröhre zusammenhängen. Die innere Wand des Kehlkopfes bildet also eine Verlängerung der Luftröhre, welche immer enger wird und zuletzt in eine Spalte endigt, welche von vorne nach hinten geht und Stimmritze, glottis, heißt. Die Ränder derselben werden von den Stimmbändern gebildet, zweien halbkreisförmigen Häutchen, welche vorne auf demselben Knorpelstücke befestigt sind, hinten aber jedes ein eigenes Knorpelstück haben, welches dient, sie mehr oder minder zu spannen und dadurch die Stimmritze größer oder kleiner zu machen. Oben über der Stimmritze befinden sich zwei sackförmige Höhlungen, deren oberste Ränder eine andere Stimmritze bilden, welche durch eine dreieckige Haut bedeckt werden, die epiglottis, wodurch die Nahrung, welche im Schlunde niedergeführt wird, verhindert werden soll in die Luftröhre zu kommen.

Zur Hervorbringung unarticulirter Laute oder Töne wird nur 425
der Kehlkopf benutzt, in dem die Stimmbänder beim Ein- un Ausathmen der Luft in Schwingungen gesetzt werden, die je nach ihrer verschiedenen Spannung und der daraus folgenden Oeffnung der Stimmritze verschieden sind. Diese Schwingungen werden wieder der in der Luftröhre befindlichen Luftsäule mitgetheilt, wodurch ein Ton ganz auf dieselbe Weise hervorgebracht wird, wie er in den Instrumenten, wo die in demselben enthaltene Luftsäule durch eine angeblasene Lamelle in Schwingungen gesetzt wird, z. B. bei Klarinetten, Orgelpfeifen mit Zungen.

Die Richtigkeit des Gesagten ist ausgemacht, theils indem man Töne in Röhren hervorbrachte, die mit Häuten geschlossen waren, in denen eine Ritze angebracht wurde, theils durch Versuche, die man an anatomisch präparirten Luftröhren anstellte, indem man Luft aus einem Blasebalg hindurchströmen ließ, und es sich nun zeigte, daß, wenn man auf andere Weise die verschiedene Spannung der Stimmbänder zu Wege bringt, die sonst in dem lebenden Menschen durch die Muskeln bewirkt wird, man damit dieselben Töne hervorrufen konnte, die ein Mensch auszustoßen im Stande ist.

Auf einen sehr wesentlichen Umstand muß man hiebei noch Acht 426
geben, um sich erklären zu können, wie so tiefe Töne, als ein Mensch hervorbringen kann, durch Schwingungen in einer Röhre entstehen können, die nur einige Zoll lang ist, da eine Orgelpfeife, die einen Ton von gleicher Tiefe geben sollte, eine Länge von mehreren Fußen haben müßte. Dies hat Savart aufgeklärt und

gezeigt, daß der Grund hiervon darin liegt, daß die Seitenwände der Röhre aus einem biegsamen Stoffe bestehen, wodurch ein tieferer Ton hervorgebracht wird, als wenn die Röhre feste Seitenwände gehabt hätte. Dies zeigte er z. B. an einer Röhre, deren Seitenwände aus Papier gemacht waren, das über dünne Holzrahmen gespannt wurde; war das Papier stark gespannt, so gab die Röhre beim Anblasen einen Ton von ungefähr gleicher Höhe mit dem, den eine Röhre von festen Seitenwänden geben würde; wurde die Spannung vermindert, indem man das Papier Wasserdämpfen aussetzte, oder es befeuchtete, so gab es einen viel tieferen Ton, und man konnte es selbst so weit treiben, daß man dann einen Ton erhielt, welcher zwei Octaven tiefer lag als der Grundton.

427 Bei allen Säugethieren und Amphibien wird der Schall auf dieselbe Weise wie bei dem Menschen hervorgebracht, nämlich durch eine Stimmritze im oberen Theil der Luftröhre; bei den Vögeln dagegen befindet sich die Stimmritze am unteren Theil der Luftröhre, wo sie sich in Bronchien theilt, und deshalb kann z. B. eine Ente noch schreien, wenn schon die Luftröhre durchschnitten ist.

428 Der durch die Bewegung in der Stimmritze hervorgebrachte Ton erhält nun seine nähere Bestimmung durch den Weg, den er ferner zu durchlaufen hat, und der ihm vorzüglich durch die Zunge, so wie auch durch die Stellung der Zähne und Lippen angewiesen wird. Je nachdem nämlich die Zunge in der Nähe ihrer Wurzel sich hebt oder senkt, wird durch den hinteren Theil des Mundes ein engerer oder weiterer Canal gebildet, wodurch die verschiedenen Vocallaute hervorgebracht werden.

Was alle Vocale auszeichnet, ist, daß sie mit vollkommen offenem Zungencanal ausgesprochen werden. Sobald dagegen das geringste Hinderniß für den freien Ausgang des Lautes hinzukommt, so erhält der Vocal eine Modification und es kommt ein Zusatzlaut hervor, der den Vocal begleitet, denn der bloß verschlossene Zungencanal kann keinerlei Laut geben, und bei jeder Oeffnung, die von der Stimme begleitet ist, wird ein Vocal hervorgebracht; deshalb heißen die Vocale Selbstlauter, die Consonanten Mitlauter. So wird z. B. der Buchstabe B hervorgebracht, wenn man vor oder nach dem Aussprechen eines Vocales die Lippen schließt und sie darauf mit den Muskeln öffnet, P dagegen, wenn man sie durch die eingesperrte Luft aus einander treibt. D wird hervorgebracht, wenn man den Zungencanal dadurch schließt, daß man die Zunge gegen die oberen Vorderzähne lehnt, und sie dann durch die

Zungenmuskeln wegzieht, T, wenn man sie durch die eingesperrte Luft fortschnellt.

Kratzenstein zeigte, daß man die Selbstlauter a, e, i, o, u 429
hervorbringen könne, wenn man einen durch eine angeblasene Lamelle hervorgebrachten Ton durch Canäle von verschiedener Form gehen ließ. Seine Erfindung wurde später durch den Engländer Willis erweitert und verbessert, der den Ton statt durch verschiedene Canäle, durch eine trichterförmige Oeffnung gehen ließ, wo die verschiedenen Selbstlauter hervorgebracht wurden, indem die Oeffnung größer oder kleiner gemacht wurde, was entweder mit der Hand, oder besser noch mit einem darüber hingleitenden Deckel geschehen kann. Man erhält dann die Selbstlauter in der Ordnung u, o, a, e, i.

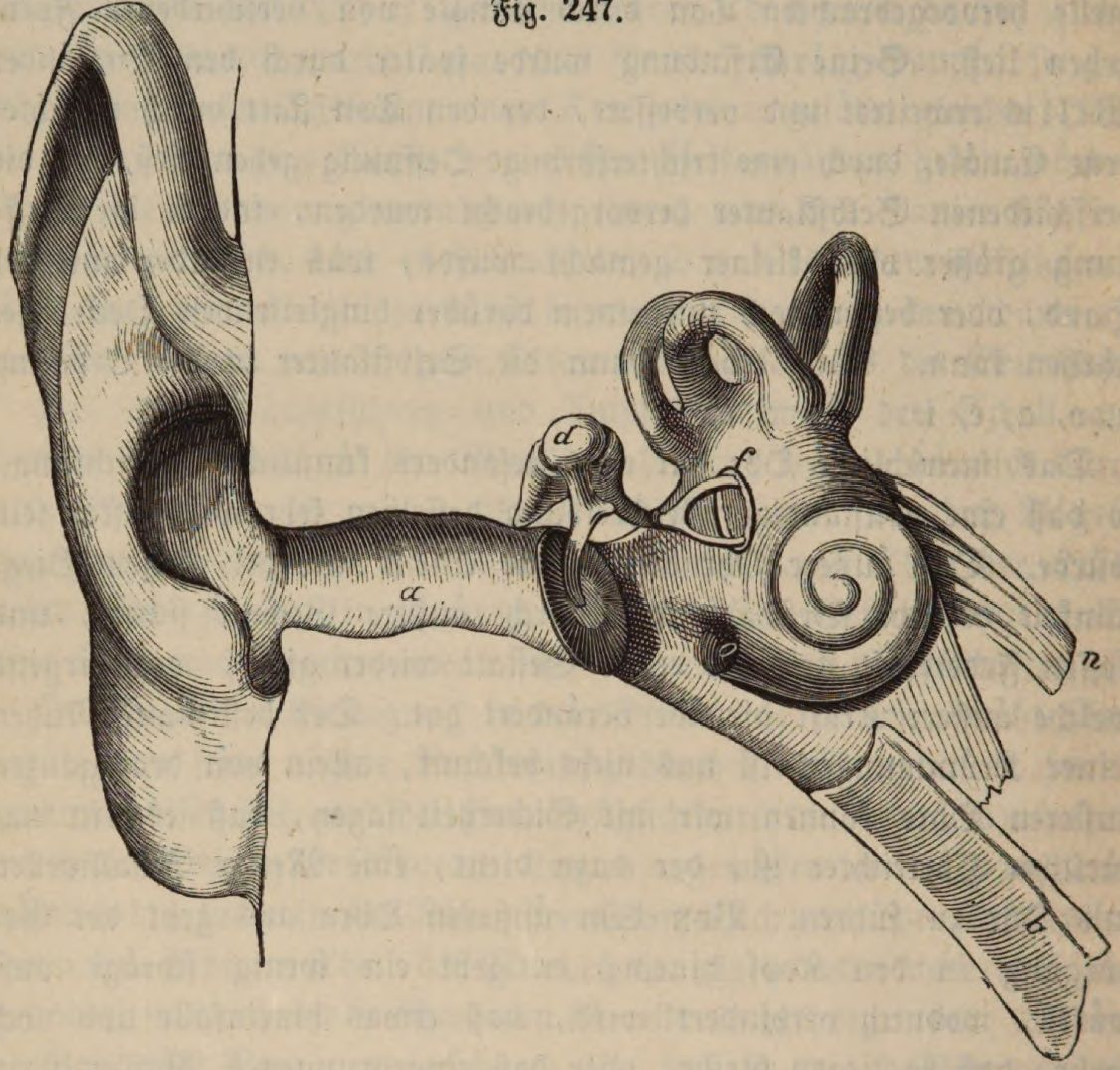
Das menschliche Ohr hat eine besonders künstliche Einrichtung, 430
so daß eine vollständige Beschreibung desselben sehr weitläuftig sein würde. Das äußere Ohr besteht aus einem Knorpel, dessen Biegsamkeit es vor Beschädigung durch äußere Gewalt sichert, und dessen Federkraft stets die rechte Gestalt wieder giebt, wenn irgend welche äußere Kraft dieselbe verändert hat. Der bestimmte Nutzen seiner Krümmungen ist uns nicht bekannt, allein von dem ganzen äußeren Ohre können wir mit Sicherheit sagen, daß es ein natürlicher Hörtrichter ist, der dazu dient, eine Menge Schallwellen in's Ohr zu führen. Von dem äußeren Ohre aus geht der Gehörgang in den Kopf hinein; er geht ein wenig schräge aufwärts, wodurch verhindert wird, daß etwas hineinfalle und noch mehr, daß es liegen bleibe, oder daß eingedrungenes Wasser darin bleibe. Durch den Ohrenschmalz wird diese Leitungsröhre glatt gehalten, und hiedurch, wie durch die Flaumhaare, womit sie besetzt ist, werden Insekten verhindert, einzudringen. Am Ende des Gehörganges ist ein Häutchen, das dem Namen des Trommelfelles (tympanum) führt, hinter welchen sich die Trommelhöhle befindet. Durch die Eustachi'sche Röhre steht die Trommelhöhle in Verbindung mit dem Munde, so daß die Luft in derselben sich erneuern und auch stets Gleichgewicht gegen den äußeren Luftdruck halten kann. In der Trommelhöhle befinden sich drei Knochen, welche wegen ihrer Gestalt die Namen Hammer m, (Fig. 246) Ambos o, und Steigbügel t, erhalten haben, dazu kommt noch ein viertes kleines Knöchelchen l, das linsenförmige

Fig. 246.



Knöchelchen genannt. — Der Stiel des Hammers ist mit der Trommelhaut, das dicke Ende mit dem Ambos verbunden; die Gestalt des Ambos kann man mit einem Zahne vergleichen, der zwei Wurzeln hat; mit der kürzeren Wurzel stützt er sich gegen die Knochenmasse des

Fig. 247.

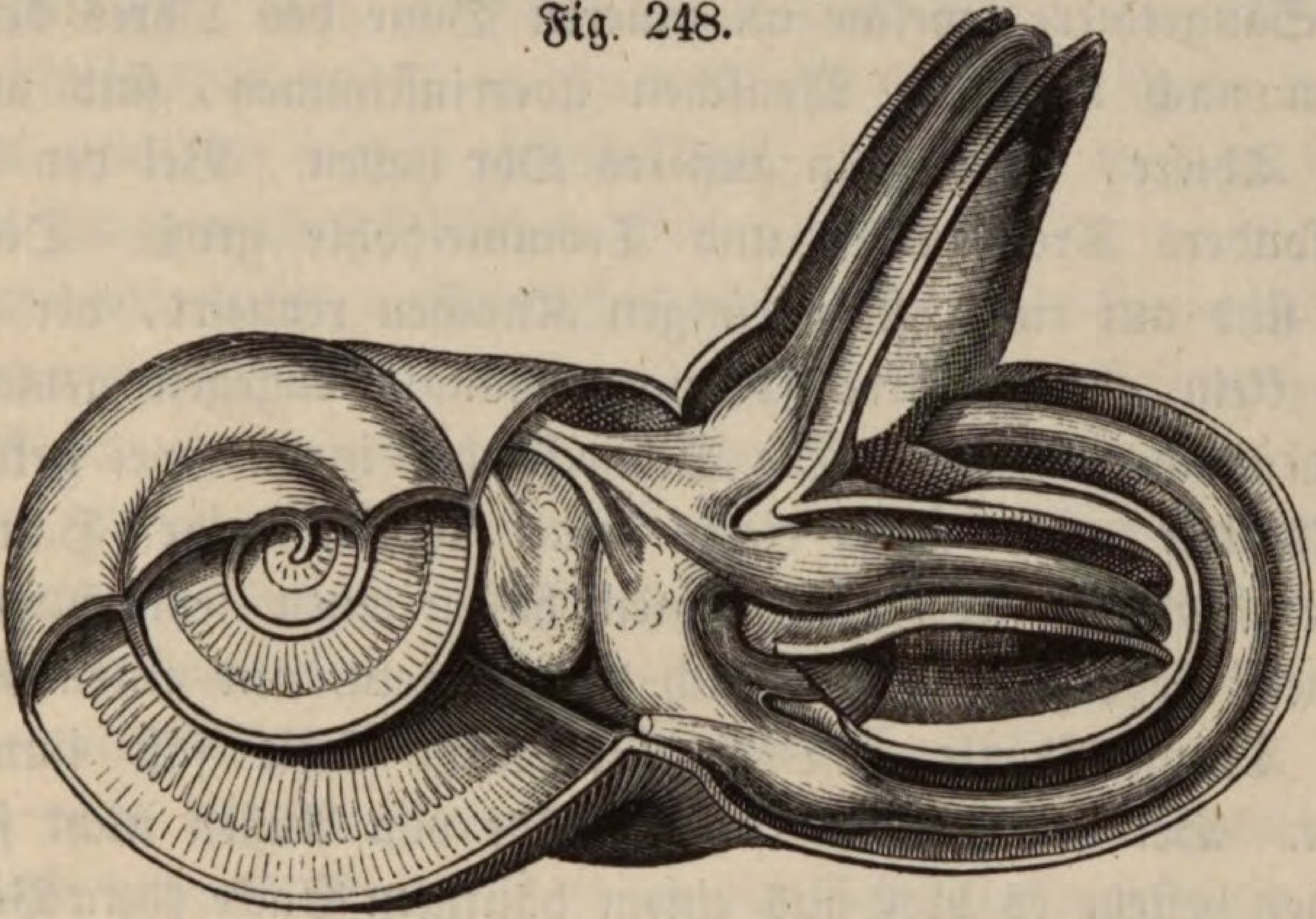


Kopfes, mit der längeren ist er mit dem Steigbügel verbunden, welcher senkrecht darauf steht und dessen Grundfläche in dem **ovalen Fenster f** (Fig. 247) schließt, das in der Scheidewand zwischen der Trommelhöhle und der innersten Höhle des Ohres befindlich ist. Kommt das Trommelfell in's Zittern, so setzt es den Hammer in Bewegung; dieser wirkt nun auf den Ambos, welcher den Steigbügel in dem ovalen Fenster abwechselnd hebt und senkt. Außerdem findet sich in der Scheidewand zwischen der Trommelhöhle und dem innersten Theile des Ohres noch ein **rundes Fenster o**, das mit einer Membrane überzogen ist.

431 Der innerste Theil des Ohres heißt das **Labyrinth**. Dieses ist mit einem wässerigen Stoffe angefüllt, der durch gewisse Organe beständig erneuert wird; das **Labyrinth** wird eingetheilt in den

Vorhof (mit dem ovalen Fenster f und den habkreisförmigen Canälen) und die Schnecke. In den halbkreisförmigen Canälen befinden sich häutige Röhren, die in den dickeren Enden der Canäle sich zu eiförmigen Blasen erweitern und in dem

Fig. 248.



Vorhofe sich in einen gemeinsamen Sack vereinigen. Die Trommelhöhle wird von dem Vorhofe durch das ovale Fenster und von der Schnecke durch das runde Fenster getrennt, und der Vorhof steht dann wieder in Verbindung mit den drei halbkreisförmigen Canälen. Die inneren Flächen des ganzen Labyrinthes, sowie auch die besprochenen Blasen und Säcke werden von dem Gehörnerven bekleidet, und hier ist der eigentliche Sitz für den Gehörssinn.

Was wir von dem Gehör wissen, ist also Folgendes: In dem 432
gewöhnlichen Falle empfängt die Luft Schwingungen von dem schallenden Körper und pflanzt diese bis zum Ohre fort; hier fängt das äußere Ohr eine Menge von ihnen auf und leitet sie zu dem Gehörgange; am Ende desselben stoßen sie auf das Trommelfell, welches in Bewegung gesetzt wird und letztere sowohl dem Hammer als der in der Trommelhöhle befindlichen Luft mittheilt. Von dem Hammer aus wird die Bewegung dem Ambos und Steigbügel mitgetheilt, und von da aus durch das ovale Fenster auch dem Wasser im Vorhofe des Labyrinthes. Die Luftschwingungen in der Trommelhöhle werden dem Häutchen in dem runden Fenster mitgetheilt und gehen von da aus in das Wasser der Schnecke über. Die Schwingungen, welche im Wasser erweckt werden, wirken endlich auf die Nerven und in diesen entsteht die Empfindung. Außer dieser Mittheilungsweise können die Schallschwingungen auch ohne

Dazwischenkunft der Luft der festen Masse des Kopfes mitgetheilt werden, welche sie durch das Wasser des Labyrinthes ausbreitet. Bei den Thieren geht mehr oder weniger dasselbe vor, je nach ihrer mehr oder weniger entwickelten Organisation.

433 Die Säugethiere, welche im inneren Baue des Ohres dem Wesentlichen nach mit dem Menschen übereinstimmen, sind auch die einzigen Thiere, welche ein äußeres Ohr haben. Bei den Vögeln sind besonders Trommelfell und Trommelhöhle groß. Die Ohrknochen sind auf einen stabförmigen Knochen reducirt, der Vorhof ist sehr klein, die halbkreisförmigen Canäle dagegen gemeiniglich von bedeutender Größe. Die Schnecke hat innen zwei gekrümmte Knorpelblätter und über diesen eine beutelförmige Haut, die Flasche (lagena). Die Amphibien haben einen sehr kurzen oder gar keinen Gehörgang und, gleich den Vögeln, nur einen Knochen in der Trommelhöhle. Dem Labyrinthe fehlt fast immer die Schnecke. Bei den Fischen ist das Ohr von Außen nicht sichtbar, und innen besteht es bloß aus einem häutigen Sacke (dem Vorhofe), der einige oft steinharte Ohrknöchlein enthält, und aus drei halbkreisförmigen Canälen. — Bei einigen Insekten (den Grashüpfern) hat man erst in spätester Zeit Ohren gefunden, und zwar an einer sehr eigenthümlichen Stelle, nämlich an der oberen Hälfte des Schienbeines. Hier findet sich ein Trommelfell, eine Trommelhöhle mit der Eustachi'schen Röhre und ein eigenthümlich organisirter Gehörnerv. Bei den Weichthieren besteht das Ohr aus einer Blase (Vorhof), gefüllt mit einer Flüssigkeit und einem oder mehreren harten Körpern, die eine lebhaft drehende Bewegung haben, ohne daß man bis jetzt das Organ hat auffinden können, das sie in Bewegung setzt.

Wirkung der Töne.

434 Wenn zwei oder mehrere Töne schnell hinter einander gehört werden, so unterscheiden wir nicht bloß, welcher von ihnen der höhere, welcher der tiefere sei, sondern wir erhalten zugleich eine Empfindung ihres gegenseitigen Verhältnisses, das wir dann mehr oder minder leicht wieder erkennen, wenn die Empfindung erneuert wird. Tonverhältnisse, welche durch sehr kleine Zahlen ausgedrückt werden können, werden am leichtesten aufgefaßt und sind zugleich für das Ohr die an-

genehmsten. Die Tonverhältnisse, welche durch die Zahlen von 1 bis 6 ausgedrückt werden können, gehören in diese Classe. Die Verhältnisse, welche dadurch entstehen, daß eins von diesen ein oder mehrere Male verdoppelt wird (mit 2 oder den Potenzen von 2 multiplicirt wird) sind, ebenfalls leichtfaßlich und angenehm. Selbst die Multiplication mit 3 in einer der drei ersten Potenzen, oder mit 5 in einer der beiden ersten Potenzen gehören noch zu den für das Ohr einigermaßen faßlichen Verhältnissen.

Die uns angenehmen Tonverhältnisse heißen consonirende, die 435
von entgegengesetzter Art dissonirende. Man spricht zwar in dem täglichen Leben zuweilen so von Tönen, daß man glauben sollte, der eine oder der andere Ton würde als ein kreischender angesehen; allein wo dies so scheint, werden doch zu gleicher Zeit mehrere Töne in demselben Körper hervorgerufen, welche gemeinschaftlich die unangenehme Wirkung hervorbringen.

Wenn man in ein Tonverhältniß statt des einen Tones einen 436
andern von doppelt oder halb so vielen Schwingungen setzt, so erkennt man, daß das Verhältniß wesentlich dasselbe ist. Alle möglichen, wesentlich verschiedenen Tonverhältnisse müssen demnach zwischen zwei Tönen enthalten sein, von denen der eine durch doppelt so viele Schwingungen als der andere hervorgebracht wird. Jeder Schritt über diese zwei äußersten Töne hinaus giebt bloß eine Art Wiederholung, nur von höherer oder tieferer Ordnung. Eine Reihe von Tönen, deren Schwingungsverhältnisse durch Brüche ausgedrückt werden, deren Werthe zwischen zweien Werthen 1 und 2 liegen, bildet die einfache Tonleiter. Betrachten wir den tiefsten Ton einer Folge als Einheit, so wird derjenige, der auf jede zwei Schwingungen dieses tieferen 3 Schwingungen macht, mit $3/2$, der, welcher 4 für jede 3 des tieferen macht, als $4/3$ u. s. w. bezeichnet.

Die Tonleiter, an welche besonders die gebräuchlichsten musikali- 437
schen Ausdrücke geknüpft sind, heißt die diatonische. Folgendes sind die darin enthaltenen Tonverhältnisse mit den nächsten Verdoppelungen.

Man hat unter die Zahlen diejenigen Buchstaben gesetzt, mit denen man sie bezeichnet:

1	$9/8$	$5/4$	$4/3$	$3/2$	$5/3$	$15/8$	2	$18/8$	$10/4$	$8/3$	$6/2$	$10/3$	$30/8$	4	$36/8$	$20/4$	$16/3$	$12/2$	$20/3$	$60/8$	8
C	D	E	F	G	A	H	c	d	e	f	g	a	h	$\bar{c}$	$\bar{d}$	$\bar{e}$	$\bar{f}$	$\bar{g}$	$\bar{a}$	$\bar{h}$	$\bar{\bar{c}}$

Hier sieht man die drei Mal wiederholte Tonleiter und das erste

Glied der vierten. In jeder dieser Abtheilungen oder einzelnen Tonleitern finden sich 7 Töne, welche in der obigen Weise bezeichnet werden. Sie werden auch in ihrer Ordnung der Reihe nach Prime, Secunde, Terz, Quart, Quinte, Sexte, Septime, Octave benannt. Die Octave ist zugleich der erste Ton in der nächsten Abtheilung oder einfachen Tonleiter.

Zwischen den Nachbartönen in dieser Reihe sind nicht alle Verhältnißzahlen gleich groß. Zwischen C und D, F und G, A und H ist es $^9/_8$, zwischen D und E, ferner G und A ist es $^{10}/_9$, zwischen E und F, H und c ist $^{16}/_{15}$. Es sind also gewissermaßen ungleiche Abstände (Intervalle) zwischen ihnen. Der durch $^9/_8$ ausgedrückte Abstand heißt ein großer, der durch $^{10}/_9$ ausgedruckte ein kleiner ganzer Ton, der durch $^{16}/_{15}$ ausgedrückte Abstand, ein großer halber Ton, wohingegen diejenigen Töne, welche noch weiter in die Octave eingeschaltet werden, Anlaß zu dem kleinen halben Tone geben, dessen Zahl $^{25}/_{24}$ ist.

Man schaltet nämlich zwischen den Tönen, welche die größeren Abstände haben, andere Töne mit kleinerem Verhältnisse ein, zum Beispiel $^6/_5$ zwischen D und E, und bezeichnet ihn mit Dis, wenn er als eine Erhöhung von D, mit Es, wenn er als eine Vertiefung von E betrachtet wird. Durch solche Einschüsse hat man 12 Töne in der Octave erhalten. Die so hervorgebrachte Tonleiter heißt die chromatische.

Der Grund, weshalb man so viele und noch mehr Töne eingeführt hat, ist der, daß man Mittel haben muß, jeden beliebigen Ton zum Grundton einer musikalischen Tonfolge zu machen.

438 Eine Verbindung mehrerer Töne, die zu gleicher Zeit angespielt werden, heißt ein Accord. Wenn alle Tonverhältnisse, aus denen er besteht, consoniren, nicht bloß mit dem Grundtone, sondern auch unter einander, so heißt er ein consonirender Accord, im entgegengesetzten Falle ein dissonirender.

Ein Accord der aus C, E und G oder aus entsprechenden Tonverhältnissen besteht, heißt der große Dreiklang oder Dur-Dreiklang. Die Schwingungsverhältnisse sind in ihm 1, $^5/_4$, $^3/_2$, was dasselbe ist, wie 4, 5, 6. Nimmt man C Es G oder entsprechende Tonverhältnisse, so wird der kleine oder Moll-Dreiklang gebildet. Die Schwingungsverhältnisse sind hier 1, $^6/_5$, $^3/_2$ oder 10, 12, 15. Das Schwingungsverhältniß jedes Paares dieser drei Töne läßt sich auch durch sehr kleine Zahlen ausdrücken, allein wie die

sämmtlichen 3 Zahlen nicht so leicht zu überblicken sind als die, welche sich im Durdreiklang fanden, so ist auch der Eindruck, den der Molldreiklang hervorruft, nicht so klar und lebendig, als der des ersten Dreiklanges.

Dissonirende Tonverhältnisse können in Verbindung mit gewissen 439
anderen doch Vergnügen erwecken. Wenn dies geschieht, sagt man, die Dissonanz werde aufgelöst. Es scheint demnach, daß dissonirende Verhältnisse als Theile eines größeren Ganzen betrachtet werden müssen und nur als solche verständlich sind. Vielleicht könnte man eine Tonverbindung, in welcher Dissonanzen aufgelöst sind, mit einer ganzen Klangfigur vergleichen, die in ihrer Ganzheit regelmäßig ist, obgleich ein davon abgerissenes Stück nicht regelmäßig ist.

Die Weise, in welcher mehrere Töne auf einander folgen, macht 430
die M e l o d i e eines Stückes aus. Hat man für die einzelnen Töne die Accorde, so hat man zugleich Harmonie.

Da eine Saite, während sie als Ganzes Schwingungen macht, 441
sich zugleich in gleich große Theile theilt, welche mit den ihrer Länge zukommenden Geschwindigkeiten schwingen, so bringt eine tönende Saite nicht bloß ihren Grundton hervor, sondern zugleich höhere consonirende Töne, die jedoch, gegen den Grundton gehalten, schwach sind, aber hörbar gemacht werden können, wenn man einen zu solchen mitklingenden Tönen gehörigen Schwingknoten leicht berührt, zum Beispiel einen der beiden Schwingeknoten, welche die Saite in drei Theile theilen, wenn man die obere Quinte hörbar machen will; hierdurch werden diese verhindert, an den anderen Schwingungen Theil zu nehmen, so daß nur die eine Schwingungsart übrig bleibt. So werden Flageolettöne auf der Violine hervorgebracht. — Nicht in allen Körpern bringen jedoch die mitklingenden höheren Töne Consonanzen hervor. Wenn die Schwingungen in Stangen, Platten, Glocken u. s. w hervorgebracht werden, wo die Schwingungsdauer nicht in so einfachem Verhältnisse, sondern zum Theil in quadratischem Verhältnisse zu der Länge der schwingenden Theile stehen, können natürlich die mitklingenden Töne nicht consoniren.

Das Zusammentreffen gewisser Schwingungen, das bei den 442
Stößen gleichzeitiger Töne stattfindet (§. 421), macht, wenn diese Stöße sehr häufig geschehen, auch den Eindruck eines Tones; gehören zum Beispiel zu dem einen Tone 300 Schwingungen in

der Secunde, zu dem anderen 200, so ist die Anzahl der Stöße 100, und folglich hört man die untere Octave zu dem tieferen der beiden Töne, welches zugleich die untere Quinte des andern ist.

443 In einer Reihe auf einander folgender Töne kann man unabhängig von ihrer Höhe noch eine Ordnung unterscheiden, welche auf ihrer Dauer beruht. Ein unverwickeltes Beispiel sieht man bei einer solchen Zählung, wo man jede zweite, jede dritte oder vierte Zahl mit Nachdruck ausspricht. Man hat dadurch die Reihe der Laute in gewisse gleich lange Abtheilungen, Takte getheilt und in dem vorliegenden Beispiele ist dann jedes Zahlwort ein Starttheil. Die Taktbewegung ist meistens viel zusammengesetzter. Man bezeichnet die Takttheile als ungleich groß je nach ihrer Dauer. Wenn zum Beispiel der größeste Takttheil in einer Tonfolge 2 Secunden währte, so würde der, der nur eine Secunde währte, als $\frac{1}{2}$ zu bezeichnen sein, und so geht man weiter abwärts zu Takttheilen, deren Dauer $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ ist. Man hat auch Takte, deren Dauer zwei oder vier Male die Einheit ist. Alle diese Zahlen geben jedoch nur die Verhältnisse der Dauer an und man kann keine Zeiteinheit festsetzen, die der Takteinheit entsprechen sollte. In einer Tonfolge zum Beispiel, welche einigermaßen schnell gehen soll, kann der Takttheil, der als $\frac{1}{4}$ bezeichnet wird, eine halbe, bei etwas geringerer Schnelligkeit eine ganze Secunde währen. Ist aber erst die Dauer eines Takttheiles gegeben, so folgen die anderen ihrem richtigen Zahlenverhältniß zu diesem.

444 Man kann leicht und sicher die Geschwindigkeit, mit der ein Tonstück ausgeführt werden soll, angeben, wenn man die Pendellänge nennt, deren Schwingungen dem Takttheile entsprechen, auf den die anderen zurückgeführt werden sollen. Ist dies zum Beispiel der sogenannte Vierteltakt, und wird die Pendellänge zu 8 Zoll angegeben, so ist damit gemeint, daß jeder Vierteltakt so lange währen soll, als ein solches Pendel gebraucht eine Schwingung zu vollführen. Man bildet sich ein Pendel, das für diesen Gebrauch genau genug ist, wenn man einen kleinen Bleiklumpen mit einem feinen Faden verbindet und die nöthige Länge des Fadens abmißt. Der Taktmesser (§. 256) kann die Bestimmung leichter machen, da er die Eintheilung an sich trägt.

445 Man kann nun mannigfaltige Abwechselungen im Takte hervorbringen, indem man statt $\frac{1}{2}$ zwei $\frac{1}{4}$, statt $\frac{1}{4}$ zwei $\frac{1}{8}$ u. s. w. setzt und diese auf sehr verschiedene Weise in jedem Takte vertheilt,

so daß die gleich langen Takte ungleich viele und ungleich vertheilte Takttheile erhalten. Diese innere Verschiedenheit der gleichen Takttheile läßt man jedoch in einer gewissen Ordnung sich wiederholen, so daß dadurch Taktperioden entstehen, von denen wieder zwei oder mehrere zu größeren Perioden zusammengefaßt werden können. Diese Vereinigung der Takte bildet die Tonbewegung oder den Rhythmus; jedoch wird das Wort Rhythmus, und nicht mit Unrecht, auch als gleichbedeutend mit Takt genommen.

Obgleich man in den neueren Sprachen den Sylben keine be- 446
stimmte Länge beilegen kann, so werden doch auch Verse in ihnen nach den Gesetzen der Rhythmik gestaltet, indem Folge und Vertheilung stärker und schwächer betonter Sylben das Versmaaß ausmacht.

Schon durch den bloßen Rhythmus ohne Tonverschiedenheit kann 447
eine Art von Musik hervorgebracht werden, was wir aus dem Gebrauche der Trommel sehen, auf deren gespannter Haut alle Schläge denselben Ton hervorbringen, falls die Spannung derselben nicht verändert wird.

In der Choralmusik haben wir dagegen das Beispiel einer Musik, die keinen Taktwechsel gebraucht, sondern deren ganzes Wesen auf der Folge der Töne begründet ist. Die meiste Musik vereinigt Taktwechsel mit Tonfolge und erhält dadurch eine größere Mannigfaltigkeit.

Das Vergnügen, das die Töne bei uns hervorbringen, wird von 448
Allen als eine Wirkung des Schönen anerkannt. So verschieden auch die Eindrücke, die durch das Ohr aufgenommen werden, von denen sind, welche das Auge empfängt, so haben sie doch etwas Wesentliches gemein. Ja es läßt sich sogar zeigen, daß alles dasjenige, was wir schön nennen, selbst an dem, was nicht durch äußere Sinne aufgefaßt wird, ein gemeinsames Grundwesen habe. Hier wird es aber nur möglich sein, einige Bruchstücke aus der Naturlehre des Schönen mitzutheilen, um verständlich zu machen, was über Schönheit im Gebiete der Töne gesagt werden soll.

Daß diejenigen Linien und Figuren, welche Gedanken ausdrücken, 449
die gerade Linie, der Kreis, die von gleich großen geraden Linien regelmäßig gebildeten Figuren, etwas Befriedigendes haben, muß Jeder fühlen; am sichersten und eindringlichsten empfindet man es aber, wenn man sie mit gedankenlos hingekritzelten Strichen vergleicht. Diese Befriedigung wird jedoch nicht durch Denken hervor-

gebracht, sondern ist mit der unmittelbaren Auffassung verbunden. Dies ist ein innerer Sinn, eine geistige Anschauung. Es kann uns nicht wundern, daß wir diese Uebereinstimmung zwischen Vernunft und Sinn finden, da beide dieselbe höhere Quelle haben (§. 4 — 9). Die hier gesteckten Gränzen gestatten keine ausführliche Abhandlung der Sache, wir müssen uns begnügen einige hier besonders wichtige Hauptpunkte zum Theil in Beispielen hervorzuheben.

450 Die Geometrie beweist, wie bekannt, daß die verschiedenen Eigenschaften, die man dem Kreise beilegt, nicht zufällig darin vereinigt sind, sondern mit Nothwendigkeit aus der Grundbestimmung folgen, daß alle Abstände des Umkreises von dem Mittelpunkte gleich groß sind. Allein dieser nothwendige Zusammenhang wird doch aus dem Grundgedanken nicht abgeleitet, ohne die Anschauung zu Hülfe zu nehmen, so daß man eigentlich nicht sagen darf, sie liegen in dem Grundgedanken, sondern nur, daß sie mit ihm zusammengehören. Würde man von einer beliebigen Eigenschaft des Kreises ausgehen, so könnte man auch von dieser, wenngleich oft mit größerer Schwierigkeit zu allen übrigen kommen. Man wird kaum einen Ausdruck finden, der einen solchen Gedanken ausspräche, so doch daß man sagen könnte, alle jene anderen Gedanken seien darin enthalten; dennoch haben wir die volle Einsicht, daß der durch die Anschauung erfaßte Kreis ein Gedankenganzes ausmacht. Eignet sich die Vernunftauffassung dies in der Anschauung ausgedrückte Ganze an, so hat man die Idee des Dinges; und im Allgemeinen kann man sagen, daß eines Dinges Idee die darin ausgedrückte Gedankeneinheit sei, aufgefaßt durch die Vernunft, aber als Anschauung. Es versteht sich daraus, daß man die Idee weder ohne vorbereitendes Denken, noch auch ohne Zusammenfassung der Gedanken in einer Anschauung besitzen kann. Die Unaussprechlichkeit der Idee, die Unmöglichkeit, sie in einen Ausdruck zu zwingen, hindert uns nicht an einer klaren Auffassung, nur fordert diese eine höhere Geistesübung, als die Auffassung der gewöhnlichen wissenschaftlichen Begriffe gewährt.

Gegenstände, in denen eine Idee ohne alle fremde oder verwirrende Zuthaten ausgedrückt ist, erhalten dadurch ein Gepräge, das auf die Anschauung einen eigenthümlichen Eindruck macht, und ein höheres Behagen erweckt. Man kann alsdann sagen, daß sich die Idee vor der Anschauung offenbart; dies geschieht jedoch, ohne daß sich das Denken hineinmengt, wogegen Erinnerungen des Ge-

dachten, als selbst dem Reiche der Anschauungen angehörig, bedeutend mitwirken können, den Sinn für Schönheit zu schärfen.

Schon die bloße Symmetrie, die keinen andren Gedanken als 451
den der Symmetrie darstellt, befriedigt den Schönheitssinn. Die Figur  stellt das Auge durchaus nicht zufrieden, dagegen wohl die Figur . Die eine Hälfte ist dieselbe wie die andere, aber in der Form des Gegensatzes. Man sieht hier denselben Gegensatz wie zwischen dem Gedanken in dem denkenden Wesen und dem Gedanken, betrachtet als das Gedachte, den Gegensatz und die Vereinigung des Entgegengesetzten. Wenn wir nämlich einen Gedanken als durch das denkende Wesen hervorgebracht betrachten, so stellen wir ihn demselben gegenüber als etwas Verschiedenes, als einen Gegenstand des Denkens, allein wir erkennen doch mit nicht geringerer Gewißheit, daß der Gedanke auch in dem Denkenden selbst ist, der ja das Gedankenerzeugende ist, und dabei erkennen wir, daß es doch eigentlich derselbe Gedanke ist, den wir hier in Gegensatz gegen sich selbst gebracht haben. So tritt in der Symmetrie die Grundform eines Gedankens vor unsere Anschauung. Sie wiederholt sich deshalb fast beständig in dem Schönen.

Die Natur erzeugt häufig dieselben Gestalten, die wir unserm 452
Denken zufolge gebildet haben. In den Krystallen zeigt sie uns meistens Gestalten, die von geraden Linien und Ebenen begränzt sind, in der Welle zeigt sie uns den Kreis, im Springbrunnen die Parabel, in Klangfiguren die Hyperbeln u. s. w. Die Natur aber beschränkt sich nicht darauf, die bloße mathematische Form hervorzubringen; überall sehen wir, daß sie viel Mehr hinzufügt. Unter unzähligen Beispielen kann die Wellenbewegung dienen, die in ruhigem Wasser durch einen hineingeworfenen Stein hervorgebracht wird. Die Kreise sind nicht bloß Kreise, sie bilden Erhebungen und Vertiefungen, welche nicht stille stehen, sondern vorschreiten und nicht bloß sich selbst bewegen, sondern zahllose kleinere Bewegungen einschließen (§. 367 und 368). Hierzu kommt, daß die umgebende Natur ihr Theil hinzufügt, wie in dem vorliegenden Falle die Lichtverhältnisse. Der Glanz des Wasserspiegels, die verschiedenen

Licht- und Schattenpartieen der Wellentheile, das durch die Bewegung erweckte Licht- und Farbenspiel, was Alles dem Ganzen ein Leben, eine Fülle giebt, die in der mathematischen Form vermißt wurde. Diese zu der ursprünglichen Wirkung hinzukommende Mannigfaltigkeit darf nicht mit derjenigen verglichen werden, mit der man oft willkürlich einen Gegenstand ausschmückt; der eigene Vernunftzusammenhang der Natur führt vielmehr mit sich, daß eine höhere Einheit in allen den Wirkungen ist, welche die Natur so zusammenfügt.

453 Die Klangfiguren zeigen eine andere und hier sehr lehrreiche Verknüpfung von Naturwirkungen. Wenn kein reiner Ton in der Platte hervorgebracht wird, erhält man auch keine wohlgeordnete Klangfigur, und umgekehrt, ohne eine symmetrische Figur keinen reinen Ton. Dieselbe Wirkung, welche den einen Sinn befriedigt, befriedigt hier auch den anderen.

454 Es hat sich schon in dem Vorhergehenden gezeigt, wie das Vergnügen, das die Töne hervorbringen, mit dem Gedankenzusammenhange darin verknüpft ist, und daß Schönheit für Ohr und Auge gemeinsames Wesen haben; aber man wird noch mit Recht fordern, daß Rechenschaft dafür gegeben werde, wie die Töne so große sinnliche Wirkungen hervorbringen können; zu diesem Zwecke muß erst gezeigt werden, daß gewisse Schwingungswirkungen durch Gleichstimmigkeit gefördert, durch Misstimmung gehindert werden und darnach muß gezeigt werden, daß sich dies auf das lebende Wesen anwenden läßt.

455 Es ist in dem Vorhergehenden erwähnt worden (§. 420), daß, wenn man eine von zweien zusammenstimmenden Saiten in Schwingungen setzt, die andere zum Mitschwingen gebracht wird; wogegen eine Saite, die weder denselben Ton geben, noch auch durch den zuerst angeschlagenen veranlaßt würde, sich in consonirende Theile zu theilen, zwar Einwirkung von diesen erleiden müßte, allein nur solche, die einander gegenseitig stören und deshalb keinen Ton geben könnte. Im ersten Falle wird die mittönende Saite die andere unterstützen, wenn auch noch so schwach, im letzteren wird sie auf jene eine hindernde Einwirkung äußern, welche noch geringer ist. Hätte die Saite Gefühl, so würde sie ihr Sein und Wirken durch die Zusammenstimmung mit der anderen erhöht fühlen, geschwächt aber und gestört durch das entgegengesetzte Verhältniß. Denkt man sich eine Saite von mannigfachen von außen her darin erweckten

und mit ihrer Schwingungsanlage nicht übereinstimmenden Zitterungen durchbebt, so würde die Einwirkung eines anderen tönenden Körpers, die ihr Schwingungen mittheilte, welche mit ihrer Natur übereinstimmen, theils die ersten Schwingungen aufheben, theils Anlaß dazu geben, daß sie vergleichungsweise unmerklich würden. Hier wiederum können wir uns selbst sagen, daß, wenn die Saite Gefühl hätte, sie durch die gleichstimmigen Tonschwingungen sich von einer Menge heimlicher ihr selbst unbewußt störender Einwirkungen befreit fühlen, sich über diese Befreiung und ihren eigenen verstärkten Selbstgenuß freuen müßte.

Die Verschiedenheiten zwischen Saiten und menschlichen Körpern 456
in diesem Betrachte brauchen wir gewiß nicht erst hervorzuheben, sehen wir aber ab von dem Eigenthümlichen in den Schwingungen der Saiten, und nennen wir die abwechselnden Uebergänge von einem Zustande zu einem entgegengesetzten Schwingungen, so ist es klar, daß die Welt von solchen erfüllt ist. Licht und Wärme werden gleich dem Schalle durch Schwingungen hervorgebracht. Athemzug, Pulsschlag, Bewegung der Augen bilden nur einige wenige Beispiele der mancherlei Schwingungen, die in dem lebenden Körper vorgehen. Hier aber wollen wir uns an das Hörorgan halten. In seinen Nerven müssen nothwendig Veränderungen vorgehen, die jedem Drucke und jeder Aufhebung des Druckes entsprechen, die so schleunig in den Lautwellen auf einander folgen. In diesem Nerv aber haben solche Veränderungen noch mehrere andere im Gefolge. Jede Zusammendrückung erzeugt Wärme, jede Ausdehnung Kälte. Sie folgen viel zu schnell auf einander, als daß sie zum Bewußtsein kommen könnten; daß ihnen aber dennoch Zustände in den Nerven entsprechen müssen, kann nicht zweifelhaft sein. Ferner sind mit diesen Wärmeabwechselungen auch elektrische und magnetische verbunden; mögen diese auch noch so klein, sie können doch nicht ganz bedeutungslos sein.

Wir haben bisher über den Gehörnerv im Allgemeinen gesprochen, 457
allein es würde offenbar ein großer Irrthum sein, wollte man ihn mit einer einfachen Saite vergleichen. Als ein Ganzes empfängt er den Eindruck aller Töne, allein seine kunstreiche Entwickelung in dem Sinnenorgane läßt uns vermuthen, daß er untergeordnete Glieder zur Auffassung der verschiedenen Töne enthält. Wollte Jemand dieses bezweifeln, so muß er doch zugeben, daß das Ohr sich gegen die Töne verhält, wie ein ganzes System von Saiten, in

dem alle Töne Mitklang finden. Sollte dagegen Jemand den Gedanken, daß die Nerven gleichsam mitklingen, allzu dreist finden, so müßte dies entweder davon herrühren, daß er der ausdrücklichen Erklärung zuwider in unsere Auffassung eine allzu enge Vergleichung der gespannten Saiten und der Nerven hineinlegte, oder davon, daß er die Wahrheit übersehen, daß jedes Sinnenorgan das Vermögen besitzen muß, den erhaltenen Eindruck auch selbst hervorzubringen oder, wenn man lieber will, zu wiederholen. Man könnte in diesem Betracht auf die Erfahrung hinweisen, daß die Empfindung sowohl des Gesichts als auch des Gehörs noch fortfährt nachdem die äußere Ursache entfernt ist.

458 Durch Einwirkung der ganzen äußeren Natur befindet sich nun der Gehörnerv, und durch ihn das ganze Nervensystem in unaufhörlichen Schwingungen, welche oft so schwach sind, daß sie nicht zu unserm Bewußtsein kommen; finden wir uns aber in einsame nächtliche Stille versetzt, so fühlen wir deutlich, daß das, was wir früher für Stille hielten, es nicht war, und doch ist selbst die tiefere Stille der Nacht kein vollkommener Mangel aller Schallschwingungen. In jenen unbestimmten Schwingungszustand der Nerven greifen die Töne ein und bringen eine kräftige Wirksamkeit hervor, wo früher nur eine schläfrige war, und zugleich eine Ordnung und Gleichstimmigkeit, welche die unordentlichen Bewegungen unterdrückt oder unbemerkbar macht. Es wird jedoch räthlich sein, diese Verhältnisse durch Beispiele aufzuklären. Wir wollen unsere Aufmerksamkeit auf den Gang des Menschen wenden. Jeder Schritt ist die Folge eines neuen, von den Nerven ausgehenden Eindruckes auf die bewegenden Muskeln und der Gang, setzt also Nervenschwingungen in der vorhin angegebenen Bedeutung voraus. Wenn nun weder der denkende Wille unmittelbar auf den Gang hingewendet ist, noch auch eine herrschende Stimmung eine mittelbare Wirkung auf ihn äußert, so wird er sich unbestimmt zeigen, so weit nicht etwa eine starke Gewohnheit sich darin ausprägt. Bekommt nun aber der Mensch während des unbestimmten Ganges eine kräftige Taktmusik, z. B. von einer Trommel zu hören, so wird sich sein Gang darnach ordnen.

Die Schwingungen des Gehörnerven haben sich dem ganzen Nervensysteme mitgetheilt. In dem Grade, daß eine Musik ihren vornehmsten Charakter in den Tonverhältnissen hat, statt in einem stark hervortretenden Tongange, wird sie weniger unmittelbar

auf die Bewegungen des Menschen wirken, dagegen aber mehr auf die Stimmung des Gemüthes, die wiederum größeren oder geringeren Einfluß auf die Bewegung hat. Ein Wanderer, der nicht von bestimmten Gedanken beherrscht wird, kommt, sobald er eine bedeutungsvolle Choralmusik hört, in eine dieser entsprechende Stimmung, die nicht verfehlen wird, Einfluß auf seinen Gang auszuüben.

Es zeigt sich also, daß, wenn wir unsern Standpunkt für die 459
Betrachtung der Tonwirkungen in der äußeren Natur wählen, diese ganz der Körperwelt anzugehören scheinen; wählen wir dagegen unsern Standpunkt in der Gedankenwelt, so scheint ihr ganzes Wesen dieser anzugehören. Nachdem aber diese Trennung vollführt ist, müssen beide in Eins zusammengefaßt werden. Die Naturgesetze in der Körperwelt sind Vernunftgesetze, Offenbarungen eines vernünftigen Willens; denken wir uns aber so die ganze körperliche Natur als das beständige Werk der ewigen Vernunft, so kann unsere Betrachtung hierbei nicht stehen bleiben, sondern führt uns dahin, in unserm Denken die Gesetze der Allnatur zu sehen. Mit anderen Worten: Geist und Natur ist Eins von zwei verschiedenen Seiten angesehen. So hören wir auf uns über ihre Harmonie zu verwundern.

Beilage über Maaß und Gewicht.

Die ältesten Maaße haben ihren Ausgangspunkt vom menschlichen Körper genommen, z. B. Schritt, Fuß, Klafter, Elle, Spanne, Handbreit, Zoll. Im Anfange gebrauchte man Schritt und Fuß als Wegemaaß, Klafter, Elle u. s. w. für die Gegenstände, welche man mit den Armen und Händen behandelt. Da jedes dieser Naturmaaße merkliche Ungleichheiten mitführt, so hat man gesucht, ihnen allmälig nähere Bestimmungen zu geben, die sich zum Theil an Individuen knüpften, wie denn der englische Yard nach Heinrich's des Ersten Arm bestimmt wurde. Diese wurden aber verschieden in den verschiedenen Staaten nicht bloß, sondern selbst in verschiedenen Provinzen und Handelsstädten, besonders Deutschlands. Durch Vereinigung mehrerer Lande, durch Gesetze und Uebereinkunft, sind zwar manche dieser Ungleichheiten gehoben, allein auch da, wo dieses geschehen war, blieb noch eine Quelle der Nichtübereinstimmung in der Schwierigkeit, ein genaues Maaß herzustellen. Sehr leicht begeht man Fehler jedes Mal, daß ein Maaßstab nachgebildet wird. Theils ist die vollkommene Gleichheit zweier Größen unter übrigens ganz gleichen Umständen schwierig herzustellen, theils kann auch entweder der Mustermaaßstab oder der nachgebildete während der Vergleichung eine kleine Biegung haben, theils endlich können beide ungleich warm, also ungleich ausgedehnt sein. Ist der eine Maaßstab aus anderm Stoffe als der andere, so entsprechen sie bei ungleichen Wärmegraden einander nicht mehr. Da außerdem durch Unglücksfälle der Mustermaaßstab verdorben oder verloren werden kann, so ist man darauf bedacht gewesen, die gesetzlich bestimmten Maaße an Naturmaaße zu knüpfen. Schon Huyghens schlug vor, die Länge des Secundenpendels als Grundmaaß zu gebrauchen, wozu man dann diejenige Länge wählen müßte, welche mitten zwischen Aequator und Pol gefunden wird. Man

hat dagegen eingewendet, daß die Secunde selbst ein willkührlicher Theil der bestimmten Zeiteinheit (mittlerer Sonnentag) sei, allein das könnte gewiß von allen anderen jemals vorgeschlagenen Einheiten gesagt werden. Daher muß die Uebereinkunft immer etwas dazu thun; denn kein Maaß ist unbedingt natürlich. Die Franzosen haben gesucht, den Umkreis der Erde selbst als Maaßstab zu gebrauchen, sie haben nämlich durch große Messungen und Berechnungen die Länge des durch Paris gehenden Meridianbogens festgesetzt und nehmen davon ein Zehnmilliontheil als Einheit ihres Maaßes, welche sie Meter nennen. Es ist klar, daß hierbei manche Fehler möglich sind, zumal die Abplattung der Erde als eine ganz genau bestimmte Größe eingeführt wurde, was sie nicht ist. Da aber dennoch die Länge des Meter unveränderlich festgesetzt wurde, so hört er auf, ein Naturmaaß zu sein, weil er bei einer berichtigten Messung nicht mehr ein Zehnmilliontheil des Meridianquadranten ist. Selbst die Ueberführung eines Naturmaaßes auf einen Maaßstab ist vielen, wenn auch kleinen Fehlern unterworfen, und es ist deshalb äußerst wichtig, jedes Mustermaaß mit gewissenhaftester Sorgfalt zu bewahren. — Diejenige Toise (französisches Klafter), welche bei Bouguer's Gradmessung in Peru gebraucht wurde (toise de Pérou), in welcher auch der Meter bei seiner gesetzlichen Bestimmung ausgedrückt wurde, und welche überhaupt den bedeutendsten Maaßbestimmungen zu Grunde liegt, bildet daher das wichtigste Vergleichungsglied für alle unsere Maaße.

Es wäre freilich wünschenswerth, daß alle Länder ein Maaß und ein Gewicht hätten, allein da dies nicht zu erreichen gewesen ist, so muß man zufrieden sein, sich so nahe als möglich an einander anzuschließen. In Deutschland bedienen sich noch immer einige des altfranzösischen Fußes, welcher $1/6$ der toise de Pérou beträgt, allein der in Preußen gesetzlich eingeführte rheinländische Fuß, der in Dänemark und Preußen auf das allergenaueste nachgemessen und in beiden Ländern (in Preußen durch Bessel) an den alten Normalmaaßstäben genau gleich 139,13 französische Linien gefunden worden, fängt an, da er in dem dänischen Staate und im Zollverein eingeführt worden, sich immer mehr Bahn zu brechen, so daß, wer in Deutschland sich ohne Noth eines anderen Maaßes bedient, nur der Entwirrung der Verhältnisse entgegenarbeitet. Daß das Verhältniß dieses Maaßes zur Pendellänge nicht durch einen leicht übersichtlichen Bruch ausgedrückt werden kann, ist nur

eine unbedeutende Unbequemlichkeit gegen den großen Vortheil, den die Uebereinstimmung des Maaßes in vieler Herren Ländern und vor allem ein gemeinschaftliches deutsches Maaß mit sich führt.

Das Gewicht läßt sich nicht leicht ohne Hülfe eines Maaßes festsetzen, denn nicht bloß soll man bestimmen, welcher Stoff die Einheit des Gewichts abgebe, sondern auch ein wie großer Raumgehalt dieses Stoffes. Zwar hat man in alten Zeiten Samen, z. B. Waizenkörner, zu kleinen Gewichtseinheiten benutzt, unter dem Namen Gran (granum) allein es ist leicht einzusehen, daß man hiemit zu keinerlei Genauigkeit kommt. Man hat deshalb fast allgemein ein bestimmtes Maaß reinen Wassers gewählt, entweder im Zustande der größesten Dichtigkeit oder bei einem willkürlichen Grade der Dichtigkeit. —

Das französische Gewicht ist zwar, wie gleich ausgeführt werden soll, an das Metermaaß geknüpft, allein durch seine Decimaltheilung gewährt es so große Vortheile, besonders bei chemischen Berechnungen, daß es in wissenschaftlichen Kreisen weit über Frankreich hinausgegangen ist, wo es gesetzlich eingeführt worden.

Um dieser allgemeinen Verbreitung willen hat der deutsche Zollverein ein mit dem französischen übereinstimmendes Gewicht gesucht und hat sein Pfund genau gleich 500 Gramm oder ½ Kilogramm gesetzt. Genau dasselbe Pfund, das mit dem alten von Ole Römer 1698 bestimmten dänischen Pfunde sehr nahe übereinstimmt, ist in Dänemark gesetzlich eingeführt, auch Belgien und Holland gebrauchen es, und da das Grammengewicht schwerlich aufgehoben wird, so ist allerdings dieses Pfund vollkommen geeignet, die Völker zu vereinigen. — Nach dieser Bestimmung wiegt nun ein rheinländischer Kubikfuß destillirten Wassers in seiner größesten Dichtigkeit also bei 4° C 61,83136 Pfund.

Ueber die Eintheilung der Maaße und Gewichte ist man aber so uneinig gewesen, als über die Haupteinheit. Früher, da man sehr leichte Rechenaufgaben bedurfte, fand man es richtig, Eintheilungen zu haben, welche mit der Zahl 2 sich weithinab theilen ließen, wie die 32 Loth des Pfundes. Zu Eintheilungen ist sonst die Zahl 12 sehr bequem, weil sie ohne Bruch durch 2, 3, 4, 6 theilbar ist und mit 8, 9 und 10 gemeinschaftliche Divisoren hat.

Zu mathematischen Bestimmungen ist aber die Zehntheilung am bequemsten; und wenn sowohl Maaß und Gewicht als Münze dar=

nach eingetheilt wäre, würde dies unbedingt den Vorzug verdienen. Die Franzosen haben dies System angewendet. Ihren Meter theilen sie in 10 Decimeter, 100 Centimeter, 1000 Millimeter. Hier haben sie lateinische Namen; bei den größeren Maaßen griechische, so ist 10 Meter = 1 Dekameter, 100 M. = 1 Hektometer, 1000 M. = 1 Kilometer, 10,000 M. = 1 Myriometer.

Ihre Gewichtseinheit nennen sie Gramm. Es ist das Gewicht eines Cubikcentimeters Wassers bei 4° C. Sie haben dann ebenso Decigrammen, Centigrammen, Milligrammen, wie auch Dekagrammen, Hektogrammen, Kilogrammen.

Der rheinländische Fuß zerfällt in 12 Zoll, jeder Zoll in 12 Linien. 12 Fuß bilden eine Ruthe, die Hälfte davon ein Klafter, zwei Fuß eine Elle (zuweilen gebraucht man auch eine Zehntheilung dieser Größen vom Fuße auf- und abwärts); die preußische Meile ist 2000 Ruthen oder 24000 Fuß.

Der englische Fuß wird gleichfalls in 12 Zoll, der Zoll in 12 Linien getheilt. Eine englische Meile ist 5280 engl. Fuß = 5127 rheinländische Fuß, so daß 19 englische Meilen ungefähr 4 preußische sind. Ein Yard ist = 3 Fuß und ein Fathom = 6 Fuß. — Dieser englische Fuß ist = 11 Zoll 7,8436 Linien rheinländisch Maaß, also ein rheinländischer Fuß 12 Zoll 4,2799 Linien engl. Maaß. Der französische Fuß nach altem französischen Maaße oder der Pariser Fuß (pied du roi) hält 12 Zoll, jeder Fuß 12 Linien und 6 solche Fuße sind eine Toise.

Ein französischer Fuß ist demnach = 12 Zoll 5,0405 Linien rheinländisch Maaß, und ein rheinländischer Fuß = 11 Zoll 7,1300 Linien französisch Maaß.

Das neuere französische Maaß braucht, wie gesagt, den Meter als Einheit, dessen Eintheilung oben angegeben. Eine Lieue (2 ältere Lieues) ist ein Myriometer oder 10,000 Meter. Der Meter ist 3 Fuß 2 Zoll 2,8128 Linien rheinländisch Maaß, also der Millimeter = 0,4588 Linien. Ein rheinländischer Fuß ist 0,31385 Meter, ein Zoll ist 26,1545 Millimeter, eine Linie = 2,1795 Millimeter.

Vergleichung der angeführten Längeneinheiten.

	Rheinländische Fuß.	Englische Fuß.	Altfranzösische Fuß.	Meter.
Rheinländische Fuß	1,00000	1,02972	0,96618	0,31385
Englische Fuß . .	0,97114	1,00000	0,93829	0,30479
Altfranzösische Fuß	1,03500	1,06575	10,0000	0,32484
Meter	3,18620	3,28090	3,07844	1,00000

Zur Ausmessung von Flächen gebraucht man ein Quadrat, dessen Seite eine bestimmte Länge hat. Außer dem Quadratfuß gebraucht man die Quadratruthe = 144 Quadratfuß.

Zur Ausmessung von Feldern hat man noch andere Maaße, die aber in Deutschland sämmtlich nur provinciell sind.

En England heißt das Maaß für Felder Acre = 43560 engl. Quadratfuß = 10270,4 rheinländische Quadratfuß.

In Frankreich gebraucht man als Einheit des Flächenmaaßes eine Are, welches ein Quadratdekameter ist. Eine Hektare ist 100 Ares = 101520 rheinländische Quadratfuß.

Vergleichung des Flächenmaaßes.

	Rheinländische Quadratfuß.	Englische Quadratfuß.	Quadratmeter.
Rheinländische Quadratfuß	1,00000	1,06033	0,09850
Englische Quadratfuß . .	0,94311	1,00000	0,09290
Quadratmeter	10,15187	10,76430	1,00000

Zur Ausmessung von Raumgrößen gebraucht man einen Würfel, dessen Seitenlinie eine bestimmte Länge hat, z. B. 1 Fuß, Zoll u. s. w. lang ist. Ein solcher heißt Kubikfuß, Kubikzoll.

	Rheinländische Kubikfuß.	Englische Kubikfuß.	Kubikmeter.
Rheinländische Kubikfuß .	1,00000	1,09184	0,03092
Englische Kubikfuß . . .	0,91588	1,00000	0,02831
Kubikmeter	32,34587	35,31660	1,00000

Das Pfund des deutschen Zollvereines wird in 32 Loth und jedes Loth in 4 Quentchen getheilt. 100 Pfund sind ein Zollcentner, das englische Gewicht ist entweder Handelsgewicht (avoir du poids) oder Troygewicht, das als Münz- und Apothekergewicht benutzt wird.

Ein Pfund Handelsgewicht ist 453,6 Gramme, so daß also 97 englische Pfunde ungefähr = 88 Zollvereinspfunde sind. Es wird in 16 Unzen, jede zu 16 Drachmen eingetheilt. Eine Tonne = 20 Centner, à 112 Pfund hält also 2240 englische oder 2082 deutsche Pfund.

Ein Pfund Troygewicht beträgt 373,25 Grammen. Das Verhältniß zwischen diesem und einem Pfunde Handelsgewicht ist also wie 144 : 175. Es wird in 12 Unzen, jede zu 8 Drachmen eingetheilt.

Im deutschen Apothekergewicht ist ein Pfund = 358,16 Grammen; es wird in 12 Unzen getheilt. Eine Unze enthält 8 Drachmen, eine Drachme 3 Scrupel, ein Scrupel 20 Gran.